計算価格論の展開

――シンプレックス法における価格メカニズムの考察――

井　上　勝　人

I

「企業の分権管理を成功に導く要因はプロフィット・センターと競争的移転価格（competitive transfer price）とを具有した新しい統制システムである。[(1)]」とは Joel Dean の言葉であるが，この言葉の中に企業の経済を価格メカニズムによって効率的に運行させることの重要性があまねく語られている。すなわち，自由競争場裡に活躍する各部門の業績評価は的確な計算価格の設定によってはじめて可能であり，したがって計算価格算定の適否は事業部制成否のメルクマールとなるのである。

われわれは今までの叙述において計算価格による経営体の統制について考察してきた。すなわち計算価格における統制は，トップ・マネジメントの資本管理と事業部生産をつなぐ経営体の縦割りの局面におけるそれと，財務――保管――生産――保管――販売――財務のいわゆる資本循環過程における経営体の横割りの部面におけるそれに分けられることを指摘し，それぞれの計算価格による統制の特性について論じたのであるが[(2)]，計算価格そのものに対する考察は，それが Schmalenbach の最適有効数（optimale Geltungszahl）や，LP

（1） J. Dean, *Decentralization and Intracompany Pricing*, H. B. R., Vol. 33, No. 4.

（2） 拙著，計量経営学，1977年．特にその付録「事業部生産計画の計算例」において，本社から各事業部に通知される計算価格によって各事業部の利益が統制されるさまを見よ。

拙稿，計算価格による在庫統制について，香川大学経済論叢第53巻第2号.

のシンプレックス乗数（Simplex multipliers）に相当することを指摘したにとどまる。(3) そこで本稿においては生産計画にＬＰを適用した場合の計算価格そのものに視点をおき，ＬＰシンプレックス法の価格メカニズムを Dantzig の所論を中心として究明することにより，その特性について考察する。(4)

II

Dantzig は，まずある企業におけるある事業部のＬＰを次の如く記述する。

$$
\begin{aligned}
& c_1x_1+c_2x_2+\cdots\cdots+c_nx_n=z \longrightarrow min. \\
s.t.\quad & a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots\cdots+a_{1n}x_n=b_1 \\
& a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots\cdots+a_{2n}x_n=b_2 \\
& \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
& a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots\cdots+a_{mn}x_n=b_m \\
& \qquad x_1,\ x_2,\ \cdots\cdots,\ x_n \geqq 0
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

すなわちこのモデルは m 種の資源 $b_1, \cdots, b_m$ と n 種のアクティビティ $x_1, \cdots, x_n$ から成る複合アクティビティから成立するＬＰシステムであり，この事業部長はこの n 種の生産アクティビティについて自由裁量権を有している。そして j 番目のプロセスの i 番目の財の単位水準当りの技術係数は a_{ij} であり，j 番目のプロセスは単位当り c_j の費用の所要されることを表わしている。(5)

事業部長は従来の経験から m 個の信頼できるプロセスについては熟知しており，このプロセスで彼は与えられたインプットで要求されたアウトプットを確実に生産できることを知っている。すなわち，この m 個のプロセスは

$$
\begin{aligned}
& a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots\cdots+a_{1m}x_m=b_1 \\
& a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots\cdots+a_{2m}x_m=b_2 \\
& \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
& a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots\cdots+a_{mm}x_m=b_m
\end{aligned}
\qquad (2)
$$

（3） 拙稿，「Pretiale Betriebslenkung」について —— 数理計画法の立場からの一考察 ——，香川大学経済論叢第52巻第３・４号.

（4） G. B. Dantzig, *Linear Programming and Extensions*, 1963, pp. 254—262.

