

小学校算数における四則計算に関する誤ルールの 適用事例の検討

長谷川 順一・堀田 亜矢子*
(数学教育講座) (善通寺市立筆岡小学校)

760-8522 高松市幸町1-1 香川大学教育学部
*765-0073 善通寺市中村町1575-2

Some Cases on Mal-Rules of Four Arithmetic Operations Generated by Elementary Schoolchildren

HASEGAWA Junichi and HOTTA Ayako*

Faculty of Education, Kagawa University, Saiwai-cho, Takamatsu 760-8522

**Fudeoka Elementary School, Nakamura-cho, Zentsuji, 765-0073*

要 約 算数の基礎的なテストを作成し公立小学校の児童を対象として実施したところ、整数の四則計算について誤った計算ルール（誤ルール）を保持していると思われる事例がみられた。そこで、計算問題とその正答率、及び誤答や誤ルールによると思われる誤答の事例を取り出し検討した。また、計算指導への示唆にも言及した。

キーワード 誤ルール 四則計算 算数

1 はじめに

小学校算数で扱われる基礎的な四則計算の技能の獲得は算数学習にとって重要であり、小学校ではドリルによる練習などを通して児童の計算技能の習熟を図るようにしている。そのような取り組みの中で、特に計算が不得手な児童に対しては、その児童の理解が不十分な箇所などを見出し、児童の実態にそくした的確な対応を講じる必要がある。また、授業での計算指導に先立って児童がつまずきやすい箇所を検討しておくことが重要である。その一環として、本稿では整数の四則計算について誤ルールによると思われる誤答事例を中心に検討する。

誤ルールによる誤答は、「ちょっとした計算ミス」をいうのではない。ここでいう誤ルールとは「誤答を生成する計算の手順」のことであり、同じ構造の計算問題に対しては同じような誤答を生成する規則性をもった計算手順をいう。誤答を生成する計算規則は、「誤ルール (mal-rule)」、「バグのあるアルゴリズム (buggy algorism)」、「間違った手続き (error procedure)」などと呼ばれているが (Resnick, 1987; Resnick & Ford, 1981)、本稿では「誤ルール」の語を用い、「誤ルールによる計算」「誤ルールの適用」などということにする。

ところで、筆者らは特に算数を苦手とする児童の算数に関する知識や計算技能などの様相を

みることを目的として「算数基礎テスト」を作成した。本テストは各学年ともにA4判2ページからなり、問題は各学年で扱われている基礎的な数概念、計算、文章題、図形に関する問題から構成した。また、2005年3月、各学年で扱われる算数の内容についての学習が終了した時期に、香川県の1つの公立小学校1～6年生(653名)を対象とし、20分間を限度として本テストを実施した。テスト用紙の配布と回収は担任の先生にお願いした(本テストの詳細については、堀田(2006)を参照されたい)。

本稿では、第1～4学年を対象とした算数基礎テストで扱われた整数の四則計算の結果を報告する。また、そこにみられた誤ルールによると思われる計算事例を取り上げ検討する(第5学年では小数の乗除の計算問題、第6学年では分数の四則計算問題を扱ったが、問題数が比較的少数であったのでここでは取り上げない)。なお、本テストは簡便に実施できることを目標として作成したこともあって、誤ルールを系統的に検討できるようには計算問題が設定されてはいなかった。それでも誤答を検討すると、少数ではあるが「ちょっとした計算ミス」とは考えられない誤答がみられるのである。

2 計算問題とその結果

ここでは、算数基礎テストで扱った整数の計算問題の結果と誤ルールによると思われる誤答の事例を学年別に検討する。本調査に参加した第1～4学年の児童数は、1年生120名、2年生102名、3年生110名、4年生127名であった。

2.1 第1学年

第1学年では、「けいさんをしましょう」として10題を出題した(Fig.1)。問題の後の括弧内の数値(%)は、正答率を表している(以下、同様である)。

(1) $4 + 2$ (97.5%)	(2) $5 - 3$ (96.7%)
(3) $2 + 7$ (97.5%)	(4) $9 - 6$ (92.5%)
(5) $9 + 3$ (92.5%)	(6) $17 - 4$ (83.3%)
(7) $4 + 8$ (95.0%)	(8) $12 - 9$ (95.8%)
(9) $6 + 7$ (93.3%)	(10) $11 - 2$ (95.8%)

Fig.1 第1学年の計算問題

問題はFig.1のように、左列に足し算、右列に引き算が各5題ずつ2列に示されていた。そのためか、特に(4)では「15」としたものの(「 $9 + 6$ 」を計算したと思われるもの)が2名(1.7%)みられた。同様に、他の問題でも足し算と引き算を取り違えたと思われるものがみられた。

