報酬率規制と企業の最適投資政策

阿　部　文　雄
片　山　誠　一

I　はじめに

私的独占企業に対して政府による規制が行われた場合，それが当該企業の行動にどのような影響を及ぼすかという問題は，最初，アバーチ&ジョンソン〔1〕によって分析され，以後非線型計画法の厳密な適用や図解によって，問題の構造およびその厚生経済学的解釈等が明らかにされてきた。(1) そこでの主要なそして共通の基本的結論の一つは，資本収益率に対する規制が有効な場合，企業が保有する資本ストックは過剰になる傾向があるというものである。これがいわゆる「アバーチ&ジョンソン効果(A-J effect)」あるいはover-capitalization thesisと言われるものである。ただ，その理論的枠組みは大部分異時点間の投資行動を含まないという意味で静学的であった。

これに対し，ピーターソン&ワイド〔8〕およびエル・ホディリ&高山〔3〕は，近年の投資理論の成果を取り入れ，きわめて自然と思われる方法で動学的枠組みを構築し，投資行動をも分析の射程に入れた。このうちピーターソン&ワイドは，計画期間が無限大のケースについて分析を行っている。そして規制を受ける場合の投資と規制を受けない場合の投資の比較を可能にする一般的条件を示し，さらに収入関数が１次同次性を満たすある特殊な形で与えられた場合，規制を受けた場合の投資がそうでない場合より，全計画期間を通じて低くなり，A-J効果が成立しなくなることを示した。(2) 一方，エル・ホディリ&高山

(1)　例えば，奥野信宏〔7〕第５章などを参照。
(2)　El-Hodiri & Takayama〔3〕は，この結果を誤っていると批判しているが，我々の分析では，次節以下で述べるように，正しいことが示される。

の分析は，計画期間が有限のケースと無限大のケースに分けて行われ,[3] いずれのケースにおいても，静学モデルで得られたA-J効果が，動学モデルにおいても成立することを主張した。

小稿は，上のエル・ホディリ&高山〔3〕に対していくつかの疑問を示すことを通じて，この問題に対する望ましいアプローチを模索しようとするものである。ただここでは，かれらのモデルのうち，計画期限が有限なケースについてのみ考察し，計画期間が無限大であるケースについては別の機会に論じる。さて我々が，エル・ホディリ&高山〔3〕に対して提示したい疑問点の骨子をあらかじめ述べておくと，次のようなことである。[4]

(1)　エル・ホディリ&高山〔3〕は，制約の有効性の如何にかかわらず，$G_L(K, L) = w$ を仮定しているけれども,[5] 制約が有効な場合には，この仮定は必ずしも成立しないこと。

(2)　かれらは，上の(1)で述べた仮定を使って，$s = G_K(K, L)$ を導いているけれども,[6] それは，制約が有効な場合必ずしも成立しないこと。

(3)　かれらは，規制を受けた場合の粗投資が，規制を受けない場合のそれより，全計画期間を通じて小であることはないと述べているが，このことが可能であること。

(4)　かれらは，$K^*(T) \geqq K^0(T)$ が成立すると主張しているけれども，まったく逆の $K^*(T) < K^0(T)$ が成立する可能性があること。さらに，$\partial K^*(T)/\partial s \leqq 0$ が成立することを主張しているけれども，$\partial K^*(T)/\partial s > 0$ が成立すること。従って，A-J効果が成立しない可能性があること。

なお収入関数 $G(K, L)$ は，通常凹関数が仮定されるが，以下においては，それが1次同次である場合を想定して分析をおこなう。[7]