（5） 元来，activity と process は同義であるが，ここでは process を特に工程という意を含ましめて使用している。

である。

行列記号で表わせば式（1）は $Ax=b$, $cx=z$ であり，式（2）は $Bx=b$ である。ただし，B は式（1）における実行可能基底である。

事業部長はさらに考える。生産資源を削減するに当って例えばそのうちの賃銀を代表せしめてそれを最小ならしめる各アクティビティ水準の組み合せを求めるために式（1）を策定したが，今度は各資源の価格を公平にきめて，この価格を媒介として各資源特に賃銀の縮小を図りたい。それには，各基底アクティビティの単位水準における利潤が賃銀に等しいように各資源の価格 $\pi_1, \cdots, \pi_m$ をきめればよいから，

$$
\begin{aligned}
&\pi_1a_{11}+\pi_2a_{21}+\cdots\cdots+\pi_ma_{m1}=c_1\\
&\pi_1a_{12}+\pi_2a_{22}+\cdots\cdots+\pi_ma_{m2}=c_2\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad (3)\\
&\pi_1a_{1m}+\pi_2a_{2m}+\cdots\cdots+\pi_ma_{mm}=c_m
\end{aligned}
$$

を得る。行列記号で表わせば，$\pi B=c$ である。

かくて，事業部長は式（1）を解くに当って，$Bx=b$ の両辺に基底逆行列 B^{-1} を掛ければ，

$$x=B^{-1}b=\bar{b}$$

を得る。同様に $\pi B=c$ の両辺に B^{-1} を掛ければ，

$$\pi=cB^{-1}$$

を得る。

かくして事業部長は生産資源に対する価格を公正に設定することにより，あらゆるアクティビティに対する総費用は

$$\pi b=cB^{-1}b=cx$$

となることを知る。つまり cx は支払賃金の合計，c は x 1単位の賃金額であるから，賃金の限界原価である。

ところで，事業部長の m 個のプロセスの費用は

$$c'_j=\pi_1a_{1j}+\pi_2a_{2j}+\cdots\cdots+\pi_ma_{mj} \qquad (4)$$

であり，式（4）は最適基底においては限界賃銀より大きいから（最小費用の

問題では両辺に－1を掛けて最大問題として考える),

$$\bar{c}_j = c_j - (\pi_1 a_{1j} + \pi_2 a_{2j} + \cdots\cdots + \pi_m a_{mj})$$

とすると,

$$\bar{c}_s = \mathrm{Min}\,\bar{c}_j < 0 \tag{5}$$

の関係が成立する。すなわち, $\bar{c}_j$によってj番目のプロセスが現採用計画の支払う賃金より限界賃金が幾許大きいかを示すいわゆる超過賃銀を表わすものとすると，プロセスsは負の最小であるから超過賃金のもっとも小なるプロセスということになる。

かくてこの事業部長は式(5)によりプロセスsを選び出す。そしてプロセスsにおける超過賃金の意味について考える。すなわち, canonical 型におけるアクティビティjにおける係数$\bar{a}_{ij}$のベクトルは，基底アクティビティのもとのベクトルの線型結合を作るための重みとして用いることができることに気づく。これを式で示せば,

$$\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix} \bar{a}_{1s} + \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{m2} \end{pmatrix} \bar{a}_{2s} + \cdots\cdots + \begin{pmatrix} a_{1m} \\ a_{2m} \\ \vdots \\ a_{mm} \end{pmatrix} \bar{a}_{ms} = \begin{pmatrix} a_{1s} \\ a_{2s} \\ \vdots \\ a_{ms} \end{pmatrix} \tag{6}$$

である。ここで$\bar{a}_{is}$は前述の如く canonical 型におけるx_sの係数である。換言すれば，式(6)はアクティビティsのx_s単位が基底アクティビティの組合わせ(1, 2, …, m)の$\bar{a}_{1s}x_s$, $\bar{a}_{2s}x_s$, …, $\bar{a}_{ms}x_s$の結合によってアクティビティsの代りとして用いることができることを表わしている。かくて基底アクティビティの水準はアクティビティsの水準によって上にあるいは下に調整されることになる。

ところで，アクティビティsの1単位をm個の古い信頼できる基底アクティビティの一つによって代替する賃銀は前述の如く,

$$c_1\bar{a}_{1s} + c_2\bar{a}_{2s} + \cdots + c_m\bar{a}_{ms}$$

である。この式は事業部長が価格 π_i を使用するならば現実のアクティビティ s の1単位のインプットに対して支払う量を表わしている。けだし式（6）において第1の式に π_1 を掛け，第2の式に π_2 を掛け，……，合計し，左辺に式(3)を当てはめると，

$$c_1\bar{a}_{1s}+c_2\bar{a}_{2s}+\cdots+c_m\bar{a}_{ms}=\pi_1a_{1s}+\pi_2a_{2s}+\cdots+\pi_ma_{ms} \qquad (7)$$

