研究ノート

企 業 価 値 と 投 資

阿 部 文 雄

I はじめに

企業価値とは，企業の現在及び将来保有する資本ストックから生みだされるであろうと予想される税引後利益の現在から無限の将来にわたる総和の割引現在価値と定義される。伝統的な新古典派経済学あるいは企業理論において，この企業価値概念は中心的役割を演じている。すなわち企業価値最大化が企業活動の達成されるべき目標として設定され，企業の行なう長期及び短期のほとんどすべての意思決定計画ないし政策（生産計画，価格政策，投資計画，研究・開発計画，広告・宣伝政策など）がこの企業価値最大化の達成を目ざして実行されると想定されるのである。かかる意味において企業価値は，多様なそして一見相互に独立した企業活動に1つの統一的な視点を提供するものであり，企業行動との関係についてより一層立ち入った検討が重要と思われる。

小論は，この企業価値をめぐって主として投資との関係について検討しようとするものである。まずII節では，今日最も代表的な投資理論の1つであるエイベル(A. B. Abel)のモデルを簡単に要約する。続いてIII節では，企業にとって与件とされる各種パラメータと企業価値との関係，とりわけ投資理論にとって重要な役割を演ずる資本ストックのシャドウプライスが現存（初期）資本ストックの限界的企業価値を示すことをOniki〔10•11〕の手法を適用して明らかにする。更にこの現存資本ストックの限界的企業価値が初期資本ストックの水準に関して減少関数であることを検証した上で,「限界的企業価値関数（曲線)」を導き，各種パラメータの変化が投資に及ぼす効果をこの曲線のシフトを通じて理解可能なことを示す。そして最後に，ケインズの資本の限界

効率概念を，永谷〔12〕に沿って上述の投資理論の枠組の中で解釈できることを示す。

II　エイベル型投資理論

まず小論で考察の対象とするエイベル型投資理論を概観しておこう。エイベルの投資理論〔1〕〔2〕は，投資理論の系譜から見て基本的には Lucas〔9〕, Gould〔3〕そして Treadway〔13〕等によって展開されたいわゆる「調整費用モデル」に沿って，それに税制を組み込んだものと考えてよいであろう。ケインズの投資理論，ジョルゲンソンのそれ，そして上述の調整費用モデルがそうであるように，エイベルの投資理論も個別企業を想定し，その企業価値最大化計画を解くことにより動学的主体均衡条件を求めるという構造になっている。その企業価値最大化計画とは次の様なものである。

$$\underset{I(t),L(t)}{Max}\ V = \int_0^\infty R(t)e^{-rt}dt + \int_0^\infty \tau\{\int_{-\infty}^0 D(t-s, s)pC[I(s)]ds\}e^{-rt}dt \tag{1}$$

subject to

$$R(t) = (1-\tau)[pF(K(t), L(t)) - wL(t)] - (1-k-D)pC[I(t)] \tag{2}$$

$$\dot{K}(t) = I(t) - \delta K(t) \tag{3}$$

$$K(0) = K_0 \quad (\text{given, positive constant}) \tag{4}$$

ここで，$K(t)$ は t 時点における資本ストック，$L(t)$ は雇用量，$I(t)$ は粗投資，δ は資本ストックの減耗率，r は割引率，p は生産物価格，w は賃金率，τ は法人税率，k は投資減税率，D は投資1円当たりの減価償却に基づく節税の割引現在価値，$C(I)$ は調整費用関数（$C(0)=0$, $C'>0$, $C''>0$）を表わす。なお(1)式右辺の第2項は，現在時点（0時点）において策定する投資・雇用計画に関しては影響を与えず，従って最適解の導出に際して無視できるものである。その経済学的意味は，過去に行われた投資に対して減価償却制度により今後生ずる節税効果の総和の割引現在価値である。

さて問題 *Max* (1) *subject to* (2)(3)(4)に最適解が存在するとすれば，それが満足すべき必要条件は次の条件(i)～(iv)を満す連続関数 $\lambda(t)$ が存在することである。(1)

$$\text{(i)}\quad \dot{\lambda}(t) = (r+\delta)\lambda(t) - p(1-\tau)F_K(K, L) \tag{5}$$