(3)　ただし計画期間が無限大のケースについては，分析を定常状態に限定している。

(4)　記号についてはII節以下を参照。

(5)　El-Hodiri & Takayama〔3〕p. 34, (19')式参照。

(6)　El-Hodiri & Takayama〔3〕p. 38, (47)式参照。

(7)　収入関数を構成する需要関数と生産関数の関係およびその経済学的意味については，例えば，Katayama & Tawada〔6〕を参照。

II エル・ホディリ&高山モデル

まず，以下での分析上必要と思われる範囲で簡単にエル・ホディリ&高山モデルを紹介しておこう。政府によって規制を受ける私的独占企業を想定し，この企業が次のような条件付確定的有限期間計画問題に直面しているものとする。

$$\underset{I(t),L(t)}{Maximize} \int_0^T \left[G(K, L)-wL-C(I)\right] e^{-\delta t}dt+ce^{-\delta T}K(T) \tag{1}$$

subject to

$$\dot{K}(t) = I(t)-\alpha K(t),\ K(0) = K_0 \tag{2}$$

$$sK(t)-G(K(t),\ L(t))+wL(t) \geqq 0。 \tag{3}$$

ここで，記号の意味は次の通りである。K は資本ストック，L は雇用量，I は粗投資，K_0 は初期資本ストック，w は賃金率，α は資本減耗率，δ は割引率，s は政府によって設定される公正収益率（資本収益率），T は計画期間（有限），c は資本1単位当たりのスクラップバリューである。[8] パラメーターの値はすべて正であり，K_0 は規制が存在しない場合の長期均衡資本ストックより十分に小さいものと想定される。また，関数 $C(I)$ はいわゆる調整費用関数を表しており，$C(I) > 0$, $C'(I) > 0$, $C''(I) > 0$ for $I > 0$ が仮定される。さらに，$G(K, L)$ は収入関数であり，1次同次であると想定される。なお，$G_K > 0$, $G_L > 0$, $G_{KK} < 0$, $G_{LL} < 0$, $G_{KL} > 0$, $G(0, 0) = 0$ が仮定される。また次のような記法を用いている。$\dot{K}(t) = dK(t)/dt$, $G_K = \partial G/\partial K$, $G_{KL} = \partial^2 G/\partial L \partial K$ 等。

さて上の問題は，資本蓄積方程式(2)式および資本収益率規制（制約条件）(3)式に従いつつ，現在からある有限の将来時点までの利潤総額を最大化するような粗投資 $I(t)$ および雇用量 $L(t)$ の時間経路を求めようとするものである。この問題に最適解 $I(t)$ および $L(t)$ が存在すると仮定すれば，その最適解が満たすべき必要条件は，次のように示される。まず，ラグランジュ関数 W を，

---

(8) El-Hodiri & Takayama〔3〕では，(1)式第2項は $cK(T)$ と定式化されているが，小稿におけるように現在価値で表すのが，第1項との関連で自然と思われる。しかしながら，分析上両者に本質的差異は生じない。

$$W = G(K, L) - wL(t) - C(I) + q(t)[I(t) - \alpha K] + \mu(t)[sK(t) - G(K, L) + wL(t)] \quad (4)$$

と置き，内点解，$I > 0$, $L > 0$ を想定する時，以下の条件を満たす関数，$q(t)$ および $\mu(t)$ が存在することである。[9]

$$\dot{q}(t) = (\alpha + \delta)q(t) - \mu s - (1 - \mu)G_K \quad (5)$$

$$q(t) = C'(I) \quad (6)$$

$$(1 - \mu)(G_L - w) = 0 \quad (7)$$

$$\mu(t) \geqq 0,\ \mu(t)[sK - G(K, L) + wL] = 0 \quad (8)$$

$$q(T) = c, \quad (9)$$

ここで，$q(t)$ は状態方程式(2)式に対応した補助変数（資本ストックのシャドープライス）であり，$\mu(t)$ は制約条件式(3)式に対応したラグランジュ乗数である。

III　仮定 $G_L(K, L) = w$ について

エル・ホディリ＆高山〔3〕は，効率性の観点から，労働の限界収入生産物 (marginal revenue product of labour) は（貨幣）賃金率に等しい，すなわち，$G_L(K, L) = w$ を仮定すると述べ，そしてそれは事実かれらの分析において重要な役割を果たしているが，この仮定は制約が有効な場合必ずしも成立しないことを以下で示す。今任意の t 時点において，制約が有効であるとしよう。従ってこの時，制約条件(3)式は等号で成立する。つまり，

$$s = \frac{G(K, L) - wL}{K} \quad (10)$$

である。(10)式右辺は資本収益率を表しており，従って(10)式は，制約が有効な場合，資本収益率が政府によって設定された資本収益率の上限に等しいことを意味している。そこで，(10)式右辺の資本収益率を，