これらの中では、他の問題に比べ(6)の正答率が低い。第1学年で扱われている(2位数) - (1位数)の計算は繰り下がりのある計算に限られており、「 $17 - 4$ 」のような問題は第2学年で扱われている。このことが(6)の正答率が比較的低かった理由と考えられる。本問に対する誤答をみると、十の位を書き忘れたと思われる「3」(5名、4.2%)や、 $17 - 4 = (10 - 4) + 7$ とするなどの減加法を適用し、その過程で生じた計算間違いと思われる「12」としたものの(4名、3.3%)がみられた。この問題以外については正答率は9割以上であり、第1学年で扱われている基礎的な加減の計算はおおよそ定着していることが窺える。

Fig.2は、ある1人の児童の足し算に対する回答を表したものである。

(1) $4 + 2 = 7$	(3) $2 + 7 = 17$
(5) $9 + 3 = 13$	(7) $4 + 8 = 18$
(9) $6 + 7 = 17$	

Fig.2 ある児童の足し算の計算

最初の問題である(1)だけをみると、「ちょっとした計算ミス」とも思われる。しかし、それ以降の繰り上がりのある足し算では、一貫した誤ルールの適用が見て取れる。本事例にみられるように、基本的には、誤ルールの適用による

誤答であるのか、あるいは単なる計算ミスによるものかは、同構造の複数の問題（ここでは繰り上がりのある足し算）に対する回答状況を検討しなければ判断できない。なお、この児童は引き算については(6)以外は正答していた。(6)では、「 $17 - 4 = 6$ 」としており、「 $10 - 4$ 」のみを計算して問題への答としたことが窺える。

2.2 第2学年

第2学年では、「計算をしましょう」として次の9題を取り上げた (Fig.3)。

(1) 3×4 (99.0%)	(2) 7×6 (100%)	
(3) 9×8 (100%)		
(4) $\begin{array}{r} 23 \\ + 64 \\ \hline \end{array}$ (100%)	(5) $\begin{array}{r} 45 \\ + 36 \\ \hline \end{array}$ (98.0%)	(6) $\begin{array}{r} 49 \\ + 57 \\ \hline \end{array}$ (99.0%)
(7) $\begin{array}{r} 79 \\ - 37 \\ \hline \end{array}$ (95.1%)	(8) $\begin{array}{r} 56 \\ - 29 \\ \hline \end{array}$ (90.2%)	(9) $\begin{array}{r} 135 \\ - 78 \\ \hline \end{array}$ (89.2%)

Fig. 3 第2学年の計算問題

九九を扱った3題の内、(1)のみで1名が間違っていた。この児童は「 $3 \times 4 = 21$ 」としており、「さんし」を「さんしち」と混同したことが窺える。

全体をみると、九九や二位数の足し算に比べ引き算では正答率がやや低下している。(7)～(9)の3題全てを間違えた児童は2名であった。その内の1名は一貫して足し算で回答していたが、足し算としての結果は正しいことから、この児童は問題が足し算から引き算に変わったことを見落としたのであろう。Fig.4は、3題全てを間違えたもう1名の児童の(5)～(9)((5)(6)は足し算である)への回答を表したものである。

$$\begin{array}{rcl}
 (5) & \begin{array}{r} 45 \\ + 36 \\ \hline 71 \end{array} & (6) \begin{array}{r} 49 \\ + 57 \\ \hline 106 \end{array} & (7) \begin{array}{r} 69 \\ - 37 \\ \hline 38 \end{array} & (8) \begin{array}{r} 46 \\ - 29 \\ \hline 25 \end{array} \\
 (9) & \begin{array}{r} 135 \\ - 78 \\ \hline 194 \end{array} & & &
 \end{array}$$

Fig. 4 ある児童の加減の計算

この児童の(5)(6)の計算を見ると、①被加数と加数のそれぞれ一の位で10により近い数の10に対する補数を考える((5)であれば「5」と「6」の内、10により近い「6」の10に対する補数「4」をメモする)、②被加数と加数の一の位の数で補数を考えなかった数から①で得られた補数を引き、それをもとの問題の和の一の位の数とする((5)であれば「 $5 - 4 = 1$ 」とし、「1」を原問題の和の一の位とする)、として計算していると考えられる。この方法は繰り上がりのある足し算の方法である加数分解や被加数分解を加数と被加数の大小に応じて使い分ける方法であり、正しく実行されれば問題は生じない。この児童は、足し算の方法を引き算である(7)～(9)にも適用しようとしたことが推測される。その際、(7)では一の位で「 $9 - 1$ 」としたのか「 $7 + 1$ 」としたかは不明である。(8)は「 $6 - 1$ 」としたのであろう。(9)では「8」の補数を「1」とし「 $5 - 1$ 」としたことが推測される(十の位などでは、足し算を行っている)。さらに、(7)～(9)の全てで、繰り下がりに該当する処理を行っている。意味理解が不十分なままに計算手続きを学習し、それが誤ルールとなって定着していることが推測される。