（1）　詳細は板垣〔6〕を参照。なお以下混乱のおそれがない場合適宜時間を示す変数 t を省略する。

(ii) $\lambda(t) = (1-k-D)pC'(I)$ (6)

(iii) $pF_L(K, L) = w$ (7)

(iv) $\lim_{t\to\infty} \lambda(t)e^{-rt} = 0,\ \lim_{t\to\infty}[K(t)-K^*]\lambda(t)e^{-rt} \geqq 0$ (8)

以上の最適解が満たすべき必要条件から，企業の最適投資・雇用政策が明らかにされる。まず雇用政策は，(7)式から各時点において労働の限界生産力が実質賃金率に等しくなるように決定すればよいことが分る。次に投資政策について見るために，次のような新しい変数を定義する。

$$q(t) = \frac{\lambda(t)}{(1-k-D)p} \tag{9}$$

ここで(9)式右辺の $\lambda(t)$ は補助変数であり，経済学的には資本ストックのシャドウプライスと解釈される。また分母の $(1-k-D)p$ は実質的な投資財価格を意味しており[(2)]，従って $q(t)$ は生産物で測った所謂「税制によって調整されたトービンの限界的 q」に他ならない。

さて(9)式を利用すると，(6)式は次のように示される。

$$q(t) = C'[I(t)] \tag{10}$$

すなわち，投資 $I(t)$ は $q(t)$ の増加関数である。また(9)(10)式を使うと(6)式は次のような $q(t)$ に関する微分方程式に変換される。

$$\dot{q}(t) = (r+\delta)q(t) - pTF_K[K(t), L(t)] \tag{11}$$

ここで，

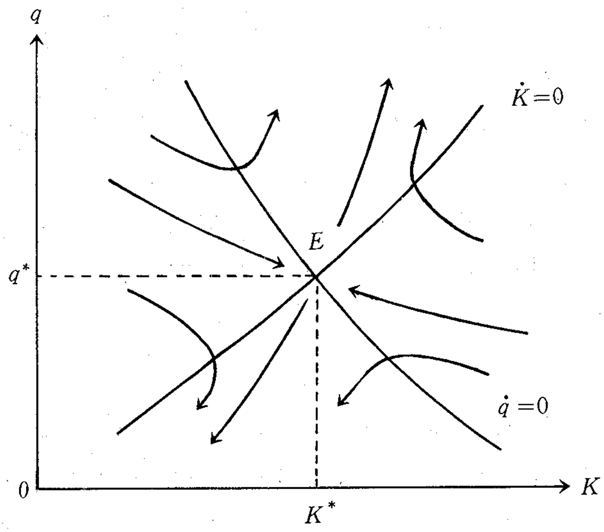
$$T = \frac{1-\tau}{(1-k-D)p} \tag{12}$$

であり，これをエイベルは tax parameter と呼んでいる。

さて微分方程式体系(3)(11)で表わされる解の行動を位相図で示したのが第1図である。定常点 E は「鞍点」であり，最適径路は E 点へ収束する2本の径路で示される。

以上がエイベル型投資理論の骨子である。エイベルが，ジョルゲンソン流の新古典派投資理論から調整費用モデルへと展開していった投資理論の系譜とトービンの「q 理論」の関係を解明したという重要な貢献は特筆すべきであるが，その投資理論の理

（2） 本間等〔5〕p. 28 参照。



〈第1図〉

論的部分は，上述の我々の要約からも明らかなように，基本的には調整費用モデルに税制パラメータを組み込んだものであるといえよう。

III　比較動学分析——与件の変化が企業価値に及ぼす効果——

この節では，Oniki〔10•11〕の手法を使って種々のパラメータの変化が企業価値に及ぼす効果を検討する。いまパラメータが $\theta(\theta=(K_0, p, w, r, \tau, k))$ の時，これに対応する最適径路を $\{K(t,\theta), L(t,\theta), I(t,\theta) : t\epsilon[0,\infty)\}$ とすると，企業価値 $V(\theta)$ は次のように示される。

$$V^*(\theta)=\int_0^\infty\{(1-\tau)[pF(K(t,\theta),\ L(t,\theta))-wL(t,\theta)] -(1-k-D)pC[I(t,\theta)]\}e^{-rt}dt +\int_0^\infty \tau\{\int_{-\infty}^0 D(t-s,s)pC[I(s)]ds\}e^{-rt}dt \tag{13}$$