が得られるからである。かくて，式（7）から $c_1\bar{a}_{1s}+c_2\bar{a}_{2s}+\cdots+c_m\bar{a}_{ms}=\pi_1a_{1s}+\pi_2a_{2s}+\cdots+\pi_ma_{ms}$ であり，式（4）から $c'_s=\pi_1a_{1s}+\pi_2a_{2s}+\cdots+\pi_ma_{ms}$ であるから，$c_1\bar{a}_{1s}+c_2\bar{a}_{2s}+\cdots+c_m\bar{a}_{ms}=c'_s$ となる。しかるに $\bar{c}_s=c_s-c'_s$ であり，式（5）から $\bar{c}_s=\mathrm{Min}\,\bar{c}_j<0$ であるから，$c'_s=c_s-\bar{c}_s$ となり c'_s は c_s より必ず大きくなる。つまり，

$$c_1\bar{a}_{1s}+\cdots\cdots+c_r\bar{a}_{rs}+\cdots\cdots+c_m\bar{a}_{ms}>c_s \qquad (8)$$

を得る。式（8）はプロセス s が超過賃金を与えるという事実は m 個の古いアクティビティを使うより直接 s を操業する方が少ない賃銀ですむということを意味している。換言すれば，古い m 個のプロセスよりも s はもっとも効率的なアクティビティであることを示しているのである。

かくして事業部長はアクティビティ s を用いることを決定する。そしてあるアクティビティを負の水準で操業することはあり得ないから，プロセス s を導入する代りにプロセス r が掃き出される。けだし

$$\bar{b}_r/\bar{a}_{rs}=\mathrm{Min}\,\bar{b}_i/\bar{a}_{is} \qquad (\bar{a}_{is},\ \bar{a}_{rs}>0)$$

であるからである[(6)]。また，$\bar{a}_{rs}>0$ であるから，式（8）の $c_r\bar{a}_{rs}$ を右辺に移項

（6） いま，canonical 型を次のように表わす。

$$\begin{aligned}
x_1 \qquad\qquad &+\bar{a}_{1,m+1}x_{m+1}+\cdots+\bar{a}_{1j}x_j+\cdots+\bar{a}_{1n}x_n=\bar{b}_1\\
x_2 \qquad &+\bar{a}_{2,m+1}x_{m+1}+\cdots+\bar{a}_{2j}x_j+\cdots+\bar{a}_{2n}x_n=\bar{b}_2\\
&\ddots\\
x_m&+\bar{a}_{m,m+1}x_{m+1}+\cdots+\bar{a}_{mj}x_j+\cdots+\bar{a}_{mn}x_n=\bar{b}_m\\
(-z)&+\bar{c}_{m+1}x_{m+1}+\cdots+\bar{c}_jx_j+\cdots+\bar{c}_nx_n=-\bar{z}_0
\end{aligned}$$

x_s を $\bar{c}_s=\mathrm{Min}\,\bar{c}_j<0$ に対応する activity とすれば，

$$x_1=\bar{b}_1-\bar{a}_{1s}x_s$$

し，両辺を$-\bar{a}_{rs}$で割ると，

$$\{(c_1\bar{a}_{1s}+\cdots+c_{r-1}\bar{a}_{r-1,s}+c_{r+1}\bar{a}_{r+1,s}+\cdots+c_m\bar{a}_{ms}-c_s)/(-\bar{a}_{rs})\}<c_r \quad (9)$$

を得る。

式（9）における $c_1, c_2, \cdots, c_s, \cdots, c_m$ は新しい基底におけるアクティビティrによって代替するために要求される正確な重みづけであり，$c_1\bar{a}_{1s}/-\bar{a}_{rs}$は その際の第1のアクティビティの賃銀である。かくて式（9）の左辺は新しい基底におけるアクティビティをアクティビティrの単位水準によって代替する際の総賃銀を表わしている。しかるにc_rは実際のアクティビティrの単位水準の賃銀つまり限界賃銀である。それ故式（9）はアクティビティrは労働力の使用において新しい基底におけるそれより効率的に劣ることを表わしており，従ってこれが掃き出されることになる。