正答率の比較的低かった(8)(9)を中心としてみると、(8)が誤答であった10名の内5名は(7)及び(9)には正しく答えている。また、(9)が誤答であった11名の内の5名は(7)(8)には正しく答えている。繰り下がりのない(7)には正しく答えたが、繰り下がりの処理が必要

な(8)(9)の両方を間違えた児童は3名であった。Fig.5は、その内の1名の児童の(8)と(9)への回答を示したものである。

$$\begin{array}{r} (8) \quad 56 \\ - 29 \\ \hline 33 \end{array} \quad (9) \quad \begin{array}{r} 35 \\ - 78 \\ \hline 43 \end{array}$$

Fig.5 ある児童の繰り下がりの処理

この児童は、(8)では位ごとに「(大きな数) - (小さな数)」を計算している。この計算方法は、多位数の引き算にみられる典型的な誤ルールの一つとしてよく知られており、Brownらは引き算に関するこの誤ルールを「大きい方から小さい方を(Smaller-From-Larger)」と呼んでいる(Resnick, 1982, 1987)。この誤ルールは繰り下がりのない引き算では顕在化されず、ここで取り上げた児童も(7)では正しい数値を得ていた。(9)では「大きい方から小さい方を」を適用したが、被減数が3位数のため「繰り下がり」が必要と考え「1」を消して「0」としたことが推測される。なお、今回の調査で「大きい方から小さい方を」の適用が明確に認められたのは、次に示す第3学年も含め、この児童1名のみであった。

2.3 第3学年

Fig.6は、第3学年の計算問題を示したものである。

$$\begin{array}{l} (1) \quad \begin{array}{r} 456 \\ + 183 \\ \hline \end{array} \quad (2) \quad \begin{array}{r} 246 \\ + 187 \\ \hline \end{array} \quad (3) \quad \begin{array}{r} 527 \\ - 265 \\ \hline \end{array} \quad (4) \quad \begin{array}{r} 435 \\ - 186 \\ \hline \end{array} \\ (99.1\%) \quad (94.5\%) \quad (92.7\%) \quad (89.1\%) \\ (5) \quad 32 \div 8 \quad (97.3\%) \quad (6) \quad 25 \div 7 \quad (95.5\%) \\ (7) \quad \begin{array}{r} 223 \\ \times 4 \\ \hline \end{array} \quad (8) \quad \begin{array}{r} 21 \\ \times 32 \\ \hline \end{array} \quad (9) \quad \begin{array}{r} 16 \\ \times 47 \\ \hline \end{array} \\ (96.4\%) \quad (93.6\%) \quad (84.5\%) \end{array}$$

Fig.6 第3学年の計算問題

加減法の結果をみると、第2学年でもみられたように、足し算に比べ引き算の正答率が低い。(3)と(4)をみると、2回繰り下がりの必要な(4)の方がやや正答率が低い。そこで(4)の計算で誤答した12名の回答の様子をみてみる。12名の内の4名は「621」としており、これらのものは演算記号を読み間違え、 $435 + 186$ を計算したと思われる。また6名は(3)には正しく答えており、(4)での誤答は計算ミスによるものと思われる。他の2名は(3)(4)ともに間違えていたが、それらも含め、回答の様子をみる限り、加減法の計算については一貫した誤ルールによる誤答は見出せなかった。

割り算については余りを求める必要のある(6)の正答率がやや低いが、問題数が2題と少ないため、誤答に対する計算の方法などを検討することはできなかった。

かけ算については、(7)から(9)にかけ、「 \times (1位数)」から「 \times (2位数)」、さらに計算の過程で繰り上がりなどの処理が複雑になるに伴い正答率が低下している。これら3題の中で最も誤答が多くみられた(9)の誤答者の(7)(8)への回答状況をみると、(7)(8)ともに正答であった者は13名、(7)は正答だが(8)は誤答であった者は3名、(7)は誤答だが(8)は正答であった者は1名であり、2題ともに誤答であった者はみられなかった。このことから、(9)の誤答者の多くは九九の唱え間違いや繰り上がりの処理の間違いなど、九九の適用の際の計算ミスによるものと思われる。Fig.7は、そのような例を示したものである。

$$\begin{array}{r} (9) \quad \begin{array}{r} 16 \\ \times 47 \\ \hline 12^4 2 \\ 64 \\ \hline 1762 \end{array} \quad (9) \quad \begin{array}{r} 16 \\ \times 47 \\ \hline 112 \\ 10^2 4 \\ \hline 1152 \end{array} \quad (9) \quad \begin{array}{r} 16 \\ \times 47 \\ \hline 112 \\ 52 \\ \hline 632 \end{array} \end{array}$$

