報酬率規制下における規模の経済と企業の最適投資・雇用政策

阿部文雄
片山誠一

I　はじめに

私的独占企業に対し政府による報酬率規制がなされた場合，過剰投資 (over-capitalization) が生じるか否かといういわゆる「A－J 論争」に関して，Dechert(1984)は，計画期間が無限大のケースについて，Peterson and Weide(1976) および El-Hodiri and Takayama (1981) とはやや異なったモデルを構築し，動学モデルにおいては必ずしも過剰投資が生じないことを主張している。彼による主たるモデルの修正点とは，(1)問題の対象となる企業は独占企業であるから，その生産関数は，規模の経済 (increasing returns to scale) が妥当する部分を含むと想定すべきであること，および，(2)問題における「不決定性 (indeterminacy)」を回避するために，追加的仮定 $Q \leqq F(K, L)$ を設定したことの 2 点である。

小論の目的は，Dechert (1984) によって修正されたモデルにおける企業の最適投資・雇用政策を検討することである。まず上記(1)の点に関して，Dechert (1984)は，規模の経済のモデルへの導入が，過剰投資を不可避とするA－J命題の「非成立」に決定的な役割を演ずると主張している。これに対して我々は，Katayama and Abe (1987) において，生産関数ないし収入関数の形状はA－J命題にとっての決定的要因ではなく，収入関数が凹であるという伝統的な仮定のもとでも必ずしもA－J効果が生じないことを示した。とはいえ，規模の経済のモデルへの導入が，企業の最適投資・雇用政策にどのように関わるのかとい

う点はそれ自体きわめて重要な問題であり，以下の諸節で明らかにされるように，Dechert (1984) の分析には若干疑問点があることを指摘したい。とりわけA－J命題の成立を1つの結果として含むいくつかの可能な最適経路のパターン分けが，究極的にどのような状況もしくは条件の下で決定されるのかということを明らかにする。

次に(2)の点，すなわち $Q \leqq F(K, L)$ という追加的な仮定の導入がモデルの中で果たしている役割に関して，Dechert (1984) は，その雇用政策への影響については詳述しているが，他方その最適投資経路との関連性については必ずしも明らかにしていない。そこで Dechert による上記第2の修正点，すなわち，効率的に生産されたものがすべて即時的に販売されるという仮定を緩め，非効率的生産あるいは生産物の廃棄処分 (free disposal) を許すという仮定の意味について検討する。[(1)] 特にこのようなモデルの修正が，雇用水準の決定に関する Peterson and Weide (1976) および Katayama and Abe (1987) の結果，および最適投資経路の決定とどのように関連づけられるかを検討する。

次節以下の構成は次の通りである。II節では，Peterson and Weide (1976) および El-Hodiri and Takayama (1981) によって定式化されたモデルに Dechert (1984) による修正を施したモデルが説明される。III節では，とくに最適雇用政策に焦点があてられ，報酬率規制下の企業の最適雇用水準がどのように決定されるかを検討する。IV節では，企業の最適投資政策を検討し，さまざまな公正報酬率の水準に対応していくつかの最適投資政策のパターンが存在することを示す。V節では，公正報酬率の変化が最適投資政策および長期均衡資本ストックにどのような影響を及ぼすかという問題について比較動学分析がなされ，VI節は以上の要約と結論である。

---

(1) Dechert は，不等号制約 $Q \leqq F(K, L)$ の定式化に際して，Q を産出量と呼び，制御変数であるとしている。従って企業は，不等号制約 $Q \leqq F(K, L)$ を満たす範囲で産出量水準を決定できることになる。この時 $F(K, L)-Q$ は，生産物としては実現しないことになり，その意味で Dechert はこれを非効率的生産と考えた。しかし，Q を販売量と考え，生産物の廃棄処分 (free disposal) を想定することもできよう。どちらの解釈をとっても分析結果に差異は生じない。小論では，Q を販売量と定義して分析を進める。

II　モデル

さて，Peterson and Weide (1976) および El-Hodiri and Takayama (1981) によって定式化されたモデルに Dechert (1984) の上記2つの修正を施した問題は次のように示される。

$$\underset{L,\ Q,\ I}{\text{Maximize}} \int_0^\infty \{R(Q(t)) - wL(t) - C(I(t))\} e^{-\delta t} dt \tag{1}$$

subject to

$$R(Q(t)) = P(Q(t))Q(t) \tag{2}$$

$$\dot{K}(t) = I(t) - \alpha K(t),\ K(0) = K_0 (> 0) \tag{3}$$

$$Q(t) \leqq F(K(t),\ L(t)) \tag{4}$$

$$sK(t) - R(Q(t)) + wL(t) \geqq 0 \tag{5}$$

ここで，Q は販売量，K は資本ストック（K_0 は初期資本ストック），L は雇用量，I は粗投資である。また関数 $P(Q)$，$F(K,\ L)$ および $R(Q)$ は，それぞれ逆需要関数 (inverse demand function)，生産関数および収入関数である。ここで，$P'(Q) < 0$ が仮定される。また収入関数は販売制約(4)が有効 (binding) である時，$R(Q) = R(K,\ L)$ と示されるが，その場合 $R(K,\ L)$ は $R_K > 0$，$R_L > 0$ を満たし，K および L（いずれも正を仮定）に関して，厳密に凸の部分と厳密に凹の部分があると仮定される(2)（第III節参照)。関数 $C(I)$ は，いわゆる調整費用関数であり，$C(I) > 0$，$C'(I) > 0$，$C''(I) > 0$ for $I > 0$ および $C(0) = 0$ が仮定される(3)。さらに，パラメータ，α，w，δ は，それぞれ資本減耗率，賃金率，割引率を表しており，すべて正であると仮定される。そして，s が政府によって設定される公正報酬率 (fair rate of return) である。

さて上記の問題は，資本蓄積方程式(3)および2つの制約条件式(4)(5)を満たす

---

(2)　Decherst (1984) では，生産関数 $F(K,\ L)$ は L の小さな値に対して凸，L の大きな値に対して凹であると仮定されている。なお，収入関数 $R(K,\ L)$ も $F(K,\ L)$ と同じタイプの非凹性を有すると仮定されている。第3図参照。

(3)　なお Dechert (1984) では，投資費用を投資財自体の購入費用とその設置費用 (installation cost) の2つに明示的に分けて定式化しているが，分析結果に本質的な差はでてこない。

最適な雇用量 $L(t)$，産出量 $Q(t)$ および粗投資 $I(t)$ の時間経路を求めようとするものである。このモデルが Peterson and Weide（1976）および El-Hodiri and Takayama（1981）によって定式化されたモデルと異なる点は，まず不等号制約(4)式であり，そこで販売量 Q を制御変数としたこと，および生産関数が規模の経済の妥当する部分をもつとしたことである。なお小論においては，計画期間が無限大であるケースに分析を限定する。

さて，この問題に最適解（内点解）が存在すると想定する時，最適解の満たすべき必要条件は，次のように示される。(4)

$$\dot{K}(t) = I(t) - \alpha K(t),\ K(0) = K_0 \tag{3}$$

$$\dot{q}(t) = (\alpha+\delta)q(t) - \mu(t)s - \theta(t)F_K(K,\ L) \tag{6}$$

$$(1-\mu)R'(Q) - \theta = 0 \tag{7}$$

$$(1-\mu)w - \theta F_L(K,\ L) = 0 \tag{8}$$

$$q = C'(I) \tag{9}$$

$$\mu \geqq 0,\ \mu(sK - R(Q) + wL) = 0,\ sK - R(Q) + wL \geqq 0 \tag{10}$$

$$\theta \geqq 0,\ \theta(F(K,\ L) - Q) = 0,\ F(K,\ L) \geqq Q \tag{11}$$

なお横断条件，

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\delta t}q(t) \geqq 0,\ \lim_{t\to\infty} e^{-\delta t}q(t)K(t) = 0 \tag{12}$$