---

(9)　(5)式は，$\dot{q}(t) = \delta q(t) - \partial W/\partial K$ から導出される。また，(6)および(7)式は，$\partial W/\partial I = 0$ および $\partial W/\partial L = 0$ からそれぞれ導かれたものである。なおここで制約想定 (constraint qualification) は，例えば Takayama〔11〕p. 648, Lemma (iv) を適用することにより，制約が有効である時，$G_L \neq w$ ならば満たされていることが分かる。

$$\rho(t)=\rho[K(t),\ L(t)]=\frac{G(K,\ L)-wL}{K} \tag{11}$$

と置く。(11)式から明らかなように，資本収益率関数 $\rho(t)$ は資本ストック K および雇用量 L に依存しており，政府による規制 s に対して，制約条件(3)式が有効となるか非有効となるかは，基本的にこの資本収益率関数の構造による。そこでこの資本収益率関数 $\rho(t)$ の性質について検討しておこう。まず資本ストック水準を任意の値 K_1 に固定し，$\rho(t)$ を雇用量 $L(t)$ で微分すると，

$$\frac{\partial\rho}{\partial L}=\frac{G_L(K_1,\ L)-w}{K_1}\gtreqless 0 \quad as \quad G_L(K_1,\ L)\gtreqless w \tag{12}$$

$$\frac{\partial^2\rho}{\partial L^2}=\frac{G_{LL}}{K}<0 \tag{13}$$

を得る。従って，資本ストック水準を任意に固定する時，資本収益率関数は雇用量 L に関してユニークな極大点を持っており，かつそれは，$G_L(K,\ L)=w$ を満たす雇用量を選択した時達成される。次に，このようにして得られた資本収益率関数の極大点を，様々な資本ストック水準に対して取ることによって極大点の軌跡を得る。そこで，この軌跡に沿って資本収益率 ρ がどのように変化するかを見てみよう。雇用 L が $G_L(K,\ L)=w$ を満たしていることを考慮し，かつすでに仮定したように，収入関数 $G(K,\ L)$ が1次同次である時，

$$\left.\frac{d\rho}{dK}\right|_{G_L=w}=-\frac{G(K,\ L)-G_KK-G_LL}{K^2}=0 \tag{14}$$

となる。換言すれば，資本収益率の山の高さは，$G_L(K,\ L)=w$ を満たす K と L の組み合わせに対して同一である。それゆえ，資本収益率の山は，いわばトンネル状の形をしており，その頂上の稜線が，$G_L(K,\ L)=w$ を満たしているわけである。

このような資本収益率関数 $\rho(t)$ の構造を考慮する時，雇用量 L は，企業の最適化行動によって決定されるのであり，体系外から $G_L(K,\ L)=w$ を仮定することはできないことが分かる。というのはもし公正報酬率 s が，上の資本収益率の山の高さより低く設定されるならば，まず最初に，$G_L(K,\ L)=w$ を満たす K と L の組み合わせから実行不可能となるからである。その時，各時点の

$K(t)$に対して，$G_L(K, L) \neq w$でなければならず，[10] 従ってこの場合，初期時点においてこのような状況になると，それは全計画期間を通じて継続される。それゆえ収入関数が1次同次性を満たす場合，計画期間中に，制約が有効である場合の微分方程式体系から制約が非有効である場合のそれへのスイッチの可能性は存在しないことになる。なおこのような時，ラグランジュ乗数$\mu(t)$の値は(7)式より，$\mu(t) = 1$でなければならない。

ただ注意すべきは，公正報酬率sが資本収益率の山の高さにちょうど等しく設定された場合である。この時には，企業は$G_L(K, L) = w$を満たす雇用量を選択することができ，かつ制約条件(3)式が成立するので，この場合形式的には制約は有効で，しかも$G_L(K, L) = w$を満たす雇用量を選択できることになる。実はこれが，エル・ホディィリ&高山〔3〕の仮定と整合的な状況と考えざるを得ないわけであるが，しかしながら，このケースは実質的に制約が非有効のケースと同一のものとなる。しかもこの場合，かれらが想定しているような，最適経路が，規制が有効な期間とそうでない期間をともに含むというようなケースは存在しない。従って，報酬率規制の点から関心を寄せるべき状況は，このような場合ではなく，公正報酬率sが資本収益率の山の高さより低く設定される場合であり，その時初めて規制の実質的効果があらわれるのである。