更に次のような新しい変数を定義する。(3)

(3)　企業価値の最大値は，$v=v(\infty)$ の時得られる。

$$v(0, \theta) = 0 \tag{14}$$

$$\begin{aligned} \dot{v}(t, \theta) &= e^{-rt}\{(1-\tau)[pF(K(t, \theta),\ L(t, \theta)) - wL(t, \theta)] \\ &\quad -(1-k-D)pC[I(t)]\} + e^{-rt}\{\tau \int_{-\infty}^{0} D(t-s, s)pC[I(s)]ds\} \end{aligned} \tag{15}$$

そこで以下において次のような微分方程式体系について考察していくことにする。

$$\dot{K}(t, \theta) = I[q(t, \theta)] - \delta K(t, \theta) = \alpha[K(t, \theta),\ q(t, \theta),\ \theta] \tag{16}$$

$$\begin{aligned} \dot{v}(t, \theta) &= e^{-rt}\{(1-\tau)[pF(K(t, \theta),\ L(t, \theta)) - wL(t, \theta)] \\ &\quad -(1-k-D)pC[I(q(t, \theta))] \\ &\quad + e^{-rt}\{\tau \int_{-\infty}^{0} D(t-s, s)pC[I(s)]ds\} \\ &= \beta[K(t, \theta),\ L(t, \theta),\ q(t, \theta),\ \theta] \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned} \dot{q}(t, \theta) &= (r+\delta)q(t, \theta) - pTF_K[K(t, \theta),\ L(t, \theta)] \\ &= \gamma[K(t, \theta),\ L(t, \theta),\ q(t, \theta),\ \theta] \end{aligned} \tag{18}$$

ここで特定のパラメータの変化について考える前に一般的な準備をしておこう。まず(16)(17)(18)式を任意のパラメータ θ_i で微分した形は次のように示される。

$$\frac{\partial \dot{K}(t, \theta)}{\partial \theta_i} \equiv \dot{K}_{\theta_i}(t, \theta) = \alpha_K K_{\theta_i} + \alpha_q q_{\theta_i} + \alpha_{\theta_i} \tag{19}$$

$$\frac{\partial \dot{v}(t, \theta)}{\partial \theta_i} \equiv \dot{v}_{\theta_i}(t, \theta) = \beta_K K_{\theta_i}(t, \theta) + \beta_L L_{\theta_i}(t, \theta) + \beta_q q_{\theta_i}(t, \theta) + \beta_{\theta_i} \tag{20}$$

$$\frac{\partial \dot{q}(t, \theta)}{\partial \theta_i} \equiv \dot{q}_{\theta_i}(t, \theta) = \gamma_K K_{\theta_i}(t, \theta) + \gamma_L L_{\theta_i}(t, \theta) + \gamma_q q_{\theta_i}(t, \theta) + \gamma_{\theta_i} \tag{21}$$

ここで,

$$\alpha_K = -\delta$$

$$\alpha_q = \frac{1}{C''(I)}$$

$$\beta_K = e^{-rt}\{(1-\tau)pF_K[K(t, \theta),\ L(t, \theta)]\}$$

$$\beta_L = e^{-rt}\{(1-\tau)[pF_L(K(t, \theta),\ L(t, \theta)) - w]\} = 0$$

$$\beta_q = -e^{-rt}(1-k-D)p\frac{C'(I)}{C''(I)}$$

である。

さてそこで以下順次各パラメータの変化が企業価値に及ぼす効果を見ていくことに

しよう。まず最初は，初期資本ストック K_0 である。上述の(19)(20)式に $\theta_i = K_0$ を代入して整理すると次式を得る。

$$\dot{K}_{K_0}(t,\theta) = -\delta K_{K_0}(t,\theta) + \frac{1}{C''(I)} q_{K_0}(t,\theta) \tag{22}$$

$$\dot{v}_{K_0}(t,\theta) = e^{-rt}(1-\tau)pF_K K_{K_0}(t,\theta) - e^{-rt}(1-k-D)p\frac{C'(I)}{C''(I)} q_{K_0}(t,\theta) \tag{23}$$