が満たされていると仮定される。ここで，$q(t)$ は(3)式に対応した補助変数（資本ストックのシャドープライス）であり，また，$\theta(t)$ および $\mu(t)$ は，それぞれ(4)および(5)式に対応したラグランジュ乗数である。さらに，不等号制約式が制御変数を含まない形で課される場合の十分性定理を考慮して，次のような「跳躍条件 (jump condition)」を想定する。(5)

---

(4)　(6)〜(9)式の導出は次のようになされる。今ラグランジュ関数を，$W = R(Q) - wL - C(I) + q(I - \alpha K) + \mu(sK - R(Q) + wL) + \theta(F(K,\ L) - Q)$ と置く時，(6)式は $\dot{q}(t) = \delta q(t) - \partial W/\partial K$ から，(7)式は $\partial W/\partial Q = 0$ から，(8)式は $\partial W/\partial L = 0$ から，そして(9)式は $\partial W/\partial I = 0$ からそれぞれ導出される。なお，この問題に対する制約想定 (constraint qualification) は，例えば，Takayama（1985，p. 648）の Lemma（iv）を適用すると，制約条件(4)(5)式が有効な時，$R'(Q)F_L - w \neq 0$ ならば満たされることが分かる。

(5)　Seierstad and Sydsaeter（1977）あるいは Kamien and Schwartz（1981）などを参照。

$$q(\tau^{+}) = q(\tau^{-}) - b[s - R_K(K(\tau),\ L(\tau))],\ b \geqq 0 \tag{13}$$

ここで τ は，最適経路が切り換え点に到着する，すなわち補助変数 $q(t)$ が不連続となる時刻である。

III　企業の最適雇用政策

この節では企業の雇用政策について，とくに $Q \leqq F(K,\ L)$ という追加的な仮定の導入がモデルの中で果たしている役割を考慮しつつ検討する。まずそのための準備として，$Q = F(K,\ L)$ が満たされている場合の(平均)資本収益率関数 $\rho(t) = \rho(K,\ L)$ の構造を検討しておく。この場合 $\rho(K,\ L)$ は次の式で定義される。

$$\rho(K,\ L) = \frac{R(K,\ L) - wL}{K} \tag{14}$$

さて K を一定に保ちながら(14)式を L に関して微分することにより次のことが分かる。

$$\frac{\partial \rho(K,\ L)}{\partial L} = \frac{R_L - w}{K} \gtreqless 0 \quad \text{as} \quad R_L \gtreqless w \tag{15}$$

$$\frac{\partial^2 \rho(K,\ L)}{\partial L^2} = \frac{R_{LL}}{K} \tag{16}$$

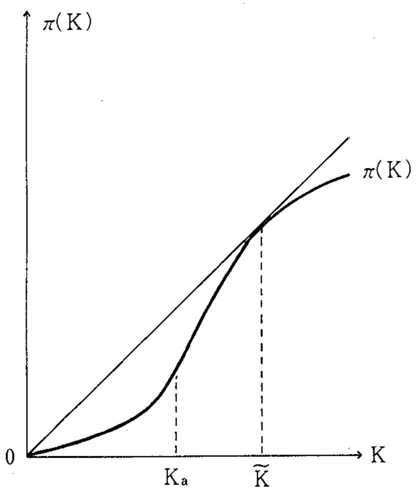
ここで $R(K,\ L)$ についての非凹性の仮定(脚注2参照)により，R_{LL} は，L の小さい値に対して正，L の大きい値に対して負であるから，資本収益率関数 $\rho(K,\ L)$ は，L に関して極小値と極大値をもつことになる。そこで今，

$$\pi(K) = \max_L\,[R(K,\ L) - wL]$$

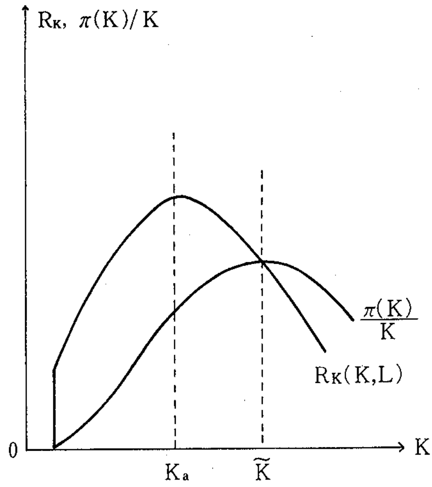
と置く。この時 $\pi(K)$ は資本ストックの各水準に対して，可変的生産要素 (L) を最適に調整した後の短期的な最大収益（利潤）を表している。

さて K が増加する時，企業の短期利潤 $\pi(K)$，（平均）資本収益率 $\pi(K)/K$ および資本の限界収入生産物 $R_K(K,\ L)$ がどのように変化するかは，収入関数の形状等によって一様ではないけれども，ここでは Dechert(1983, 1984)に従って第1図(a)(b)のように示されると想定する。[6]

(6)　Dechert（1983, p. 70）の Fig. 1 および Dechert（1984, p. 8）の Fig. 1, 2 などを参照。



〔第1図(a)〕



〔第1図(b)〕

さて第1図(b)から明らかなように，平均資本収益率 $\pi(K)/K$ は，ある資本ストック水準 $(\tilde{K})$ において最大となる。すなわち，

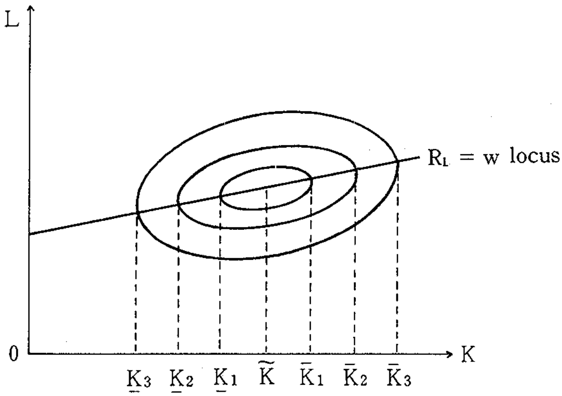
$$\left.\frac{d(\pi(K)/K)}{dK}\right|_{R_L=w} \gtreqless 0 \quad \text{as} \quad K \lesseqgtr \tilde{K}$$

である。以上の考察をもとに，第2図のような制約等高線を得る。これは，(K, L, q)—空間における平面 $q=s/(\alpha+\delta)$ で，（平均）資本収益率曲面を切断することによってできる超平面を (K, L)—平面に投射したものである。ここで第2図 $R_L=w$ locus は，所与の資本ストック水準に対して（平均）資本収益率の極大値をもたらす雇用量 L と，資本ストック K との組み合わせを描いたものである。(7)

(7)　なおこの $R_L=w$ locus が第2図において右上がりであることは次のように示される。まず $R_L(K, L)=w$ を K および L に関して全微分することにより次式を得る。

$$\frac{dK}{dL}=-\frac{R_{LL}}{R_{LK}}$$

ここで $R_L=w$ locus が L に関する極大値の軌跡であり，それゆえ $R_{LL}<0$ の領域で定義されていることを考慮すれば，この式が正であることを得る。



〔第2図〕 制約等高線

以上において，$Q = F(K, L)$が満たされている場合の(平均)資本収益率関数の構造を見てきたわけであるが，次に以上の考察をもとに，制約条件$Q \leqq F(K, L)$を考慮した場合の企業の最適雇用政策について考えてみよう。まず(7)および(8)式から，ラグランジュ乗数μおよびθの取りうる符号関係は次の3つのケースしかないことが分かる。なおここで，$R'(Q) > 0$が仮定される。[8]