以上を要するに，実際に要求されるよりさらに少額の賃銀を要するプロセスが存在するならば，もとの組合せにこれらのプロセスの一つを代替することが可能であり，かつ，それによって労働のさらに効率的な使用が斉らされるのである。つまり本社は事業部長にできるだけ少額の賃銀を用いることを指示したことにより，事業部長は元々用いようと思っていたm個の一つのアクティビティの代りにアクティビティsを用いる生産計画を策定することが効率的なことが明らかになったのである。そしてこのアクティビティsを探求する過程は，

$$x_2=\bar{b}_2-\bar{a}_{2s}x_s$$

$$\cdots\cdots$$

$$x_m=\bar{b}_m-\bar{a}_{ms}x_s$$

$$z=\bar{z}_0+\bar{c}_sx_s \qquad (\bar{c}_s<0)$$

となり，もし$\bar{a}_{1s}$，$\bar{a}_{2s}$，$\bar{a}_{ms}$のうち負の値があるとx_sの増加につれて増加する一方となり，$x_s>\bar{b}_i/\bar{a}_{is}$となる。つまり$\bar{b}_i$のうち負のものは無視して $\underset{\bar{a}_{is}>0}{\mathrm{Min}}\dfrac{\bar{b}_i}{a_{is}}>0$ を作り，この最小値がx_sの限度となる。この場合$\bar{a}_{is}$がiの一つの値ではなく多くの値の場合に負であるなら，そのうちもっとも小さい値，これをrとすれば，その行の添字がrによって示される値によってx_sはきまる。その値をx_sとすれば，

$$x_s=\frac{\bar{b}_r}{\bar{a}_{rs}}=\mathrm{Min}\frac{\bar{b}_i}{a_{is}}\geqq 0 \qquad (\bar{a}_{rs}>0)$$

となる。

賃銀を労働力の価格という見地からもっとも効率的な価格を発見するステップとして把握されるであろう。すなわち，式（1）の事業部長の行列（A）にもし b_i が正なら財 i に関する彼の分け前を増加し，もし b_i が負なら財 i に関する分け前を減少することを内容とする仮のアクティビティを導入することを仮定してみよう。然るとき，かかるアクティビティは i 番目の行が1であることを除いてはすべてが0である列ベクトルによって表わされるであろう。かくして，このアクティビティによって最終段階の基底アクティビティに代替する賃銀は式（4）によって π_i である。つまり π_i は労働価値であり，財 i の付加1単位によって置き換えられる労働力の価格を表わすのである。

かくて次に事業部長の策定した生産計画が賃銀額のもっとも少ないそれであるかどうかを考える。この事業部長は式（10）を満足する $x^0=(x_1{}^0, x_2{}^0, \cdots, x_n{}^0)$

$$\begin{aligned} &Ax^0=b \\ &cx^0=z^0 \qquad (x^0{}_j \geqq 0) \end{aligned} \tag{10}$$

の一組のアクティビティ水準と，$\pi^0=(\pi_1{}^0, \pi_2{}^0, \cdots, \pi_m{}^0)$ の一組の価格とから成る計画を策定することになる。この場合，各アクティビティに対する超過賃銀は

$$\bar{c}_j{}^0=c_j-\sum_{i=1}^{m} a_{ij}\pi_i{}^0 \geqq 0 \tag{11}$$

であり，もし

$$\bar{c}_j{}^0=c_j-\sum_{i=1}^{m} \pi_i{}^0 a_{ij} > 0 \quad \text{なら} \quad x_j{}^0=0 \tag{12}$$