そこで(22)(23)式から，(22)式 $\times e^{-rt}(1-k-D)pC'(I)+$(23)式を計算することにより $q_{K_0}(t,\theta)$ を消去すると次式を得る。

$$\dot{v}_{K_0}(t,\theta) + (1-k-D)p\frac{d}{dt}[K_{K_0}(t,\theta)q(t,\theta)e^{-rt}] = 0 \tag{24}$$

そこで(24)式の両辺を積分することにより次式を得る。

$$v_{K_0}(\infty,\theta) - (1-k-D)pq(0,\theta) = 0 \tag{25}$$

$$\therefore \quad \frac{\partial V^*(\theta)}{\partial K_0} = \lambda(0,\theta) \equiv (1-k-D)pq(0,\theta) \tag{26}$$

即ち，資本ストックのシャドウプライスの初期時点における値は「現存資本ストック K_0 の限界的企業価値(4)」に等しいのである。

次にその他のパラメータに関して以下の結果が得られる(5)。

$$\frac{\partial V^*(\theta)}{\partial p} = \int_0^\infty \{(1-\tau)F[K(t,\theta),\ L(t,\theta)] - (1-k-D)C(I) + \tau\int_{-\infty}^0 D(t-s,s)C[I(s)]ds\} e^{-rt}dt \tag{27}$$

$$\frac{\partial V^*(\theta)}{\partial w} = -\int_0^\infty (1-\tau)L(t,\theta)e^{-rt}dt < 0 \tag{28}$$

$$\frac{\partial V^*(\theta)}{\partial r} = -\int_0^\infty t\{(1-\tau)[pF(K(t,\theta),\ L(t,\theta)) - wL(t,\theta)] - (1-k-D)pC(I) + \tau\int_{-\infty}^0 D(t-s,s)pC[I(s)]ds\} e^{-rt}dt < 0 \tag{29}$$

---

(4) この概念を永谷〔12〕は，「資本の限界価値」あるいは「資本の限界純収入」と呼んでおり，その意味を「初期資本ストックの企業価値に対する限界貢献度」と表現している。

(5) t 時点における D の値は本来，

$$D_t = \int_t^\infty \tau_s D(s-t)e^{-r(s-t)}ds$$

と表されるが，$\tau_t = \tau =$ 一定の下で，$D_t = D =$ 一定が仮定されている。従って $D = \tau z$。但し，$z = \int_0^\infty D(s)e^{-rs}ds$。

$$\frac{\partial V^*(\theta)}{\partial \tau}=\int_0^{\infty}\{zpC(I)-[pF(K(t,\theta),\ L(t,\theta))-wL(t,\theta)]+\int_{-\infty}^{0}D(t-s,\ s)pC[I(s)]ds\}e^{-rt}dt \tag{30}$$

$$\frac{\partial V^*(\theta)}{\partial k}=\int_0^{\infty}pC(I)e^{-rt}dt>0 \tag{31}$$

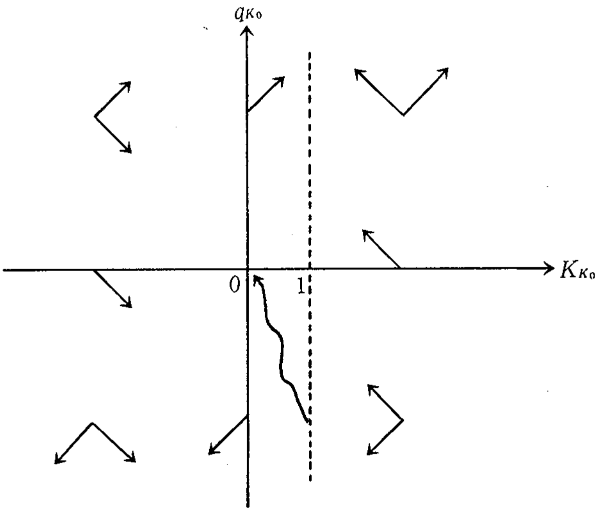
さて次に上で求めた初期資本ストックの限界的企業価値 $\partial V^*(\theta)/\partial K_0$ が，初期資本ストックの水準に関して減少関数であることを示そう。まず微分方程式体系(3)(11)式を K_0 で微分することにより次式を得る。

$$\begin{bmatrix} \dot{K}_{K_0}(t,\theta) \\ \dot{q}_{K_0}(t,\theta) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -\delta & \dfrac{1}{C''(I)} \\ -\dfrac{p\Delta T}{F_{LL}} & r+\delta \end{bmatrix}\begin{bmatrix} K_{K_0}(t,\theta) \\ q_{K_0}(t,\theta) \end{bmatrix} \tag{32}$$