(Ⅲ—ⅰ) $\mu = 0,\ \theta = R'(Q) > 0$

(Ⅲ—ⅱ) $0 < \mu < 1,\ \theta > 0\ (\theta/(1-\mu) = R'(Q))$

(Ⅲ—ⅲ) $\mu = 1,\ \theta = 0$

ケース (Ⅲ—ⅰ) $\mu = 0,\ \theta = R'(Q) > 0$

このケースは，報酬率規制(5)式が非有効でかつ，販売制約(4)式が有効なケースである。これは，例えば公正報酬率sの値が十分大きく，第2図に示されたような制約等高線が存在しない場合に妥当する。換言すれば，販売制約(4)式を含まないPeterson and Weide(1976)およびEl-Hodiri and Takayama(1981)において，報酬率規制(5)式が非有効なケースに帰着される。この場合(7)および(8)式から，

(8)　この仮定については，例えば，Takayama (1969, p. 257, footnote 9) 参照。

$$R'(Q)F_L = w \tag{17}$$

が成立する。(11)式より $Q = F(K, L)$ であることを考慮すると，$R'(Q)F_L$ は「労働の限界収入生産物」を意味することになり，それゆえ(17)式は規制が存在しない場合の，周知の独占企業の雇用決定に関する最適条件であることが分かる。なおこの時，企業の最適雇用量がすでに述べた $R_L = w$ locus 上の点で決定されることは明らかである。

ケース（III－ii）$0 < \mu < 1,\ \theta > 0$　〔$\theta/(1-\mu) = R'(Q)$〕

このケースでは，μ および θ がともに正であるから，制約条件(4)(5)式がともに有効である。さらにこの場合にも，ケース（III－i）と同様に，(7)および(8)式から(17)式が成立する。従って，計画期間中のある時点においてこのケースが妥当する状況が生じたとすれば，公正報酬率 s および賃金率 w を所与として，Q，K および L は，連立方程式，

$$sK - R(Q) + wL = 0 \tag{18}$$

$$Q = F(K, L) \tag{19}$$

$$R'(Q)F_L = w \tag{17}$$

の解でなければならない。またこの時，$Q = F(K, L)$ が成立しているので，$R(Q) = R(K, L)$ となるから，販売量 Q は独立変数ではない。かくて(17)(18)および(19)式を満たす K および L は，第2図制約等高線と $R_L = w$ locus の交点（$\underline{K}$ と $\bar{K}$）に対応することになる。すなわちこのケースは2つの切り換え点 $\underline{K}$，$\bar{K}$ においてのみ成立する。(9) なお，さまざまな s に対して(17)(18)および(19)式を満たす K，L および Q の集合を考えることができる。すなわち，

$$V = \{(K, L, Q; s) : R'(Q)F_L = w,\ sK - R(Q) + wL = 0,\ Q = F(K, L)\} \tag{20}$$

あるいは，

$$V' = \{(K, L; s) : R_L(K, L) = w,\ sK - R(K, L) + wL = 0\} \tag{21}$$

が，切り換え点の集合である。なおこの集合に含まれる $(K, L, Q; s)$ に対し

(9)　Katayama and Abe（1987，p. 6）参照。

てとくに $s/(\alpha+\delta)$ と資本ストック K との関係を示したのが後述する「切り換え曲線」(switching curve) である。

ケース（Ⅲ—iii）$\mu=1$, $\theta=0$

このケースは，報酬率規制(5)式が有効である一方，販売制約(4)式が非有効なケースである。すなわち非効率的な生産あるいは余剰生産物を廃棄処分にすることも可能なケースである。そこで，Dechert (1984, p. 10) が用いた方法を適用することによってこのケースを検討してみよう。(10) 計画期間中のある時点において，資本ストックが $K=K_1$ の水準にあるとしよう。今報酬率規制(5)式が有効であるケースを想定しているので，所与のある公正報酬率 s に対して，$K_1 \in (\underline{K}, \bar{K})$ である。従ってこの時，s と K_1 によって定まる短期利潤を実現させる Q と L の組み合わせは，次式を満たすように決定されなければならない。

$$R(Q)-wL = sK_1 \equiv a \text{（一定）} \tag{22}$$

なお，さまざまな短期利潤 a の水準に対して異なる Q と L の組み合わせが可能である。この組み合わせを以下「等収益曲線」と呼ぶことにしよう。(11) 第3図において，もし生産関数と等収益曲線が交わらない場合は，その水準の短期利潤が実行不可能であること，従って販売制約(4)式が満たされていないことを意味している。それゆえ報酬率規制(5)式が有効である一方，販売制約(4)式が非有効なケースは，生産関数と等収益曲線が交わっている状況に対応している。さて第3図第2象限において，所与の s および K_1 に対して，短期利潤 $sK_1=a$ を実現できる雇用水準は $[L_1, L_2]$ の範囲で示されることになる。このように最適雇用水準がある「範囲」で示されるというのが，Dechert (1984) によって示された結果である。これに対し，Peterson and Weide (1976) および Katayama and Abe (1987) の示した最適雇用水準は，第3図の点HおよびJの2点に対

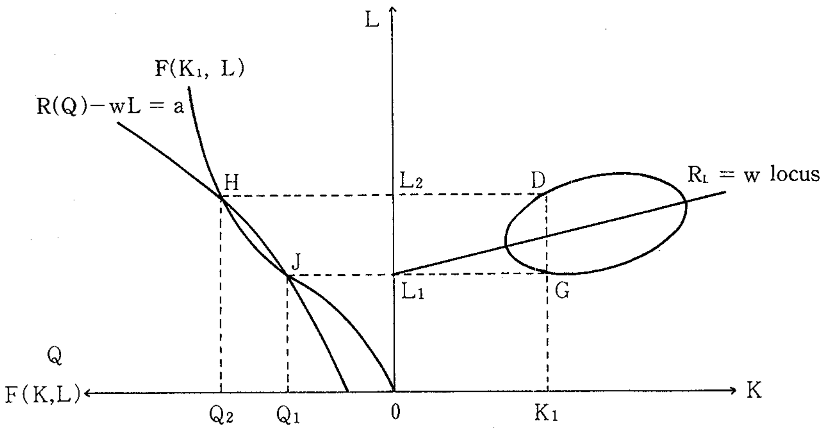
---

(10) Dechert (1984, p. 10, Fig. 3) 参照。

(11) (L, Q)—平面上における等収益曲線が，第3図のように右上がりの形状をしていることは，(22)式より，

$$\left.\frac{dQ}{dL}\right|_{a=\text{const}} = \frac{w}{R'(Q)} > 0$$

であることから分かる。なお，この等収益曲線のことを Dechert (1984, p. 9) は，$R(Q)\text{-}wL$ の水準曲線 (level curve of $R(Q)\text{-}wL$) と呼んでいる。



〔第3図〕

応する雇用水準であり，Dechert(1984)によって示された〔L_1, L_2〕の2つの端点 L_1 および L_2 にあたる。等収益曲線上の線分 HJ が線分 DG に対応することは明らかであろう。以上が Dechert（1984）による制約条件 $Q \leqq F(K, L)$ の導入の効果ないし意味である。(12) 言うまでもなく，このような状況はケース（III—i）および（III—ii）においては生じない。というのはケース（III—i）および（III—ii）においては，制約条件 $Q \leqq F(K, L)$ は有効（$\theta > 0$ でかつ $Q = F(K, L)$）であり，従ってその場合には，生産関数と等収益曲線の接点にお