である。

さて，$\bar{c}_0=(c-\pi^0A)=(\bar{c}_1{}^0, \bar{c}_2{}^0, \cdots, \bar{c}_n{}^0)$ と書くと，式（10）から

$$\bar{c}^0x^0=(c^0-\pi^0A)x^0=z^0-\pi^0b \tag{13}$$

を得る。z^0 は式（10）によって事業部長の計画の総賃銀である。しかし式（12）によって $\bar{c}x^0=0$ であり，それ故に

$$z^0=\pi^0b \tag{14}$$

となる。

$x=(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ を他の実行可能計画とし，z をその賃銀額であるとすると

$$\begin{aligned} &Ax=b \qquad (x_j \geqq 0) \\ &cx=z \end{aligned} \tag{15}$$

いま $Ax=b$ の両辺に π^0 を掛けると $\pi^0 Ax=b\pi^0$ となるからこれを $cx=z$ から引き，式 (14) を当てはめると

$$\begin{aligned} &(c-\pi^0 A)x=z-\pi^0 b=z-z^0 \\ or \quad &\sum_j \bar{c}_j{}^0 x_j=z-z^0 \end{aligned} \tag{16}$$

を得る。式 (12)，(15) によって式 (16) の左辺は非負の項目の合計であり，したがって $z \geqq z^0$ であ。かくて事業部長の策定した生産計画がもっとも少ない賃銀を持つものであることが証明された。

次に事業部長によって策定された価格がもとの生産問題を primal とした場合の dual であることを証明する。

まず，事業部長によって策定された価格はもっとも賃銀の少ないものであったから，

$$\pi A \leqq c \tag{17}$$

が成立する。次に，前述の如くあらゆるアクティビティに支払われる総賃金量は

$$z^0=cx^0=\pi b \tag{18}$$

の関係にある。

式 (17) の j 番目の式に $x_j{}^0$ を掛け合計すると，式 (19) を得る。

$$\pi_1 \sum_{j=1}^n a_{1j}x_j{}^0+\pi_2 \sum_{j=1}^n a_{2j}x_j{}^0+\cdots+\pi_m \sum_{j=1}^n a_{mj}x_j{}^0 \leqq \sum_{j=1}^n c_j x_j{}^0 \tag{19}$$

この関係を式（1）に適用する。$b_i=\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j{}^0$ $(i=1, 2, \cdots, m)$ とおくと，

$$\pi_1 b_1+\pi_2 b_2+\cdots+\pi_m b_m \leqq c_1 x_1{}^0+c_2 x_2{}^0+\cdots+c_n x_n{}^0 \tag{20}$$

を得る。

かくて式 (17) を満足する任意の π に対して $\pi b \leqq cx^0$ であり，事業部長によ

って発見された価格 π^0 は $\pi^0 b = cx^0$ を満足する。よって π^0 は制約式（17）のもとに πb を最大にする。それ故 $\pi = \pi^0$ は双対ＬＰ問題すなわち式（21）の最適解である。

$$\begin{aligned} &\pi A \leqq c \\ &\pi b = v \ (\text{Max}) \end{aligned} \qquad (21)$$

primal と dual の関係を転置記号 ′ をつけて整理すると次のようになる。

primal…$Ax \geqq b$，$x \geqq 0$ なる条件のもとで $c'x$ を最小にせよ。

dual…$A'\pi \leqq c$，$\pi \geqq 0$ なる条件のもとで $b'\pi$ を最大にせよ。

以上が Dantzig のＬＰにおける価格概念の要旨である。そしてそこにおける重要点は次の二つの問題にあると考えられる。すなわち第１は式（５）における次期基底選択の問題と，第２は式（21）によって $Ax \geqq b$，$x \geqq 0$ のもとで $c'x$ を最小ならしめる x の値を求める問題に対し，$A'\pi \leqq c$，$\pi \geqq 0$ のもとで，$b'\pi$ を最大ならしめる π の値を求める問題が対応し，かつ後者の意味は各アクティビティにおける限界利潤が正ではないという条件のもとでは $\pi'b$ すなわち事業部支出を最大ならしめよ，という問題である。すなわち事業部長が自己の事業部における労働力の使用を最小にしようとすることは，同時に価格機構を通じての市場機構によってバックアップされることが必要であることを物語っている。

かくてわれわれは次にこの二つの問題について考察する。

III

まず，第１の問題であるが，シンプレックス法と云うのは元来方程式を解く原理と変数を選択する原理とから構成されている。方程式を解く原理は要するに基底逆行列を求める過程であり，変数を選択する原理は変数を一つ一つとりあげて shadow cost によって評価する過程である。われわれの目的とするシンプレックス法における価格概念は当面後者に関係する。すなわち，式（５）によって $c_j - c'_j$ つまり限界賃銀と現在基底の賃銀をくらべてみて，限界賃銀ベクトルの中に現在基底賃銀より効率的に勝るものがあればその基底変数を次の基底に採用することになるが，式（５）の π_i を経済学では shadow cost と称し