ここで(32)式右辺の係数行列の符号は，

$$\begin{bmatrix} - & + \\ + & + \end{bmatrix}$$

であり，更に境界条件が次のように示される。[6]

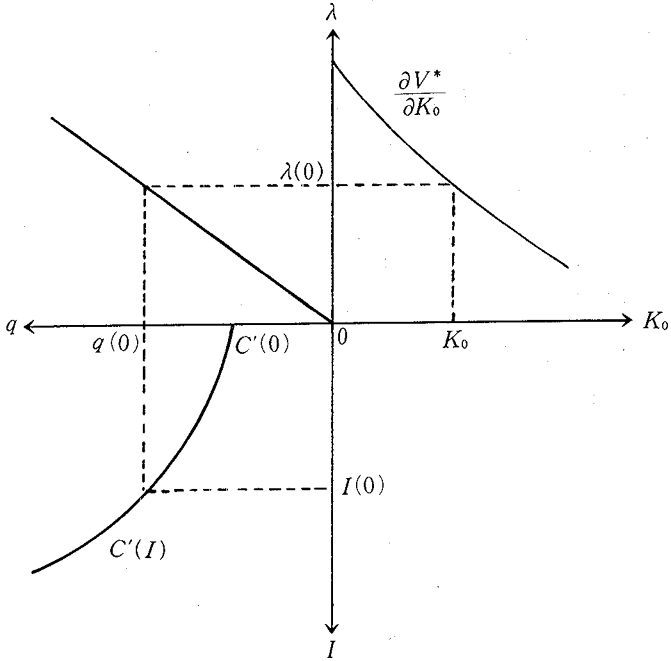


〈第 2 図〉

（6） 境界条件 $K^*_{K_0}=0$，$q^*_{K_0}=0$ は，(32)式左辺をゼロと置くことによって得られる。

$$K_{K_0}(0, \theta) = 1,\ K^*_{K_0} = 0,\ q^*_{K_0} = 0 \tag{33}$$

そこで第2図に示されるように，解 $K_{K_0}(t, \theta)$ 及び $q_{K_0}(t, \theta)$ の可能な変化パターンと境界条件(33)とから，



〈第3図〉

$$q_{K_0}(0, \theta) < 0 \tag{34}$$

であることが分る。従って(26)式から

$$\frac{\partial^2 V^*(\theta)}{\partial K_0^2} = \frac{\partial \lambda(0, \theta)}{\partial K_0} \equiv (1-k-D)p\frac{\partial q(0, \theta)}{\partial K_0} < 0 \tag{35}$$

となる。

以上のことを利用して企業価値と投資との関係を図示したのが第3図である。第3図第1象限には初期資本ストックに関して減少関数である「初期資本ストックの限界的企業価値関数」が描かれている。任意の初期資本ストック K_0 に対して $\partial V^*(\theta)/\partial K_0$ の値がまず決まり，この値に等しい $\lambda(0, \theta)$ が対応する。この初期資本ストックのシャドウプライス $\lambda(0, \theta)$ に対して，第2象限に描かれた定義式(9)式によって $q(0, \theta)$ が決

まる。そして第3象限に描かれた関数 $C'(I)$ によって初期時点における最適投資水準 $I^*(0)$ が決定されるのである。

また第3図を使って初期資本ストック K_0 以外のパラメータの変化についても，その投資に及ぼす効果を明らかにすることができる。K_0 以外の任意のパラメータが変化した場合，それは現存資本ストックの限界的企業価値を示す曲線（第3図第1象限）を上下いずれかにシフトさせる。例えばそれを上方へシフトさせるならば，投資を増大させ，下方へシフトさせるならば投資の減少を生じさせる。では各パラメータの変化は上述の限界的企業価値を増大させるだろうか，あるいは減少させるであろうか。これを見るために前述したOniki〔10・11〕の方法を適用する。その結果だけを示すと次のようになる。

$$q(0,\theta)=q_0(\overset{+}{p},\ \overset{-}{w},\ \overset{-}{r},\ \overset{+-}{\tau},\ \overset{+}{k}) \tag{36}$$