(12) Dechert (1984) は，問題における「不決定性」を回避するために制約条件 $Q \leqq F(K, L)$ を導入すると述べているが，しかし彼はこの不決定性について具体的には何も説明していない。それが雇用決定に関するものであるのか，あるいは投資決定に関するものかは，必ずしも明らかではないが，Katayama and Abe (1987) において生ずるとされる最適投資経路が存在しないケースについては，彼の論文全体を通してまったく言及されていない点を考慮する時，雇用決定に関わるものと解釈するのが自然であろうと思われる。そしてその不決定性とは次のようなことであろうと思われる。すなわち，El-Hodiri and Takayama (1981)において，資本収益率に対する不等号制約が有効である時，ラグランジュ乗数 μ の値が1であるのか，あるいは1以外の正の値をとるのか特定化できないとして，モデルの外から $G_L = w$ が仮定されたことを念頭においているのであろうと。しかしながら，Peterson and Weide (1976) および Katayama and Abe (1987) が明らかにしているように，制約が有効の時，異なる2つの雇用水準が「決定」される。その意味で我々は，El-Hodiri and Takayama (1981) 同様 Dechert (1984) にも誤解があると判断せざるをえない。

いて最適雇用量が決定されるからである。

Ⅳ　最適投資政策

さてこの節では，収入関数 $R(K, L)$ の非凹性と不等号制約 $Q \leqq F(K, L)$ が加わった場合の企業の最適投資政策について考察する。一般に小論で考察するような不等号制約条件付最適制御問題には，制約条件の有効性に関連していくつかの可能な最適経路のパターンが存在する。そこでまず予備的考察として，報酬率規制が全計画期間を通じて非有効である場合と，逆に報酬率規制が全計画期間を通じて有効な場合の最適投資政策を検討し，それぞれのケースにおいて最適解がどのような運動を示すかを明らかにする。続いて分析の第二段階として，計画期間中に規制が有効である区間と非有効である区間をともに含み得る場合の最適投資政策を検討することにする。

ステップ1.

(イ)　報酬率規制が全計画期間を通じて非有効であるケース

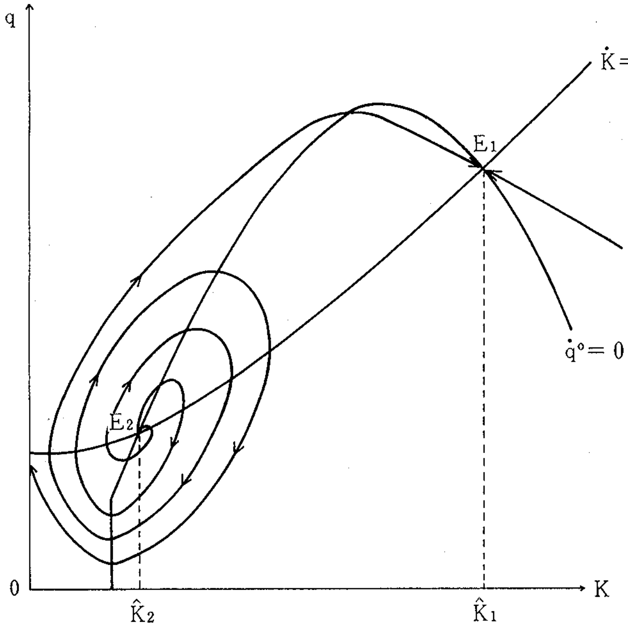
このケースは，公正報酬率 s が十分に高く設定された場合に生じるが，全計画期間を通じて前節Ⅲ—ⅰのケース，すなわち，$\mu = 0$, $\theta = R'(Q) > 0$ が成立する場合に妥当する。この時(6)式は，次のように示される。[13]

$$\dot{q}^0(t) = (a+\delta)q^0(t) - R'(Q)F_K(K, L) \tag{23}$$

ここで，$Q = F(K, L)$ であるから，$R'(Q)F_K(K, L) = R_K(K, L)$ が成立する。従って，今資本の限界収入生産物曲線が第1図(b)のように描かれているので，$\dot{q}^0 = 0$ 曲線は第4図のように示される。さて，Dechert (1984, p.6) や Davidson and Harris (1981) によって明らかにされているように，収入関数（あるいは生産関数）および調整費用関数の具体的形状によって，いくつかの状況が可能である。Dechert による第4図はそのなかの1つである。この場合，長期均衡点は2つ存在し，1つは不安定渦状点でありもう1つは鞍点である。

---

(13)　以下において，添字 ^{0}(*) は，規制されない経路（規制された経路）を示している。



〔第4図〕

以下においては，Dechert による第4図に基づいて分析を進める。(14)

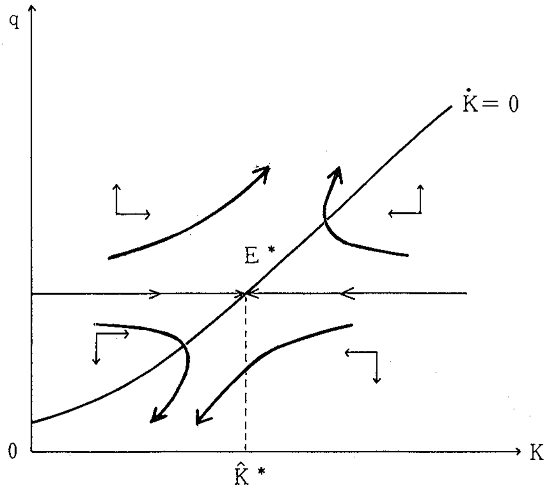
(ロ)　報酬率規制が全計画期間を通じて有効であるケース

このケースは公正報酬率 s が十分低く設定された場合に可能であるが，その場合全計画期間を通じて，前節のケース（III—iii）すなわち $\mu(t)=1$，$\theta(t)=0$ が成立する。この時，(6)式は次のように示される。

$$\dot{q}^*(t)=(\alpha+\delta)q^*(t)-s \tag{24}$$

すなわち，$\dot{q}^*=0$ 曲線は，q 軸上の高さが $s/(\alpha+\delta)$ の水平線で示される。長期均衡点 E^* は鞍点であり，横断条件(12)式を満たす最適経路は $\dot{q}^*=0$ 曲線に沿ってこの長期均衡点に収束する2本の安定経路で示される（第5図参照）。な

(14)　一方，Davidson and Harris (1981) は，小論で取り扱うモデルとは異なる文脈において，長期均衡点が3つ存在するケースを検討している。その場合2つの均衡点は鞍点であるが，残る1つは不安定渦状点となる。



〔第5図〕

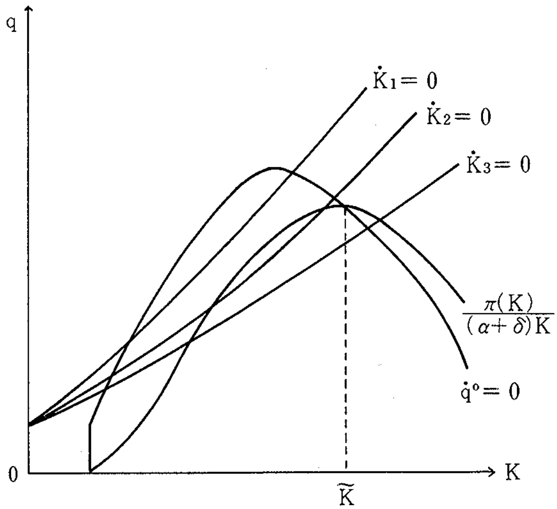
お，(24)式から明らかなように，この場合最適経路上での $q^*(t)$ の値は雇用水準に影響を受けない。換言すれば，最適投資経路は前節で述べた最適雇用政策から独立である。

ステップ2.　規制区間と規制されない区間の間で切り換えを含む一般的ケース

さて公正報酬率 s が十分に低く設定された場合，計画期間中に規制された区間と規制されない区間とが生じうるが，[15] すでに第III節で述べたように，区間〔$\underline{K}$, $\bar{K}$〕が規制区間であり，その生じ方はさまざまな s の値に依存する。ここでは，この規制区間〔$\underline{K}$, $\bar{K}$〕が (K, q)—平面においてどのように示されるかを考えてみよう。これを明らかにするのが切り換え曲線である。すなわち，第III節のケース（III—ii）が妥当するような，換言すれば，次式を満たすような $s/(\alpha+\delta)$ と資本ストック K との組み合わせで示される（第6図参照)。

$$\frac{s}{(\alpha+\delta)}=\frac{R(K,\ L)-R_L(K,\ L)L}{(\alpha+\delta)K}=\frac{\pi(K)}{(\alpha+\delta)K} \tag{25}$$