ている。この shadow cost は現実の市場で成立する価格とは異なり，あくまでもシンプレックス表における計算上の価格であるから，これを計算価格ともいう。かくてシンプレックス法における変数を選択する原理は現在基底に属していない変数に対して，その計算価格を算定し，そのなかでもっとも効率的な変数を選択することを内容とし，われわれがこれを shadow cost によって評価する過程であると述べた所以である。つまりシンプレックス法における価格概念は最初，変数選択における計算価格として示現する。

この計算価格としての shadow cost は opportunity cost とともに判定要素を形成する。すなわち opportunity cost は失われた機会からの利益であるが，この shadow cost は現在利益を招来せしめる要因であり，この差が判定基準である。つまりシンプレックス判定基準は opportunity cost の変形としての shadow cost によって変数を選択することをその内容としていることが分かる。

このことについて Simon と Dean は次のように云う。まずサイモンは「合理的意思決定 (rational decision-making) とは代替可能行為を判別基準 (criteria) によって選択することを意味し，判別基準は意思決定の行動前提 (behavior premises)から形成されている。そしてこの行動前提はまず事実的前提(factual premise) から成り，この事実的前提によって与えられる諸手段 (means) を結合することによって，次の行動前提たる価値的前提 (value premise) によって定まる目的 (goals) を達成することであり，この目的は価値の体系 (value system) ないし効用曲面 (utility surface) によって選考される」[7] と述べている。ここに事実的前提とは技術に関する情報であり，価値的前提とは，組織の目的である。つまり Simon の言う事実的前提とはＬＰシステムにおける技術係数であり，価値的前提とはＬＰシステムにおける目的関数に関する判定要素と見ることができる。そしてこれらから形成される判別基準の内容は次の Dean の言葉によってさらに闡明となる。すなわち，「現在の行動がよいかどうかは，現在その行動をとったために犠牲になった代替的行動からの利益を考慮に入れ

(7) H. A. Simon, *Administrative Behavior*, 1947, pp. 45—60.

ないとわかるものではない。例えば，織物会社が原料系を自家製造している場合，自家製造がよいかどうかはもしこの原料系を自家用に使わないで市販したときの利益を考えて，はじめてわかるのである。すなわちこの場合の原料系を自家製造する場合の原価は市販したときの利益であって，この利益以上のものがないと原料系の自家製造はやはりよかったとは判断できないのである。[(8)]」この失われた機会からの利益つまり opportunity cost が意思決定における枢要である。

以上を要するに Simon の云う合理的意思決定とは事実的前提によって目的の達成に関連する技術情報を形成し，かつ価値的前提によって最終目的の選択に関連する経済情報を形成することにより，これらの織りなす相互依存のなかからまず価値的前提によって当面の目標の企業目的への適合性が問われ，その評価に及第すれば選択された当面の目的とその意思決定に含まれる事実的前提の合理性が問題となることになる。このことはシンプレックスで演算において，まず第 1 表の判定基準によって企業目的にもっとも合致したアクティビティつまり単位当り利潤のもっとも大きい変数を選択することからはじまり，次にこの変数を基底にとり入れて新しい技術係数を作成していく手順と一致していると見ることができるのである。そして新しい変数の選択は Dean の云う opportunity cost によって，より詳しくは機会原価の変形としての shadow cost によって変数を一つづつ評価していく過程であり，ここに Simon や Dean は同じことを文章によって記述し， Dantzig は数式によって表現したと云えるのである。ここでわれわれの主張したいことは，シンプレックス表演算は無味乾燥な単なる計算手順や形式として見るのではなく，その底に流れる上述の如き経済的意味を看取することが極めて大切であり，このことは換言すれば経済や経営の命題は数学の広義定理に帰着することが多いことを認識することが必要であるということである。

かくしてシンプレックス法における計算価格は変数を選択する際の判定基準

(8) J. Dean, *Managerial Economics*, 1951, p. 259.