IV　$s = G_K(K, L)$について

エル・ホディィリ&高山〔3〕は，制約が有効な場合，公正報酬率sと資本の限界収入生産物 (marginal revenue product of capital) $G_K(K, L)$は常に等しくなると主張している。そこで以下において，このことが，III節で述べた特殊な状況，すなわち，$G_L(K, L) = w$と$sK - G(K, L) + wL = 0$が同時に成立し，規制された最適経路が規制を受けない場合の最適経路と同一である状況を除いて，成立しないことを示す。今制約が実質的に有効で，それゆえ$G_L(K, L)$

(10) この時，Peterson & Weide〔8〕も述べているように，最適な雇用水準は，2つ存在することになるが，いずれも最適である。なお，$\mu(t) = 1$の時，ラグランジュ関数は，$W = -C(I) + q(t)[I(t) - \alpha K(t)] + sK(t)$となり，雇用量$L$から独立となる。

$\neq w$である状況を想定しよう。この時，規制された経路上では，

$$s=\frac{G(K,\ L)-wL}{K} \tag{10}$$

が成立している。この⑽式の両辺から，⑽式を満たす K と L で評価した資本の限界収入生産物 $G_K(K,\ L)$ を差し引くと，

$$s-G_K=\frac{G(K,\ L)-wL}{K}-G_K=\frac{G(K,\ L)-wL-G_KK}{K}$$
$$\neq\frac{G(K,\ L)-G_LL-G_KK}{K}=0 \tag{15}$$

となり，$s\neq G_K(K,L)$ でなければならない。[(11)] すでに述べたように，$G_L(K,\ L)=w$ と $sK-G(K,\ L)+wL=0$ が同時に成立しているような特殊な場合には，$s=G_K(K,\ L)$ が成立する。

V　規制された経路上での最適投資水準

エル・ホディィリ&高山〔3〕は，規制された経路上で行われる投資が，全計画期間を通じて規制を受けない場合のそれより小であるという状況は不可能であると述べている。横断条件⑼式から明らかなように，投資水準を決定する資本ストックのシャドープライスの終端時刻での値 $q(T)$ は，制約の有効性の如何に関わらず一定値 c でなければならないから，終端時刻における投資水準も制約の有効性にかかわらず等しい。しかし，終端時刻 T を除けば，規制された経路上で行われる投資水準が，規制を受けない場合のそれより小であることが，少なくとも収入関数 $G(K,\ L)$ が1次同次である場合，可能であることを以下で示そう。

以下ではエル・ホディィリ&高山〔3〕の記法を使って，規制された経路には $*$ 印を，規制を受けない経路については 0 印を添え字に使うことにする。まず，

⑾　なおこのことは次のように説明することもできよう。今規制された経路上では，⑽式が成立しているので，⑽式を K と L に関して全微分する。つまり，この⑽式を満たすような K と L の変化を考えるのである。従って，次式を得る。$(s-G_K)dK=(G_L-w)dL$。ここで，$G_L\neq w$ であるから，$s-G_K\neq 0$ でなければならない。