(15)　ここで規制された（されない）区間とは，報酬率規制(5)式が有効な（非有効な）資本ストック水準の領域という意味であり，以下規制（されない）区間と呼ぶことにする。



〔第6図〕

この時(25)式から明らかなように，規制区間〔$\underline{K}$, $\bar{K}$〕は，(平均)資本収益率を$1/(\alpha+\delta)$倍した曲線と高さ$s/(\alpha+\delta)$の水平線の2つの交点の間の区間で示される。

さて以上の考察をもとに，企業の最適投資政策を検討しよう。まず重要なことは，報酬率規制が課されない場合の長期均衡資本ストック$\hat{K}^0$, 全計画期間を通じて規制が有効な場合の長期均衡資本ストック$\hat{K}^*$，そして規制区間の上限$\bar{K}$および下限$\underline{K}$の4つの資本ストック水準の各値の大小関係である。後述するように，A-J効果が生じるか否かはこれらの関係に決定的に依存するからである。そしてこれら4つの資本ストック水準の各値の大小関係を決定するのは，

(1) 公正報酬率s

(2) $\dot{K}=0$曲線と切り換え曲線（$\pi(K)/(\alpha+\delta)K$曲線）の相互の位置関係

である。そこでまず，上記(2)の$\dot{K}=0$曲線と切り換え曲線の位置関係であるが，第6図に見られるように，(ⅰ)$\dot{K}=0$曲線と切り換え曲線が交わらないケースと，(ⅱ)両曲線が交わるケースが可能である。そこで以下，それぞれのケースにおいて，上記(1)の公正報酬率sの値が，4つの資本ストックの大小関係をど

のように決定づけるかを見，続いて得られた公正報酬率のそれぞれの領域ごとに最適投資政策の特徴を見ていくことにしよう。(16)

ケース（i）　$\dot{K}=0$ 曲線と切り換え曲線が交わらないケース

まずこのケースでは，報酬率規制 s の水準を次のような2つの領域に分けることができる（第7図参照）。

$$S_1=\{s:\hat{K}^*<\underline{K}\leqq\hat{K}^0<\bar{K}\}$$

$$S_2=\{s:\hat{K}^*<\hat{K}^0<\underline{K}<\bar{K}\}$$

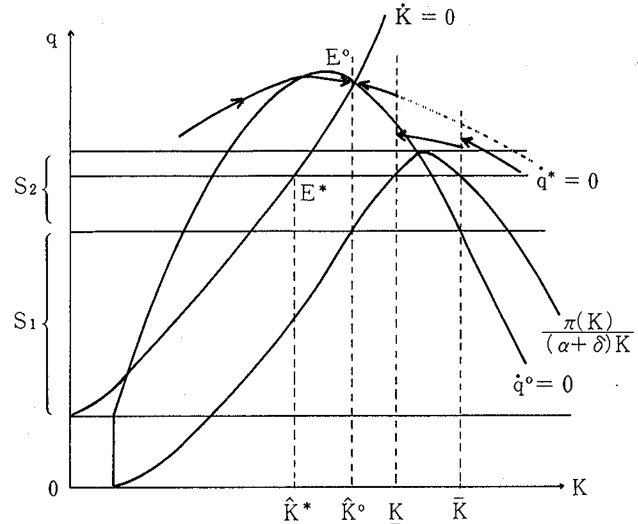
なお，公正報酬率 s が S_2 の領域より高く設定された場合には，規制区間が存在せず，従って最適経路は規制が課されないケースに帰着される。

まず $s\in S_1$ の場合には，長期均衡資本ストック $\hat{K}^0$ が，規制区間〔$\underline{K}$，$\bar{K}$〕の中にあり，他方，$\hat{K}^*$ が規制区間〔$\underline{K}$，$\bar{K}$〕の外にあるという状況である。このような場合，$\hat{K}^0$ および $\hat{K}^*$ は，長期均衡としてはともに到達不可能であり，従って無限の将来において E^0 あるいは E^* に収束する経路は存在しえないことになる。換言すれば，この場合横断条件(12)式を満たす最適経路は存在しない。

これに対して $s\in S_2$ の場合には，$\hat{K}^*$ は $s\in S_1$ の場合と同じ理由で到達不可能であるが，$\hat{K}^0$ は規制区間の外にあるので到達可能であり，実際最適経路はすべてこの $\hat{K}^0$ の水準に収束する（第7図参照）。そこで，初期資本ストック K_0 がさまざまな値をとる時，最適経路がどのように示されるかをみてみよう。まず，初期資本ストックが，$K_0<\underline{K}$ の領域にある時には，最適経路は，全計画期間を通じて規制区間を通ることなく E^0 点へ収束する。次に，$K_0\in$〔$\underline{K}$，$\bar{K}$〕の時には，最適経路は，計画期間の当初規制区間内を微分方程式(3)および(24)式によって示される経路の1つに沿って $\underline{K}$ まで進み，(17) $\underline{K}$ に到達した時点で，長期

(16)　このようなケース分けは説明上の便宜のためであって，以下の分析および第1表から明らかとなるように，究極的に最適投資経路のパターンを規定するのは，4つの資本ストック水準 $\underline{K}$，$\bar{K}$，$\hat{K}^0$ および $\hat{K}^*$ の相対的関係である。

(17)　最適経路に沿ってジャンプが生じる場合，ジャンプ以前の最適経路が具体的にどの経路を通るかを確定することはできない。これは，不等号制約条件がすべての制御変数を明示的に含まない場合の最適制御問題において，補助変数のジャンプがどのような大きさとなるかが数学的に未解決であることによる。また，最適経路に沿って2度ジャンプが存在する場合における，1度目のジャンプまでの経路についても同様に不確定である。なお，第7～10図では，ジャンプが存在する場合が描かれている。



〔第7図〕 $s \in S_2$

均衡点 E^0 へ収束する規制されない経路へとジャンプし，以後規制されない経路に沿って点 E^0 へ収束することになる。なおこの場合注意すべきは，$K=\underline{K}$ において，$s-R_K<0$ であるから，跳躍条件(13)式より，補助変数 $q(t)$ に上方へのジャンプが生じる可能性があるということである。[18] 更に，$\bar{K}<K_0$ の場合には，最適経路は，$\bar{K}$ および $\underline{K}$ で2度ジャンプする可能性がある。なおその場合，$\bar{K}$ では $s-R_K>0$ であるから(13)式より，もし補助変数 $q(t)$ にジャンプが生じるとすればそれは下方へのそれである。

さてこのケースにおいて，A-J命題が成立するか否かをみると，最適経路はいずれの場合も，最終的には E^0 点へ収束し，従って $K^0(\infty)=K^*(\infty)$ が成立する。換言すれば，このケースにおいては，報酬率規制の長期均衡資本ストックに与える効果は中立的 (neutral) であるといえる。さらに，報酬率規制の投資に及ぼす効果についてみると，初期資本ストック K_0 が，$K_0<\underline{K}$ の領域にある

(18) ここで $s-R_K$ が負であることは，$\dot{q}^0=0$ 曲線 $(q=R_K/(\alpha+\delta))$ と $\dot{q}^*=0$ 曲線 $(q=s/(\alpha+\delta))$ の高さを，$K=\underline{K}$ で比較することによって得られる。