として重要な働らきをすることが明らかとなったが，次の問題はこの計算価格はとりもなおさず dual の最適解であり，しかも分権企業における各自律単位の利己的行動が自由競争場裡に調整せられたる時，安定的に収束する値が各自律単位の dual の最適解の値であることを考察することである。かくてわれわれは第２の問題に至る。

この第２の問題については既に古瀬教授の有益な研究があるので[9]，われわれもそれを参考にしつつ考察をすすめよう。まずＬＰの primal と dual の問題を考察するにはそれを鞍点問題に還元して分析すると便利である。すなわち，Lagrange 関数が $x=x^0$ で最大値をとりその時の Lagrange 乗数を $\pi=\pi^0$ とすると，このとき

$$
\begin{aligned}
F(x^0 \mid \pi^0) &= \max_x F(x \mid \pi^0) \\
&= f(x^0) = F(x^0 \mid \pi) \\
&\leqq \max_x F(x \mid \pi)
\end{aligned}
$$

$$\therefore\quad F(x^0 \mid \pi^0) = \min_\pi \max_x F(x \mid \pi)$$

すなわち，

$$f(x) \rightarrow \max$$

$$s.t.\quad g_i(x) = c_i \qquad (i=1, \cdots, m)$$

を満足する点 x は，Lagrange 関数における鞍点として与えられるのである。

しかるとき次の定理が成立する[10]。

〔定理〕非負の最大変数 $x \equiv (x_1, \cdots, x_l) \geqq 0$ ，と非負の最小変数 $\pi \equiv (\pi_1, \cdots, \pi_m) \geqq 0$ の双一次形式 $\phi(x, \pi)$ に対して，非負ベクトル (x^0, π^0) は

$$\phi(x^0, \pi^0) = \underset{x \geqq 0}{\mathrm{Max}}\ \underset{\pi \geqq 0}{\mathrm{Min}}\ \phi(x, \pi) \tag{22}$$

(9) T. kose, *Solutions of Saddle Value Problems by Differential Equations*, Econometrica, Jan. 1956, pp. 59—70. 古瀬大六稿，活動分析における価格分析，日本評論新社「経済活動分析」昭和32年，のうち。

(10) この定理の証明については，前掲論文 *Solutions of Saddle Value Problems by Differential Equations* を参照のこと。

である。このとき微分方程式の次のシステムのあらゆる解はいかなる任意の非負初期解から出発しても必ず$\phi(x,\pi)$における鞍点に収束する。

$$\left.\begin{array}{l}\dot{x}=-\delta(x)\{\phi_x+d\phi_x/dt\}\\ \dot{\pi}=\quad\delta(\pi)\{\phi_\pi+d\phi_\pi/dt\}\\ \text{ただし}\\ \delta(x_i)=\begin{cases}0 & \text{if}\quad x_i=0\quad\text{and}\quad \phi_{x_i}>0\\ 1 & \text{otherwise}\end{cases}\\ \delta(\pi_j)=\begin{cases}0 & \text{if}\quad \pi_j=0\quad\text{and}\quad \phi_{\pi_j}<0\\ 1 & \text{otherwise}\end{cases}\end{array}\right\}\qquad(23)$$

式 (23) は簡単に

$$\dot{x}=G(-\phi_x)=G(A'\pi-c)\qquad(24)$$

$$\dot{\pi}=G(\phi_x)=G(b-Ax)\qquad(25)$$

と書ける。つまり，前述の如く

$Ax\geqq b$, $x\geqq 0$ で $c'x$ を最小にする問題と，$A'\pi\leqq c$; $\pi\geqq 0$ で $b'\pi$ を最大にする問題とは，

$$\phi(x,\pi)\equiv c'x+\pi'(b-Ax)\qquad(26)$$

の非負鞍点 (x^0, π^0) を求める問題と恒等であり，式 (26) の各項を移項して，式 (23) の右辺を $G(-\phi_x)$ ならびに $G(\phi_\pi)$ とおけば，式 (24)，(25) が得られる。