ここで符号＋は上方へのシフト，－は下方へのシフトを表わす。法人税率 τ の変化については，条件

$$1>k+z \tag{37}$$

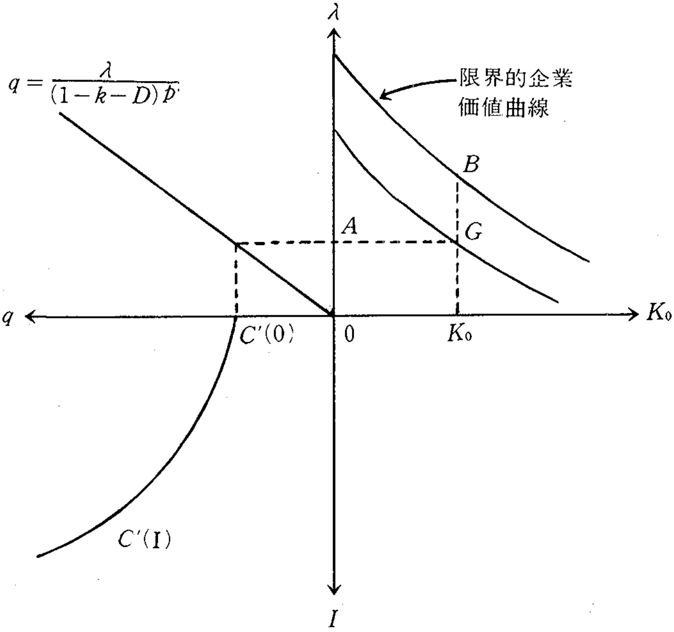
が成立する時，法人税率の引下げは $q(0,\theta)$ を上昇させる。(7)

最後に，ケインズの「資本の限界効率」について考えてみよう。ケインズ『一般理論』によれば，「資本資産から存続期間を通じて得られると期待される収益によって与えられる年金の系列の現在値を，その供給価格にちょうど等しくさせる割引率に相当するもの(8)」と定義されている。そこでこれを永谷〔12〕に沿って，これまで述べてきた投資理論の枠組の中で解釈してみよう。まず供給価格であるが，現存資本ストック水準（すなわち $I=0$）における投資財1単位の実質価格は，すでに述べたように，

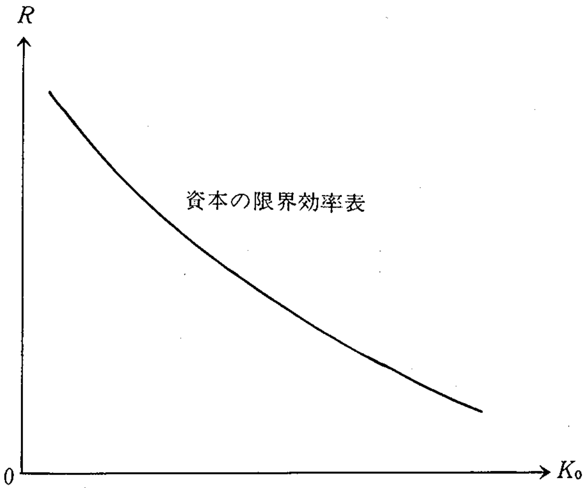
$$(1-k-D)pC'(0)$$

である。これは第4図ではOAで示される。一方，現存資本ストック水準において現行利子率で割引いた限界的企業価値が K_0B で示されている。そこでこれまでの議論から利子率の上昇は限界的企業価値曲線を下方へシフトさせるということを考慮して

(7) この点についての詳細はAbel〔2〕あるいは拙稿〔16〕を参照。
(8) 『一般理論』邦訳（塩野谷祐一訳）p. 133


λ
$q=\frac{\lambda}{(1-k-D)p}$
限界的企業
価値曲線
B
A
G
q
$C'(0)$
0
K_0
K_0
$C'(\mathrm{I})$
I