場合には，全く影響を受けず，また，$\underline{K} < K_0$ の場合には，その効果を確定することは困難である（脚注17参照）。

次に（ii）のケース，すなわち$\dot{K}=0$曲線と切り換え曲線が異なる2点において交わるケースについて見てみよう（第6図参照）。この場合さらに，

（ii—a）$\dot{K}=0$曲線と切り換え曲線の2つの交点が，$\tilde{K}$ より左にある場合

（ii—b）2つの交点のうち1つは $\tilde{K}$ より左に，他の1つが右にある場合

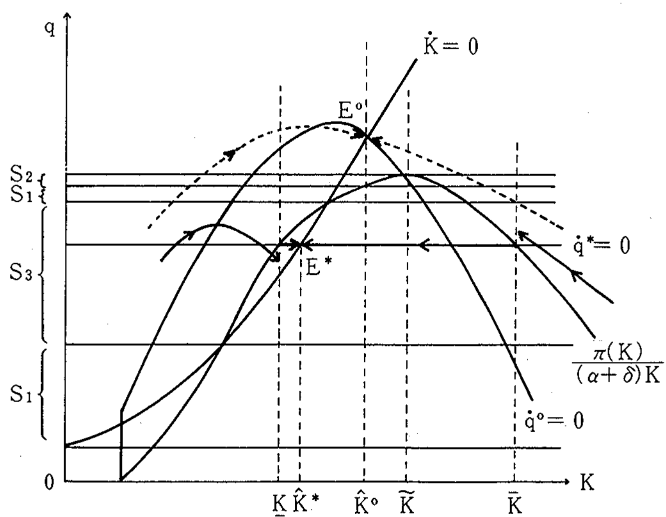
の2つのケースに分けて検討してみよう。

ケース（ii—a）

この場合，公正報酬率 s のとる値を次のような3つの領域に区分することが可能である（第8図参照）。

$$S_1 = \{s : \hat{K}^* < \underline{K} \leqq \hat{K}^0 < \bar{K}\}$$
$$S_2 = \{s : \hat{K}^* < \hat{K}^0 < \underline{K} \leqq \bar{K}\}$$
$$S_3 = \{s : \underline{K} \leqq \hat{K}^* < \hat{K}^0 < \bar{K}\}$$

このうち，$s \in S_1$ および $s \in S_2$ の場合には，すでに述べたケース（i）と



〔第8図〕 $s \in S_3$

本質的に同じ結果が成立する。そこで残るケース $s \in S_3$ の場合を検討しよう。まず，初期資本ストックが $K_0 < \underline{K}$ の領域にある場合，最適経路は初期時点から計画期間のある時刻までは規制されない経路上を進み，以後，$\dot{q}^* = 0$ 曲線 ($q = s/(\alpha+\delta)$) 上を長期均衡点 E^* に向けて進むことになる。[(19)] またこの場合，規制されない経路から規制された経路（$\dot{q}^* = 0$ 曲線）への切り換え点 ($K = \underline{K}$) では，$s - R_K < 0$ であるから，跳躍条件(13)式より，補助変数 $q(t)$ は上方へジャンプする可能性がある。すなわち，$K_0(<\underline{K})$ から出発する最適経路は，垂直線 $K = \underline{K}$ の $q \leqq s/(\alpha+\delta)$ の部分に到達する（第8図参照）。また，$K_0 \in [\underline{K}, \bar{K}]$ の場合には，全計画期間を通じて最適経路は規制区間内にある。従って最適経路は，水平線 $q = s/(\alpha+\delta)$ 上を長期均衡点 E^* に向けて進むことになる。更に $\bar{K} < K_0$ の場合には，最適経路は当初規制されない経路上を進み，$K = \bar{K}$ に到達した時点で今度は補助変数 $q(t)$ に下方へのジャンプが生じる可能性がある。そして以後水平線 $q = s/(\alpha+\delta)$ に沿って長期均衡点 E^* に収束する。

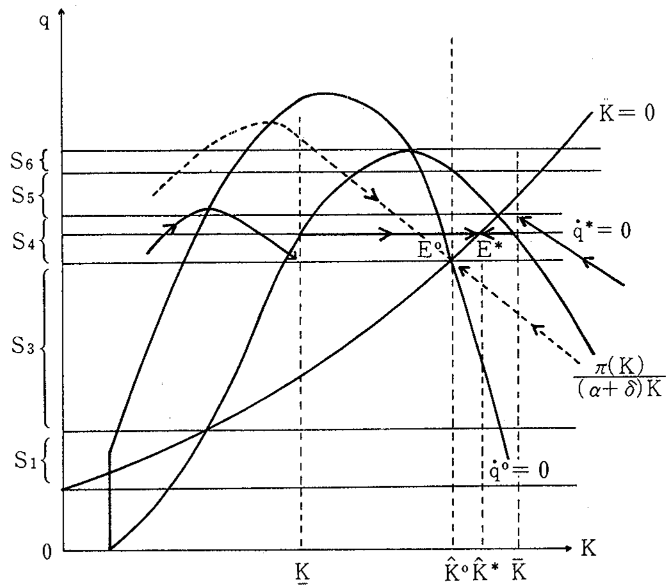
さてこの場合A-J命題は成立するであろうか。すでに述べたようにこの場合には，$\hat{K}^* < \hat{K}^0$ であるから，$K^*(\infty) < K^0(\infty)$ が成立し，A-J命題は成立しない。なお，規制区間外における投資水準を規制が課されない場合のそれと比較してみると，$K_0 < \underline{K}$ の場合には，第8図からも明らかなように，規制が有効でない区間の投資の投資水準も減少することが分かる。しかし，$\bar{K} < K_0$ の場合には，補助変数 $q(t)$ のジャンプの大きさに依存するため不確定である。

ケース（ii－b）

この場合には，公正報酬率 s のとる値を次のような5つの領域に区分することができる（第9図参照）。

$$S_1 = \{s : \hat{K}^* < \underline{K} < \hat{K}^0 < \bar{K}\}$$
$$S_3 = \{s : \underline{K} \leqq \hat{K}^* \leqq \hat{K}^0 < \bar{K}\}$$
$$S_4 = \{s : \underline{K} < \hat{K}^0 < \hat{K}^* \leqq \bar{K}\}$$
$$S_5 = \{s : \underline{K} < \hat{K}^0 \leqq \bar{K} < \hat{K}^*\}$$

(19)　ただし $K_0 < \underline{K}$ の場合，最適経路が1度も規制区間 $[\underline{K}, \bar{K}]$ に入ることなく $K = 0$ に到達することも可能である。



〔第9図〕 $s \in S_4$

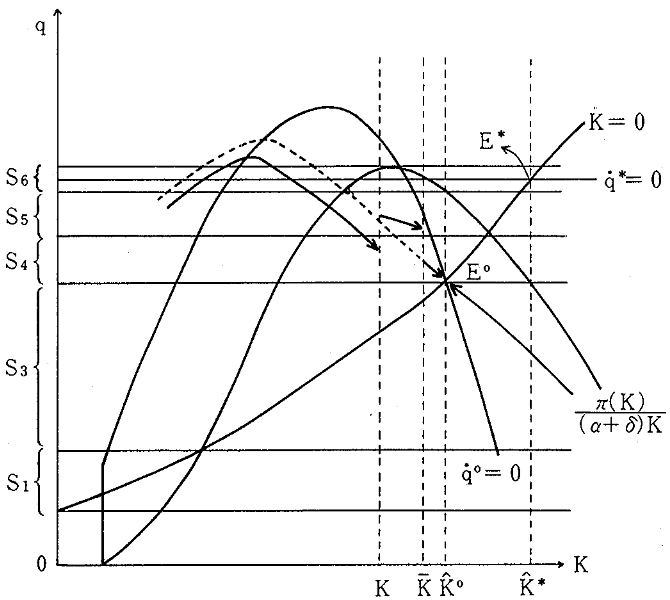
$$S_6 = \{s : \underline{K} \leqq \bar{K} < \hat{K}^0 < \hat{K}^*\}$$