式 (24) は事業部の利潤極大化の行動原理つまり各アクティビティの操業度は限界利潤 $A'\pi-c$ に比例することをあらわし，式 (25) は自由市場の価格の運動法則つまり需要超過 $b-Ax>0$ なら価格は上昇し，供給過剰つまり $b-Ax<0$ なら価格は下落することをあらわしている。かくしてＬＰの dual の解が自由競争的な需要・供給の結果招来される価格と一致すること，換言すれば，ある経済主体の利潤極大化行動をあらわすモデルの解と，自由市場における価格の運動法則をあらわすモデルの解とは恒等であり，このことは前述の事業部長の生産資源に対する価格を公正に設定することが，とりもなおさず資源の合理的配分を斉らすものであるとした所以を表わしているのである。

以上の如くしてLPにおける計算価格はまず最適基底を選択する際のshadow cost として機能し，しかもこれが dual の最適解としてその財の自由競争下における価格と一致する性格を明らかにしてきたのである。しかるが故に前節における事業部長が究極的に双対価格をさがし求めたことは計算価格の叙上の性格によるものと首肯されるところであろう。

IV

以上においてわれわれは Dantzig の所論を検討することにより重要点を2点導出し，計算価格は shadow cost として機能することならびにその価格は自由競争下における妨げなき需要と供給により決定される価格と一致することを明らかにした。そしてこれらのことは本稿冒頭に記した Dean の言葉の内容を意味することをわれわれは見落してはならない。すなわち Dean は前述の如く事業部制の要件としてプロフィット・センターの確立と競争的移転価格の設定とを主張したが，プロフィット・センターの確立とは事業部という自由裁量主体の独立採算制を指し，そこにおける生産資源・中間製品・完成品の価格設定も上部機関よりの圧力はすべて排して自由であり，競争的移転価格の設定とは移転価格つまり事業部間における財の引渡価格，換言すれば，振替価格ないしここに云う計算価格の設定において自由な競争を前提とすることを指している。こうした自由競争においてはじめて財の合理的配分を可能ならしめる価格が設定されるのであり，かかる価格によって企業内経済管理の運営をスムーズに行おうとする趣旨が Dean の前言にほかならないのである。

これらのことは前述の例題の如く事業部ＬＰの dual のみを考えるのではなく，本社で管理する全社的共通資源をも考慮しこのＬＰの dual を導入するとさらに納得されるところである。すなわち，事業部の生産計画に対し本社で計算するこの全社的共通資源の計算価格を事業部に通知し，事業部はこの通知された計算価格に基づいて原価計算をやり直して生産計画を改訂する。そして改訂した生産計画を本社に通知する。本社では最適性判定基準に照らして最適解でない場合には，この改訂された生産計画を次の基底にとり入れて再び計算価

格を計算し事業部に通知する。この過程をくり返すことにより，企業全体として調和のとれた生産計画に達することができるのである。まさに計算価格によって事業部が統制されるさまが歴然としてくるであろう。かく解することによって本稿冒頭に述べた Dean の言葉の意味が明確となるのである。

かくして経営の計算価格はシンプレックス表に表われるシンプレックス乗数つまり双対価格として把握することが科学的に妥当であることをわれわれは主張する。けだし，従来の振替価格の設定論は例えば商議（negotiation）によって市価基準に照らしてきめる[11]とか，あるいは限界原価基準によってきめる[12]とか百家争鳴の感があるが，いずれも客観的妥当性に欠けていたり実践性に乏しいものであった。しかるにひとたび生産計画がＬＰによってモデル化されれば，計算価格は自動的に客観的に設定され，その内容は以上論じてきた性格を具備するものとして分権的企業を最適なコースに沿わせる働きを有し，まさに経営の価格による管理が全うせられるのである。

以上示したように Dean の理論と Dantzig の理論との間には極めて密接な論理的関連があり，われわれはそれを発掘することにより Dantzig の展開する数式の根底に存在する経済的意味が明瞭となり，科学的に算定された計算価格こそが事業部制を成功せしめる槓杆となることを主張することができるのである。

(11) Cf., *Digest of N. A. C. A. Research Report-Accountimg for Intracompany Transfers*, *N. A. C. A. Bulletin*, June 1956.

(12) J. Hirshleifer, *On the Economics of Transfer Pricing*, The Journal of Business, Vol. xxlx, No. 3.