〈第4図〉


R
資本の限界効率表
0
K_0

〈第5図〉

次のような操作を考える。すなわち，利子率の代わりに割引率 R を置き，この R を現行利子率の高さから出発して次第に上昇させていく。そうすると限界的企業価値曲線が下方へシフトしていく。これを限界的企業価値曲線が第4図G点を通るようになるまで実行し，そのときの割引率を R_0 とする。すなわちこの割引率 R_0 がケインズの定義した「資本の限界効率」である。更にこの割引率 R_0 は初期資本ストック K_0 に対応しており，K_0 が増加するにつれて R_0 はより低い水準が対応する。この初期（現存）資本ストック K_0 との関係を示したのが第5図であり，「資本の限界効率表」である。

IV 結　　び

以上我々は，エイベル型投資理論の枠組の中で企業価値について，特にパラメータとの関連性を中心に検討した。なかでも現存資本ストックとの関係が重要であり，その限界的企業価値が初期時点におけるシャドウプライスに他ならず，投資決定に際して重要な役割をはたすことを強調した。

最後に小論において検討されなかった問題，及び今後に残された課題について二，三述べておこう。まず第一に企業価値とは，ネットキャッシュフローを利子率で割引いた現在価値（資本価値）であり，長期的な利潤であるが，現実の企業がはたしてこの企業価値最大化を行動目標にしているかという周知の問題である。第二に企業内分配に関わる問題であるが，この企業価値がすべて資本所有者すなわち株主に帰属するのか否かという問題である。そして第三に企業価値とは代替的関係にあるともいえる株式の市場価値（株価）との関連性である。こういった問題は企業理論にとって重要なものであり，すでにいくつかの見解が示されているが，別の機会に論じてみたい。

参 考 文 献

〔1〕 Abel, A. B., *Investment and the Value of Capital,* Garland Publishing, Inc. 1979.

〔2〕 Abel, A. B., “Dynamic Effects of Permanent and Temporary Tax Policies in a q Model of Investment,” Journal of Monetary Economics, Vol. 9, No. 3, 1982, pp. 357-373.

〔3〕 Gould, J. P., “Adjustment Costs in the Theory of the Firm,” Review of Economic Studies, Vol. 35, 1968, pp. 47-56.

〔4〕 Hayashi, F., "Tobin's Marginal and Average q: A Neoclassical Interpretation," Econometrica, Vol. 50, No. 1, 1982, pp. 213-224.

〔5〕 本間正明・跡田直澄・林文夫・秦邦昭『設備投資と企業税制』経済企画庁経済研究所研究シリーズ第41号，1984。

〔6〕 板垣有記輔「企業税制と設備投資」『創価経済論集』Vol. XIV, No. 2, 1984, pp 39-54.

〔7〕 板垣有記輔『動的最適化と経済理論』多賀出版，1985。

〔8〕 Jorgenson, D. W., "Capital Theory and Investment Behaviour," The American Economic Review, Vol. 53, 1963, pp 247-259.

〔9〕 Lucas, R. E., "Adjustment Costs and the Theory of Supply," Journal of Political Economy, Vol. 75, 1967, pp. 321-334.

〔10〕 Oniki, H., "Comparative Dynamics in the Theory of Optimal Growth," Keizaigaku (Tohoku Economic Journal), Vol. 30, 1969, pp. 48-57.

〔11〕 Oniki, H., "Comparative Dynamies (Sensitivity Analysis) in Optimal Control Theory," Journal of Economic Theory, Vol. 3, No. 3, 1973, pp. 265-283.

〔12〕 永谷敬三『金融論』マグロウヒル好学社，1982。

〔13〕 Treadway, A. B., "On Rational Entrepreneurial Behaviour and the Demand for Investment," Review of Economic Studies, Vol. 36, 1969, pp. 227-239.

〔14〕 Yoshikawa, H., "On the 'q' theory of Investment," The Amenican Economic Review, Vol. 70, No. 4, 1980, pp. 739-743.

〔15〕 吉川洋『マクロ経済研究』東京大学出版会，1984。

〔16〕 阿部文雄「企業投資と税制」『香川大学経済論叢』第58巻第2号，1985, pp. 151-158.