さてそれぞれのケースを順次見ていこう。まず，$s \in S_1$ および $s \in S_3$ の場合については，すでにケース（i）およびケース（ii－a）で述べている通りである。次に $s \in S_4$ の場合であるが，これは唯一A-J命題が成立するケースである。また最適経路は，$s \in S_3$ のケースと同様の特徴を持っている。まず，$K_0 < \underline{K}$ の場合，最適経路は初期時点から計画期間のある時刻までは規制されない経路上を進み，その時刻以降は規制された経路（$\dot{q}^* = 0$ 曲線）上を長期均衡点 E^* に向けて進むことになる。また，$K_0 \in [\underline{K}, \bar{K}]$ の場合には，全計画期間を通じて最適経路は規制区間内にあり，従って $\dot{q}^* = 0$ 曲線上を E^* 点に向けて進む。更に $\bar{K} < K_0$ の場合には，当初最適経路は規制されない経路上を進み，ある時刻以後規制された経路上を進むことになる。しかしながらこれらすべての場合において，第9図からも明らかなように，$\hat{K}^0 < \hat{K}^*$ であるから，A-J効果が成立する。なおこの場合にも，$s \in S_3$ のケースと同様，$K = \underline{K}$ にお

いては上方への，$K=\bar{K}$ においては下方への補助変数 $q(t)$ のジャンプが生じる可能性がある。

次に，$s \in S_5$ のケースについて。この場合，最適経路は存在しない。というのは，$K=\underline{K}$ において規制されない経路から規制された経路へスイッチが生じ，その後規制された経路上を $\bar{K}$ まで進んだ時再度スイッチが生じるが，以後長期均衡点 E^0 へもまた点 E^* へも到達することができないからである。E^0 は規制された区間〔$\underline{K}$, $\bar{K}$〕内にあり，逆に E^* は区間〔$\underline{K}$, $\bar{K}$〕の外にあるからである。

最後に，$s \in S_6$ のケースについて。このケースにおける最適経路は，$s \in S_2$ の場合と本質的に類似のパターンを示す(第10図参照)。まず，$K_0 < \underline{K}$ なら，計画期間中に切り換えが2度生じる。すなわち，最初は $K=\underline{K}$ における規制されない経路から規制された経路への切り換えであり，2度目は $K=\bar{K}$ における規制された経路から規制されない経路への切り換えである。また $K_0 \in$



〔第10図〕 $s \in S_6$

$[\underline{K},\ \bar{K}]$ ならば，最適経路は計画期間の当初のうち規制区間内を微分方程式(3)および(24)式によって示される経路の１つに沿って $\bar{K}$ まで進み，$\bar{K}$ に到達した時点で，点 E^0 へ収束する規制されない経路へジャンプし，以後規制されない経路に沿って点 E^0 へ収束することになる。更に，$\bar{K} < K_0$ ならば，最適経路は全計画期間を通じて規制されない経路上を進み長期均衡点 E^0 へ収束する。しかしながらいずれのケースにおいても，最適経路は最終点には規制されない場合の長期均衡点 E^0 へ収束するので，A－J 効果に関しては中立的である，すなわち，$K^0(\infty) = K^*(\infty)$ が成立する。

以上の結果を整理したのが第１表である。第１表において，o は過剰投資 (overcapitalization)，u は過少投資 (undercapitalization)，n は最適経路が存在しないこと，そして neutral は，$K^0(\infty) = K^*(\infty)$ であることを示している。

ここで以上の分析から明らかにされた最適投資経路の特徴およびA－J 命題の成立如何について述べておこう。まず第１に，収入関数の非凹性の導入は，規制区間の下限（$\underline{K}$）を正のある値にし，分析を複雑化させているということである。とくに，この正の $\underline{K}$ は最適経路が存在しないケースの可能性を増大させている。というのは，Katayama and Abe（1987）において最適経路が存在しないケースは，$\hat{K}^0 < \bar{K} < \hat{K}^*$ の場合だけであったが，ここでは $\hat{K}^* < \hat{K}^0 < \bar{K}$ の場合にも $\underline{K}$ が $\hat{K}^*$ と $\hat{K}^0$ の間に入る場合が可能となり，最適経路が存在しない場合が生じるからである。

第２に，規制区間 $[\underline{K},\ \bar{K}]$ における投資水準は，公正報酬率 s の値に決定的

〔第１表〕

	i	ii－a	ii－b
S_1	n	n	n
S_2	neutral	neutral	
S_3		u	u
S_4			o
S_5			n
S_6			neutral

に依存しており，収入関数には依存しないという点である。収入関数の形状は，規制されない（規制が有効でない）区間における投資水準，および規制区間〔$\underline{K}$，$\bar{K}$〕の位置およびその幅に影響を与えるにすぎないのである。

そして第3に，最適経路のパターンは，究極的には4つの資本ストック，$\underline{K}$，$\bar{K}$，$\hat{K}^0$ および $\hat{K}^*$ の相対的大きさに依存して決定される。そして，A－J効果が現れるのは，$s \in S_4$ の場合だけであり，これを収入関数が凹である場合のKatayama and Abe（1987）の分析結果と比べてみると，きわめて類似した状況においてA－J命題が成立することが分かる。すなわち，Katayama and Abe（1987）においてA－J命題が成立するのは，$\hat{K}^0 < \hat{K}^* \leqq \bar{K}$ のケースだけであり，一方，小論で考えている収入関数の非凹性を導入したモデルでは，$\underline{K} < \hat{K}^0 < \hat{K}^* \leqq \bar{K}$ のケースにのみA－J命題が成立する。換言すれば，基本的にA－J命題を成立させるのは，$\hat{K}^0 < \hat{K}^*$ $(\leqq \bar{K})$ という関係であり，モデルに収入関数の非凹性を導入したとしてもこの関係が生じる場合にのみA－J命題が成立するということである。また過少投資についても同様のことが言える。Katayama and Abe（1987）において過少投資が生じるのは，$\hat{K}^* \leqq \hat{K}^0 < \bar{K}$ のケースにおいてのみであり，一方Dechert（1984）のような収入関数の非凹性を仮定した場合にも，この関係が成立する場合にのみ過少投資が生じるのである。以上の分析から明らかなように，収入関数の凹性を仮定しても，またDechert（1984）のような非凹性を仮定してもともに，$\hat{K}^0 < \hat{K}^*$ $(\leqq \bar{K})$ および $\hat{K}^* \leqq \hat{K}^0$ $(< \bar{K})$ という状況が生じうるのであり，その意味でA－J命題が成立するかどうかという問題に対して収入関数の形状が決定的な役割をはたすわけではないのである。

V 比較動学

この節では，公正報酬率 s が前節で述べた各領域 $(S_1 \sim S_6)$ にあるとき，その領域内での s の微小な変化に対して，最適投資経路および長期均衡資本ストック水準がどのような影響を受けるかを検討する。それぞれのケースの検討に入る前に，s の変化は(24)式より $\dot{q}^* = 0$ 曲線を上下にシフトさせるというこ

と，そしてこの $\dot{q}^*=0$ 曲線のシフトはさまざまな最適経路のパターンに対して異なった影響を与えるという点を注意しておこう。なお第2表は，公正報酬率規制 s の変化が長期均衡資本ストック水準に対して及ぼす効果をまとめたものである。

まず，$s\in S_1$ および $s\in S_5$ の場合であるが，すでに述べたようにこれらのケースでは，$\hat{K}^0$ が規制区間〔$\underline{K}$, $\bar{K}$〕の中にあり，他方，$\hat{K}^*$ がその外にあるという状況であるから，最適経路は存在しない。従って，比較動学を試みること自体が無意味であろう。