Fig.7 「 16×47 」の計算例

(7) は正答であったが (8) と (9) の両方が誤答であった3名の内の1名は、(8) の「 21×32 」には「62」、(9) の「 16×47 」には「762」としている。これは、おそらく九九の適用や繰り上がりの計算を行う際の計算ミスによるものと思われる。Fig. 8 は、この1名を除く他の2名 ((A)、(B)) の計算の様子を表したものである。

(A)	(8)	$\begin{array}{r} 21 \\ \times 32 \\ \hline 62 \end{array}$	(9)	$\begin{array}{r} 16 \\ \times 47 \\ \hline 82 \end{array}$
(B)	(8)	$\begin{array}{r} 21 \\ \times 32 \\ \hline 62 \end{array}$	(9)	$\begin{array}{r} 16 \\ \times 47 \\ \hline 83 \end{array}$

Fig. 8 2人の児童の乗法の計算

(A)、(B) の2名は (8) に対してともに「62」としている。これは、乗数、被乗数の一の位どうし、十の位どうしのかけ算の結果をそのまま答えとしたと考えられる。(9) も繰り上がりの処理を考慮しつつ同様に計算したのであろう。Bは「83」としているが、これは「82」の誤記入か、かけ算の計算に「 $6 + 7$ 」の計算が混入したものと思われる。

この2名は (7) の「 223×4 」では、繰り上がりの処理を含むかけ算の筆算の各ステップを正しく実行し正しい答えを得ていた。(7) の計算で用いられている乗数の4を被乗数の一の位の数だけではなく十の位や百の位の数にも次々にかけていくという手続きは、(8) や (9) でも同様に実行されなければならない。しかし少なくともこの2名は、(8) や (9) の計算では (7) とは異なった手続きが用いられると考えているかのようであり、知識の分離 (compartmentalization; Vinner, 1990) が生じているようである。

なお、(7) に誤答した4名は (8) には正答し、3名は (9) にも正答している。このことから、

(8) と (9) は正答であった3名の (7) での誤答は、おそらく誤ルールの適用によるものではないと思われる。Fig. 9 は、これら3名の計算を示したものである。(A) は繰り上がりの過剰適用、(B) は百の位に対する九九の誤適用、(C) は被乗数の一の位のみ九九を適用しているが十や百の位については和を計算したと思われる。

(A)	(B)	(C)
(7)	(7)	(7)
$\begin{array}{r} 223 \\ \times 4 \\ \hline 992 \end{array}$	$\begin{array}{r} 223 \\ \times 4 \\ \hline 492 \end{array}$	$\begin{array}{r} 223 \\ \times 4 \\ \hline 232 \end{array}$

Fig. 9 「 223×4 」の計算例

2.4 第4学年

第4学年では、「ひっ算で、計算しましょう」として次の4題の除法の計算問題を取り上げた (Fig.10)。

- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| (1) $84 \div 3$ (96.1%) | (2) $263 \div 4$ (93.7%) |
| (3) $78 \div 24$ (77.2%) | (4) $672 \div 32$ (89.0%) |

Fig.10 第4学年の計算問題

商と余りを求める (3) の正答率が最も低い。そこで、まず (3) を中心に検討し、ついで (4) に触れる。

2.4.1 「 $78 \div 24$ 」について

問題 (3) では、無答は2名 (1.6%)、商が1位数の誤答は8名 (6.3%) であったが、「 $30 \cdots 6$ 」(8名, 6.3%)、「 $34 \cdots 2$ 」(4名, 3.1%)、「 $30 \cdots 18$ 」(2名, 1.6%) など、商を2位数とする誤答が19名 (15.0%) みられた。Fig.11は、商を2位数とした2名の例を示したものである。

(A) (3) $78 \div 24$ (B) (3) $78 \div 24 = 30 \cdots 18$

$$\begin{array}{r} 30 \\ 24 \overline{) 78} \\ \underline{72} \\ 6 \\ \underline{0} \\ 6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 30 \\ 24 \overline{) 78} \\ \underline{6} \\ 18 \end{array}$$