制約が有効でない場合の最適経路は，$\mu(t)=0$ を考慮すれば，以下のように示される。

$$\dot{K}^0(t)=I^0(t)-\alpha K^0(t),\ K^0(0)=K_0 \tag{2}$$

$$\dot{q}^0(t)=(\alpha+\delta)q^0(t)-G_K(K^0,\ L^0) \tag{16}$$

$$q^0(t)=C'(I^0) \tag{17}$$

$$G_L(K^0,\ L^0)=w \tag{18}$$

$$q^0(T)=c。 \tag{19}$$

また，制約が実質的に有効な場合の最適経路は，$G_L(K,\ L)\neq w$，$\mu(t)=1$ が成立することを考慮すれば，以下のように示される。

$$\dot{K}^*(t)=I^*(t)-\alpha K^*(t),\ K^*(0)=K_0 \tag{20}$$

$$\dot{q}^*(t)=(\alpha+\delta)q^*(t)-s \tag{21}$$

$$q^*(t)=C'(I^*) \tag{22}$$

$$\mu(t)=1 \tag{23}$$

$$sK^*-G(K^*,\ L^*)+wL^*=0 \tag{24}$$

$$q^*(T)=c。 \tag{25}$$

さて，規制が実質的に有効な場合，

$$s<\frac{G(K^0,\ L^0)-wL^0}{K^0} \tag{26}$$

が成立する。ここで(26)式右辺は，$G_L(K,\ L)=w$ を満たす K と L の組み合わせに対する資本収益率を表す。それゆえ，

$$s-G_K(K^0,\ L^0)<\frac{G(K^0,\ L^0)-wL^0-G_K{}^0K^0}{K^0}$$

$$=\frac{G(K^0,\ L^0)-G_L{}^0L^0-G_K{}^0K^0}{K^0}=0 \tag{27}$$

$$\therefore s<G_K(K^0,\ L^0) \tag{28}$$

でなければならない。また，(16)式より，

$$q^0(t)=ce^{-(\alpha+\delta)(T-t)}+\int_t^T G_K{}^0e^{-(\alpha+\delta)(\tau-t)}\,d\tau \tag{29}$$

であり，一方(21)式より，

$$q^*(t) = ce^{-(\alpha+\delta)(T-t)} + \int_t^T se^{-(\alpha+\delta)(\tau-t)}\,d\tau \tag{30}$$

である。ここで(28)式を考慮すれば，

$$q^0(t) > q^*(t) \quad for \quad t \in [0,\ T) \tag{31}$$

$$q^0(T) = q^*(T) = c \tag{32}$$

を得る。すなわち，終端時刻Tを除いて，資本ストックのシャドープライスは，規制された場合の方が規制を受けない場合のそれより小であり，従って(6)式より，

$$I^0(t) > I^*(t) \quad for \quad t \in [0,\ T) \tag{33}$$

$$I^0(T) = I^*(T) \tag{34}$$

を得る。言うまでもなく，これは規制された経路上での投資が，そうでない場合に比べて全計画期間を通じて小であることを意味している。(12)

さらに，規制が強化され s が低下した場合の効果を見てみよう。(30)式を s で微分すると次式を得る。

$$\frac{\partial q^*(t)}{\partial s} = \frac{1-e^{-(\alpha+\delta)(T-t)}}{\alpha+\delta} > 0 \quad for \quad t \in [0,\ T)。 \tag{35}$$

従って，$\partial K^*(T)/\partial s > 0$が成立する。すなわちこの場合，A-J 効果は成立しない。

VI 結　び

前節までの分析から，$G(K,\ L)$が１次同次である場合，最適経路は基本的に２つのタイプから構成されることがわかる。つまり，全計画期間を通じて規制を受けるというタイプと全計画期間を通じて全く規制を受けないというタイプ

(12) Peterson & Weide〔8〕は，収入関数が $G(\mathrm{K},\ L) = (KL)^{1/2}$ で与えられた場合に，規制された投資が，そうでない場合よりも全計画期間を通じて小さくなるという結果を示した。これに対して，El-Hodiri & Takayama〔3〕は，それが誤りであると批判している。しかし，これは明らかに Peterson & Weide〔8〕の方が正しいと言わざるをえない。というのは，El-Hodiri & Takayama は，$4ws = 1$ が成立することを証明するために，$G_L = w$ を使っているからである。$G_L = w$ の成立それ自体が $4ws = 1$ を意味するのであって，$G_L = w$ が成立するのは，規制された経路と規制されない経路が一致する場合だけであり，その時両者に乖離が生じないのは当然である。