次に $s\in S_2$ の場合，もし初期資本ストックが $K_0<\underline{K}$ ならば，最適経路は期間中規制区間を通らずに長期均衡点 E^0 へ収束する。換言すれば，報酬率規制(5)式は全計画期間を通じて非有効である。従ってこの場合，s の変化は最適経路に全く影響を与えないことになる。一方，もし $\underline{K}<K_0$ ならば，すでに第IV節で述べたようにいくつかの状況が可能である。まず $K_0\in$〔$\underline{K}$, $\bar{K}$〕の時，最適経路は当初規制区間内にあり，ある時刻において規制された経路から規制されない経路への切り換えが生じることになる。また，$\bar{K}<K_0$ ならば，最適経路は2度切り換えを持つことになる。しかしいずれの場合も長期均衡点は E^0 であるから，s の変化は，$\dot{q}^*=0$ 曲線のシフトを通じて，区間〔$\underline{K}$, K_0〕内の投資を変化させるだけであり，長期資本ストックには影響を及ぼさないことになる。[20]

次に $s\in S_3$ の場合，公正報酬率 s をわずかに低下させてみよう。この時 $\dot{q}^*$

〔第2表〕

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
$K_s^*(\infty)$	n	0	+	+	n	0

(20)　公正報酬率 s の変化が規制区間内の最適投資水準に対して及ぼす効果については，必ずしも明らかではない。というのは，s が変化した場合 $\dot{q}^*=0$ 曲線がシフトするけれども，その時最適経路は $\dot{q}^*=0$ 曲線上を進むとは限らず，(3)および(24)式を満たす経路の中でどのようにシフトするか確定できないからである。これは，脚注(17)で述べたように，不等号制約条件がすべての制御変数を明示的に含まない場合の最適制御問題において，補助変数のジャンプの規模に関する知識が欠如していることによる。また同様の事情により，規制区間に到達する前の規制されない経路についても s の変化に対する比較動学分析は可能ではない。

＝0曲線の下方へのシフトは，第8図からも明らかなように最適経路が $\dot{q}^*=0$ 曲線上を進むことから，規制が有効である期間の投資水準を減少させ，同時に長期均衡資本ストックをも減少させる。すなわち，$K^*_s(\infty)>0$ が成立する。ただし，規制区間外の投資水準に対する効果については，$s\in S_2$ の場合と同様の理由で明らかではない。

次に，$s\in S_4$ の場合は $s\in S_3$ の場合と本質的に同一の結果が成立する。すなわち s の微小な変化は，規制が有効である期間の投資については，$I^*_s(t)>0$，長期均衡資本ストックについては，$K^*_s(\infty)>0$ が成立する。

最後に，$s\in S_6$ の場合であるが，このケースは，規制区間の位置に差があるけれども本質的には $s\in S_2$ の場合と同様の結果が成立する。すなわち，s の変化は，$\dot{q}^*=0$ 曲線のシフトを通じて，区間〔K_0，$\bar{K}$〕内の投資を変化させるだけであり，長期資本ストックには影響を及ぼさないことになる(第10図および脚注15参照)。

VI　結　語

以上我々は，規模の経済を含むケースについて，報酬率規制下にある企業の最適投資・雇用政策を検討した。この節では，前節までの分析結果を簡単に要約し，合わせて Dechert（1984）による分析結果との対比を行う。

まず雇用政策に関して，追加的仮定 $Q\leqq F(K, L)$ の導入は，Peterson and Weide（1976）および Katayama and Abe（1987）の結果に対して修正をもたらす。すなわち，Peterson and Weide (1976) 等においては，最適雇用政策は，制約等高線上の2点で示されたが，$Q\leqq F(K, L)$ を仮定した場合には，この2点を端点として含む線分上の任意の点で雇用水準を決定できることになる。しかしながら，このような追加的な仮定の導入は，最適投資政策にたいしては全く影響を与えないことが示された。

次に，規模の経済のモデルへの導入が最適投資政策に与える影響について整理しておこう。まず第1に，収入関数（あるいは生産関数）の非凹性が導入された場合，正のある値をとる規制区間の下限（$\underline{K}$）の存在が，最適投資経路の

パターンに変更を加え，また分析を複雑化させるということである。収入関数の凹性を仮定した Katayama and Abe (1987) においては，この下限 $\underline{K}$ は実際上ゼロとみなすことができたが，ここでは，$\hat{K}^0$，$\hat{K}^*$ および $\bar{K}$ にこの $\underline{K}$ が加わり，これら4つの資本ストック水準の相互関係によって最適投資政策のパターンが決定されるようになっているのである。なお，正の $\underline{K}$ は，収入関数が凹である場合に比べて，最適経路が存在しないケースの可能性を増大させると言える。

第2に，最適投資経路のパターンは，$\hat{K}^0$，$\hat{K}^*$，$\underline{K}$，$\bar{K}$ の4つの資本ストック水準の相互関係から可能な6つのパターン(S_1～S_6)によって分類され，従って，公正報酬率 s が S_1～S_6 のいずれの領域内にあるかに依存する。A-J 命題が成立するか否かも，この S_1～S_6 のうちどの状況が成立しているかに決定的に依存するのである。

第3に，我々の分析結果を Dechert(1984)によるそれと対比してみると，いくつかの相違が見られる。まず，Dechert (1984) の Fig. 5 で示される状況は，我々の前節までの分析では $s \in S_1$ の状況であり，従ってこのようなケースでは，長期均衡点 (E^0 あるいは E^*) へ収束する最適経路は存在しない。(21) また，Dechert(1984)Fig. 6 a の左側の図に示されている状況は，我々の $s \in S_5$ に対応し，この場合にも最適経路は存在しないことになる。更に，Dechert (1984, p. 9) では，規制を受けない場合の長期均衡資本ストック $\hat{K}^0$ が規制領域〔$\underline{K}$, $\bar{K}$〕の中にあるケースに分析を限定すると述べているが，このことは Dechert が我々の $s \in S_6$ のケース(第10図)を分析対象から除外したことを意味する。

---

(21) Dechert (1984) の Fig. 5 では，最適経路は K_L (小論の記号では $\underline{K}$) に収束するように描かれているが，明らかにこの K_L は横断条件を満たす長期均衡資本ストックではない。次に述べる Fig. 6 a についても同様である。

参考文献

〔1〕 Averch, H. and L. L. Johnson, 1962, Behavior of the firm under regulatory constraint, American Economic Review 52, 1053-1069.

〔2〕 Davidson, R. and R. Harris, 1981, Non-convexities in continuous-time investment theory, Review of Economic Studies 48, 235-253.

〔3〕 Dechert, W. D., 1983, Increasing returns to scale and the reverse flexible accelerator, Economics Letters 13, 69-75.

〔4〕 Dechert, W. D., 1984, Has the Averch-Johnson effect been theoretically justified?, Journal of Economic Dynamics and Control 8, 1-17.

〔5〕 El-Hodiri, M. and A. Takayama, 1981, Dynamic behavior of the firm with adjustment costs under regulatory constraint, Journal of Economic Dynamics and Control 3, 29-41.

〔6〕 Kamien, M. I. and N. Schwartz, 1981, Dynamic optimization, North Holland.

〔7〕 Katayama, S. and F. Abe, 1987, Optimal investment policy of the regulated firm, Working paper, No. 95, Kobe University of Commerce.

〔8〕 Peterson, D. W. and J. H. Weide, 1976, A note on the optimal investment policy of the regulated firm, Atlantic Economic Journal 4, 51-56.

〔9〕 Seierstad, A. and K. Sydsaeter, 1977, Sufficient conditions in optimal control theory, International Economic Review 18, 367-391.

〔10〕 Skiba, A. K., 1978, Optimal growth with a convex-concave production function, Econometrica 46, 527-539.

〔11〕 Takayama, A., 1969, Behavior of the firm under regulatory constraint, American Economic Review 59, 255-260.

〔12〕 Takayama, A. 1985, Mathematical economics, Cambridge University Press.