Fig.11 「 $78 \div 24$ 」の計算例

このような商を2位数とする誤答の原因としては、次の事項が考えられる。

- ①仮商の考え方と商を記入する方法の混同
- ②商は2位数であるとの予断

後者の②であるが、問題(1)(2)の商は2桁であった。そのため、それ以降の問題も商は2桁であるとの予断を生じさせたことが推測される。

それでは、前者の①についてはどうか。「 $78 \div 24$ 」の場合、仮商を考える際に、除数、被除数の一の位の数字を隠し「 $7 \div 2$ 」を考えて「3」を得るようにすることがある。そのため、Fig.11のような誤答は、仮商を被除数の十の位の上に書くことから生じたことが考えられる。但し、本調査で「 $30 \cdots 6$ 」とした8名の内の6名は(1)(2)(4)の3題に正しく答えている。他の2名は、3題の内の(1)のみ間違えたもの((1)を「26」としており、九九の適用間違いと思われる)と(2)のみ間違えたもの((2)を「 $69 \cdots 3$ 」としており、「6」を立て「 $4 \cdot 6 \cdot 24$ 」の「24」を引くときに「 $263 - 24$ 」を計算した、つまり数字の位置の書き間違いによると思われる)であった。もし「 $30 \cdots 6$ 」が仮商の考え方と商の記入の混同から生じた誤ルールによるものであれば、(4)「 $672 \div 32$ 」では被除数の「6」の上に商「2」を立て、その結果、商が3桁の数字になることが推測される。しかし実際には、(3)で「 $30 \cdots 6$ 」としたものは全て(4)では正しい商を得ていた。このことから、「 $78 \div 24 = 30 \cdots 6$ 」なる誤答は、仮商の考え方と商の記入の混同というよりも、割り算の商は2位数になるとの思いこみによるものと

思われる。

「 $78 \div 24 = 30 \cdots 18$ 」とした2名の内の1名の計算をFig.11(B)に示した。この児童は、被除数の十の位に商を立て、除数の十の位の数のみについて「かける」「引く」「おろす」の各ステップを実行し、除数よりも小さい数値(余り)を得たところで計算を終了している。このとき商の「3」は十の位に「置き去り」にされたので、一の位に「0」を補ったのではないと思われる。もう1名は、除数の十の位の数のみについて「かける」「引く」「おろす」を実行したところまでは同じだが、「おろす」から得られた18に対して商に0を立て、(おそらく除数の一の位のみについて除法のアルゴリズムを適用して「 0×4 」を計算し)「 $18 - 0$ 」によって余りを「18」としている。なお、これら2名は(1)(2)(4)には正しく答えているので、割り算に関する誤ルールを保持しているとは断言できない。これら2名の誤答の原因は、「 $30 \cdots 6$ 」としたものと同様に、商は2位数であるとの思いこみ、あるいはそれに仮商の考え方が加わったものであるのかもしれない。

それでは、4名みられた「 $78 \div 24 = 34 \cdots 2$ 」はどうだろうか(Fig.12参照)。これは、「3」を立て「 $3 \cdot 2$ が6」から「 $7 - 6$ 」を計算した上で「8」をおろし、次いで「4」を立て「 $4 \cdot 4 \cdot 16$ 」から「 $18 - 16$ 」を行っている。この計算は、先に述べた(2位数)×(2位数)で、位どうしを掛け合わせるかけ算の誤ルールによる計算方法に対応する割り算の方法ともいえよう。このように計算した4名は、(1)には全員が正答しているが、(2)に対しては2名が正答を、2名が誤答を書いている。また、(4)については4名全員が間違っている。これら4名の内の2名の(3)以外の問題に対する誤答は、横書きの式で表された問題を筆算の式に書き写す際の違いや九九の適用ミスによるものと思われる。Fig.12は、それ以外の2名((C),(D))の計算を示したものである。

(C) (3) $78 \div 24$

$$\begin{array}{r} 34 \\ 24 \overline{) 78} \\ \underline{6} \\ 18 \\ \underline{16} \\ 2 \end{array}$$

(4) $672 \div 32$

$$\begin{array}{r} 226 \\ 32 \overline{) 672} \\ \underline{6} \\ 72 \\ \underline{72} \\ 0 \end{array}$$

(D) (2) $263 \div 4 = 67 \dots 3$

$$\begin{array}{r} 67 \\ 4 \overline{) 263} \\ \underline{24} \\ 23 \\ \underline{28} \\ 5 \end{array}$$

(3) $78 \div 24 = 34 \dots 2$

$$\begin{array}{r} 34 \\ 24 \overline{) 78} \\ \underline{6} \\ 18 \\ \underline{16} \\ 2 \end{array}$$

(4) $672 \div 32 = 795 \dots 29$

$$\begin{array}{r} 795 \\ 32 \overline{) 672} \\ \underline{64} \\ 32 \\ \underline{32} \\ 0 \end{array}$$