である。従って，計画期間中のある時刻を境にして，２つの異った微分方程式体系が連結されるという可能性は存在しない。これは基本的に収入関数 $G(K, L)$ の構造に依存することである。というのは，もし収入関数が例えば厳密に凹である場合，$G_L(K, L)=w$ を満たす K と L の組み合わせに対して，

$$G(K, L)-G_KK-wL=G(K, L)-G_KK-G_LL>0 \tag{36}$$

であるから，(14)式は，

$$\left.\frac{d\rho}{dK}\right|_{G_L=w}<0 \tag{37}$$

となる。従って，資本収益率ρは，トンネルの頂上の陵線に沿って，Kの増加とともに減少していくことになる。それゆえ最適経路が，規制された経路から規制を受けない経路へとスイッチされる可能性が生じる。(13) さらに，２つのタイプの最適経路がスイッチされる時点において，資本ストックのシャドープライス $q(t)$ にジャンプが生じる可能性がある。(14) 最適経路の特質を明らかにする場合，このことを考慮に入れて慎重に分析を進めなければならないであろう。

以上我々は，私的独占企業に対する報酬率規制が当該企業の投資・雇用政策にどのような影響を及ぼすかという問題について，エル・ホディリ＆高山論文を検討し，問題の基本的構造とともにかれらの分析に含まれると思われる不十分さを指摘した。さらに，収入関数が１次同次であるケースについて，最適経路の特質を明らかにし，A-J 効果が必ずしも成立しないことを示した。収入関数が凹である場合の最適経路の特質の分析については，別の機会に行う。

〔付記〕

本稿の作成に際し，香川大学近代経済学研究会の先生方から有益なコメントを頂きました。記して謝意を表します。

---

(13) El-Hodiri & Takayama〔３〕は，収入関数 $G(K, L)$ の凹性の仮定の下で，このことの可能性を分析しているが，明らかに誤りを含んでいると思われる。というのは，かれらはその場合でも，全計画期間を通じて $G_L(K, L)=w$ を仮定しているが，規制が有効なら，$G_L(K, L)\neq w$，そうでないなら，$G_L(K, L)=w$ でなければならないからである。

(14) 例えば，Kamien & Schwartz〔５〕, Seierstad & Sydsaeter〔９〕・〔10〕などを参照。

参 考 文 献

〔1〕 Averch, H & L. L. Johnson, 1962, "Behavior of the Firm under Regulatory Constraint, " *American Economic Review*, Vol. 52, pp. 1052-1069.

〔2〕 Arrow, K. J. & M. Kurz, 1970, *Public Investment, the Rate of Return, and Optimal Fiscal Policy*, Johns Hopkins Press.

〔3〕 El-Hodiri, M. & A. Takayama, 1981, "Dynamic Behavior of the Firm with Adjustment Costs under Regulatory Constraint," *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 3, No. 3, pp. 29-41.

〔4〕 Forster, B. A., 1977, "On a One State Variable Optimal Control Problem, "in *Applications of Control Theory to Economic Analysis*, Pitchford, J. D. & S. J. Turnovsky eds., North-Holland, pp. 35-56.

〔5〕 Kamien, M. I. &N. Schwartz, 1981, *Dynamic Optimization*, North Holland.

〔6〕 Katayama, S. & M. Tawada, 1986, "Note on the Optimal Solution of the Averch -Johnson Model, "Working Paper No. 93, Kobe University of Commerce.

〔7〕 奥野信宏 1975 『公企業の経済理論』 東洋経済新報社.

〔8〕 Peterson, D. W. & J. H. Weide, 1976, "A Note on the Optimal Investment Policy of the Regulated Firm, "*Atlantic Economic Journal*, Vol. 4, pp. 51-56.

〔9〕 Seierstad, A. & K. Sydsaeter, 1977, "Sufficient Conditions In Optimal Control Theory, "*International Economic Review*, Vol. 18, No. 2, pp. 367-391.

〔10〕 Seierstad, A. & K. Sydsaeter, 1983, "Sufficient Conditions Applied to an Optimal Control Problem of Resource Management", *Journal of Economic Theory*, Vol. 31, pp. 375-382, pp. 375-382.

〔11〕 Takayama, A., 1985, *Mathematical Economics*, Cambridge University Press.