Fig.12 「 $78 \div 24$ 」の計算例

(C) の誤答は、おそらく仮商の考え方と実際の商の記入との混同に帰因するものと思われる。すなわち、(3) 「 $78 \div 24$ 」では被除数、除数の一の位の数字を隠し「 $7 \div 4$ 」を考えて仮商「3」を得、それを被除数の「7」の上に書いて、「立てる(3)」「かける(三・二が6)」「引く($7 - 6 = 1$)」「おろす(8)」の各段階を計算したのであろう。(4)でも、「 $6 \div 3$ 」で「2を立て」、「かけて引き($6 - 6 = 0$)」「7をおろす」としたのであろう。さらに、「 $72 \div 32$ 」で、「2を立てて「二・三が6」「60」を意味する)、さらに「6」を立てて「六・二・12」とし、それらの和を計算して「72」としたと考えられる。一方、(1)や(2)は除数が一位数であるため、混乱が生じることなく正答を得ることができたとと思われる。

(D) は(1)には正しい商を得ている。このことから、基本的な割り算アルゴリズムは用い

ることができるものと思われる。(2)でも「立てる・かける・引く・おろす」の各ステップは実行されているが、商の一の位を「7」とし「 $23 - 28 = 5$ 」と計算している。また、(4)でも第1段階の「立てる・かける・引く・おろす」の各ステップは適切に実行されているが、第2段階でつまずき、商と余りが混乱したまま答としている。(C)や(D)は、「 \div (1位数)」ではそれほどのつまずきはみられない。しかし、「 \div (2位数)」に対しても除数を1位数とみて処理しようとしているかのようなのである。

(3) $78 \div 24$ に対して商を2桁としたものは、上記の他に「39」、「 $32 \dots 10$ 」「 $11 \dots 14$ 」「 $19 \dots 2$ 」「 $21 \dots 6$ 」が各1名みられた。また商が1桁の誤答は8名みられたが、その内の5名は商を3としており、その多くは九九の適用間違いや割り算のステップの引く段階での引き算間違いであると考えられる (Fig.13)。

(3) $78 \div 24 = 3$ (3) $78 \div 24$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 24 \overline{) 78} \\ \underline{78} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 24 \overline{) 78} \\ \underline{72} \\ 6 \end{array}$$

(3) $78 \div 24 = 3 \dots 5$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 24 \overline{) 78} \\ \underline{72} \\ 6 \end{array}$$

Fig.13 「 $78 \div 24$ 」の計算例

2.4.2 「 $672 \div 32$ 」について

先に述べたように(4) $672 \div 32$ の正答率はおおよそ9割であった。誤答をみると、商が3桁のものが5名(3.9%)、2桁のものが5名(3.9%)、1桁のものが2名(1.6%)、無答2名(1.6%)であり、(3)と同様に被除数の桁数と商の桁数とが一致する誤答が特徴的にみられる。Fig.12に示した(C)にもそのような傾向がみられたが、Fig.14は(C)、(D)の2名以外の誤答の例を示したものである。

(4) $672 \div 32$

$$\begin{array}{r} 210 \\ 32 \overline{) 672} \\ \underline{66} \\ 12 \\ \underline{0} \\ 12 \end{array}$$

(4) $672 \div 32$

$$\begin{array}{r} 326 \\ 32 \overline{) 672} \\ \underline{6} \\ 6 \\ \underline{6} \\ 0 \\ 20 \end{array}$$

Fig.14 「 $672 \div 32$ 」で商を3桁とした例

これらの計算では部分的には「立てる・かける・引く・おろす」の各ステップが行われているが断片化しており、全体的な意味関連がないままにそれらが実行されている。また、本問について商が2桁や1桁のものの中には、「 $672 \div 32 = 20 \cdots 32$ 」としたものや「 $672 \div 32$ 」を筆算の式に書き直す際に「 $272 \div 32 = 8 \cdots 16$ 」のように誤記入した（但し、計算結果は正しい）ものもみられた。

3 考 察

基本的な整数の四則計算問題に対する間違いについて、特に誤ルールの適用の観点から検討した。その結果、少数ではあるが誤ルールによって計算していると思われる事例がみられた。これらの事例では、「大きい方から小さい方を」や割り算アルゴリズムの適切ではない使用に典型的にみられるように、全体としては誤答なのであるが部分的には正しい計算が実行されていた。それでは、このような誤ルールはどのようにして生成されたのか。誤ルールを保持していると思われる児童は、その学年で当該の計算方法が扱われた時点では正しい計算方法を獲得していたが、その後「剥落」したのか、それとも学習の時点で正しい計算方法を身につけることができなかったのか（正しい計算方法の獲得に至る途上にあるのか）などを判別することは、本テストの結果のみからは、できない。しかし何れにしても、ここでみられた誤ルールによるとと思われる事例では、意味を欠落させたまま計算が実行されている。それでは、このような誤ルールを保持していると思われる児童

や計算間違いをしている児童には、どのような対応が考えられるか。以下では、先ずResnickのあげる引き算の例を紹介し、そこから得られる示唆に言及する。

3.1 引き算の例—対応づけによる指導法

Resnick (1982) は、例えば「大きい方から小さい方を」といった多位数の引き算の誤ルールは、十進法の仕組み (base system) についての知識が欠如しているからでは必ずしもなく、十進法の意味 (semantics) と筆算の方法 (syntax) との不適切な関連づけによるものであること、そのために計算が苦手な児童に対しては、それら両方の知識を明確に関連づける教授法が有効であることを指摘している。

そのような教授法の一つが、ブロックの操作と筆算の書き方とを対応させながら計算を遂行させる「対応づけによる指導法 (Mapping Instruction)」である。例えば「 $300 - 139$ 」であれば、先ず「大きい方の数」である300をブロックで表し筆算形式の式を書く (Fig.15, ①)。次に、百のブロック1個を十のブロック10個に交換し、それを筆算の式に記すようにする (Fig.15, ②) というものである。同様に十のブロック1個を一のブロック10個に交換し式に記す (Fig.15, ③)、最後に減数分のブロックを取り去り、その結果を式に記す (Fig.15, ④)。

多位数の引き算に対するブロック操作と筆算との対応づけによる指導法が有効である理由として、Resnick は次の2点をあげている。一つは、被減数、つまり筆算の第1行の数値のみがブロックで示され、それに対して操作を行うことになるので、「大きい方から小さい方を」などの誤ルールの適用が阻止されることである。もう一つは、例えば繰り下がりのある引き算を計算する場合、「なぜ0が9になるか」など児童が疑問に感じている箇所がブロックを用いた表現とその操作によって意味づけられ知識が豊富化されるからであるという。

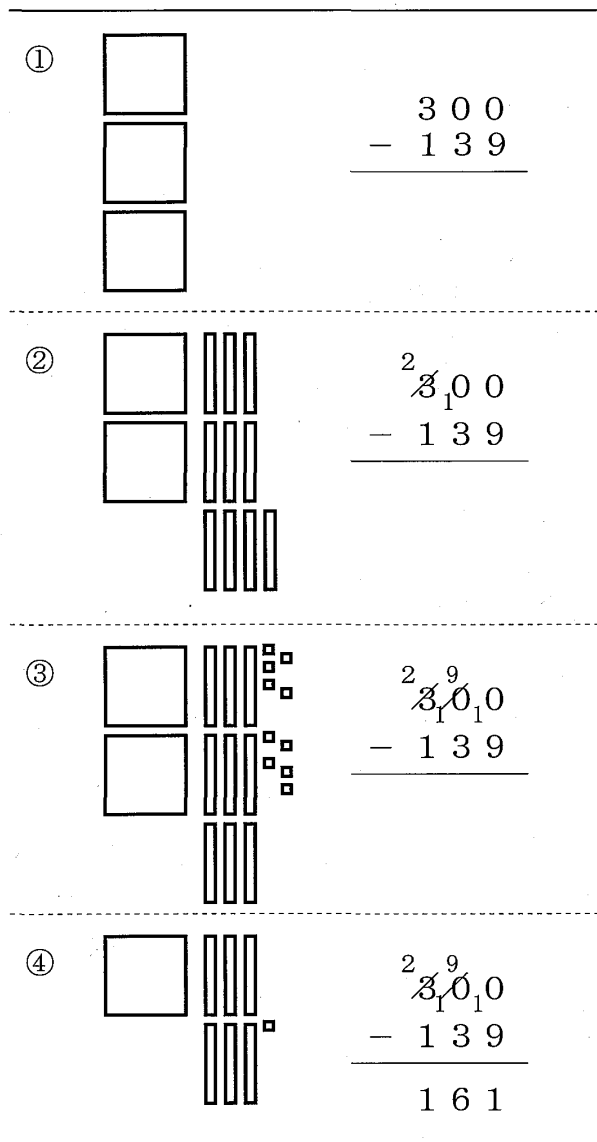


Fig.15 対応づけによる指導法 (Resnick)

3.2 計算問題の意味の二重性

Resnickの指摘する「意味」は計算方法のそれを述べたものであった。一方、例えば「300-139」のような計算は、算数の授業では通常、具体的な場面をもとに導入がなされる。引き算が用いられる場面としては、第1学年では主に求残、求補、求差が扱われる。全体からその部分を取り去るというブロック操作を勧奨するとき、引き算の場面の最も基本的な意味は、「300枚の色紙のうち139枚を使いました。残りは何枚でしょう」といった求残にあると考えられる。式「300-139」はそのような場面の数学的表現であることの理解を促し、計算の過程においても具体場面に立ち戻って計算の意味を確認する

ことで、例えば「大きい方から小さい方を」といった誤ルールの適用を防ぐこともできるようになろう。なお、「300枚の色紙」は、色紙100枚が束ねられているなどによって、具体的な意味と数的な構造をともに保ちながらブロックによる表現に移行することが可能である。

このように、「計算の意味」の背後には「演算の決定に関わる具体的な問題場面の意味」がある。但し、引き算を用いる場面は求残だけではなく求補や求差、あるいは加法逆と呼ばれる場面など、様々なものがある。引き算の場合、求残の場面を通して得られた計算方法を、求補、次に求差と系統的、発展的に適用できるようにするなど、演算の基本的意味から出発し、演算の決定や計算の実行を他の場面にも適用できるように問題場面を系列化することは、算数の教材研究の重要な課題である。

3.3 四則計算の指導に対する観点

繰り下がりのある引き算に関する指導例を敷衍すれば、一般に四則計算の指導法を検討する際の観点として、「具体的な問題場面」「立式と計算」「計算の手続き」「計算手続きの意味」「それらを媒介する教具や図」をあげることができる (Fig.16)。

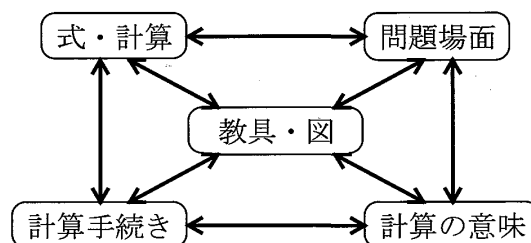


Fig.16 計算指導に関わる観点

計算手続きのつまずき、特に誤ルールに対応するには、先ず具体的な問題場面から演算を決定したり問題場面にそくして演算の意味を再確認し、ついで教具や図による表現をもとに計算の実行に必要な十進位取り記数法の理解をはじめ、位ごとに計算するなどの筆算の計算手順の意味理解を図るようにすることが必要である。なお、Fig.16は新奇なものではない。一般に、

算数教科書で四則計算が扱われる際には、具体的な問題場面が示され、それをブロックなどの教具によって表現した上で、式表現が導入されている。上で述べたつまずきなどへの対応は、今一度「原点」にもどりそこから演算や計算手続きの意味などを再構築しようとするものである。あるいは逆に、式を与え、式がそのようになる問題場面を作らせる（作問させる）、適切な問題場面が得られれば、その場面の具体性にそくして操作的活動を行い、それを教具などの操作へと移行させるなども考えられる。

その際、演算や扱う数の大小に従ってブロックや面積図などを適宜使い分ける必要がある。例えば、九九の範囲のかけ算であれば教具としてブロックを用いることができようが、2位数どうしのかけ算には面積図による表現が適切であろう。面積図を描きそれをもとに計算手続きを考えるには時間がかかるなどの問題もあるが、「 $21 \times 32 = 672$ 」とするなどの間違いに対しては有効な指導方法の1つとなろう。また、割り算については、引き算と同様、ブロック操作と対応づけた指導法が考えられる。その場合も、まずは演算が適用される具体場面から出発し、必要な演算を確認した後に、図や教具を用いることが基本となろう。なお、つまずきへの対応については、一人ひとりの児童の状態にそくした検討が求められることはいうまでもない。

本稿では、算数基礎テストにみられた計算のつまずきの事例を取り上げ、誤ルールの適用の観点から検討した。小学生を対象とした計算などの指導事例については、稿を改めて報告する。

付記 本報告をまとめるにあたり、一部科学研究費からの補助を得た。

文 献

- 堀田亜矢子 (2006) 「軽度発達障害児の算数指導に関する基礎的研究 - 算数基礎テストの開発と指導事例の検討 -」香川大学大学院教育学研究科 修士論文
- Resnick, L. B. (1982) "Syntax and semantics in learning to subtract" in T. P. Carpenter, J. M. Moser, & T. A. Romberg eds. "Addition and subtraction: A cognitive perspective" LEA
- Resnick, L. B. (1987) "Constructing knowledge in school" in L. S. Liben ed. "Development and Learning: Conflict or congruence?" LEA
- Resnick, L. B., & Ford, W.W. (1981) "The psychology of mathematics for instruction" LEA
- Vinner, S. (1990) "Inconsistencies: Their causes and function in learning mathematics." Focus on Learning Problems in Mathematics, vol. 12, no. 3&4.