算数・数学の学習困難を主訴とする小・中学生を対象とした数概念の評価方法に関する検討

恵　羅　修　吉[1]　・　中　島　栄美子[2]

要旨

熊谷（2007）は小学校低学年における数概念の理解を評価する課題として線分・円描写課題の有用性について検討したが，算数･数学の学習困難のある児童生徒を対象とした研究は不十分である。本稿では，主訴として算数・数学の学習困難がある通常の学級に在籍する小・中学生を対象として，熊谷(2007)の線分･円描写課題を実施し，課題遂行の特徴について分析することを目的とした。その結果，対象児童生徒の過半数が，線分・円描写課題の両方で正確さが低減した遂行結果を示した。このことは本課題が算数・数学の学習困難を主訴とする児童生徒の数概念の習得状況を評価する課題としての有効性を示唆するものであるが，その理論的な妥当性と実施上の問題について更なる検討が必要である。

キーワード：小・中学生　算数・数学の学習困難　数概念

Ⅰ　問題と目的

われわれは，日常生活のなかの数多くの場面において，数や量を判断し処理する活動を行っている。数概念の理解や数量を取り扱うスキルは，ものの大小や多少の比較，買物の際の支払いや家計管理，移動における距離や所要時間の把握と予測など多様な活動に関与している。このような点から，現代社会において，算数・数学教育の充実が重要度の高い教育課題として位置づけられ（National Mathematics Advisory Panel, 2008; 日本学術会議数理科学委員会数学教育分科会, 2016），数理解から数学的リテラシーの獲得まで幅広い研究が進められている（e.g., Clements & Sarama, 2009; Dehaene, 2011; 藤村, 2012）。

フォーマルな算数教育は，数概念の習得から始まる。数概念の理解は，算数の基礎となる。子どもを対象として数概念の理解度を測定する方法として，熊谷（2007）は，「線分・円描写課題」について検討した。「線分・円描写課題」は，長さまたは大きさを表す一つの連続量をもとにして，異なる長さまたは大きさのもう一つの連続量を描く課題である。通常の学級に在籍する小学校１年生と２年生を対象として検査を施行した結果，線拡大課題（基準となる線分より長い線を描く課題）では学年で大きな差が見られず，線縮小課題（基準となる線分より短い

1　高度教職実践専攻

2　高度教職実践専攻

線を描く課題）と円縮小課題（基準となる円より小さい円を描く課題）では，１年生ではやや難しいが，２年生ではほぼ達成された。全体としては，線課題と円課題のいずれにおいても１年生よりも２年生の方がより正確であった。また，１年生，２年生ともに線課題よりも円課題で難易度が増しており，一次元よりも二次元の方が量の対比が難しいことが示された。以上の結果より，熊谷（2007）は，「線分・円描写課題」が小学校１，２年生の数量概念を評価する課題として適切であることを示唆している。熊谷（2007）の研究は，フォーマルな算数教育が始まる小学校低学年における数概念の理解状態を評価する課題として「線分・円描写課題」の有用性を示すものではあるが，数概念の獲得困難や算数・数学に対する苦手意識との関連性については，まだ検討が進められていない。この課題が算数・数学で学習困難のある子どもの理解や支援にどのようにいかせるか，これから検討する必要がある。

そこで本研究では，主訴として算数・数学における学習困難がある通常の学級に在籍する小・中学生を対象として，熊谷（2007）の「線分・円描写課題」を実施し，課題遂行の特徴について分析することを目的とした。分析に際しては，熊谷（2007）の小学校１，２年生の結果と，同じ課題を用いて大学生を対象として調査した尾崎（2012）の結果と比較することにした。熊谷（2007）と尾崎（2012）の対象児・者については，特に算数・数学の学習困難に関する記載はないので，これを標準値とみなして，比較することにした。

Ⅱ　方法

１．対象

香川大学大学院教育学研究科特別支援教室において個別指導を実施した児童生徒のうち，指導開始前の保護者面談において算数・数学での学習困難が主訴としてあげられた者に研究協力を求め，同意の得られた45名（男児32名，女児13名）を調査対象とした。すべての児童生徒が日本語を母国語としており，公立学校の通常の学級に在籍していた。学年の内訳は，小学１年生７名，２年生10名，３年生８名，４年生４名，５年生６名，６年生４名，中学１年生４名，２年生１名，３年生１名であった。いずれの児童生徒も本研究で使用する２桁まで数字の読みに問題はなく，また課題遂行に困難をきたすような視力ならびに運動機能の障害はなかった。

２．倫理的配慮

実施に先たち，保護者および本人に本研究の意図と内容について説明し，研究協力の同意を得た。

３．手続き

課題は，熊谷（2007）による「線分・円描写課題」（以下，線分描写については線課題，円描写については円課題とする）とした。熊谷（2007）が対象とした小学校１，２年生の結果と比較するため，課題内容は同一とした。

検査は，静かな指導室にて，個別に実施した。

１）材料

Ａ４用紙５枚に線課題の練習問題２問と正問題10問，円課題の練習問題２問と正問題10問，計22問が印刷されたものを準備した。

２）出題形式

線課題，円課題ともにまず初めに練習問題を行い，課題に関する理解を確認した。線課題の例示と練習問題を図１に示す。１の長さ（大きさ）の線（円）を示して２の長さ（大きさ）の線（円）を例示した。これを確認した後に，１の線（円）をもとに２の線（円）を描く条件と２の線（円）をもとに１の線（円）を描く条件の２つの練習問題を行った。線課題については，描く線の出発点をドットで示した。円課題については，提示された数字を囲むように円を描画するように求めた。

正問題での数の対比は，以下の通りである。①③④⑥⑧⑩は拡大課題であり，②⑤⑦⑨は縮小課題とした。

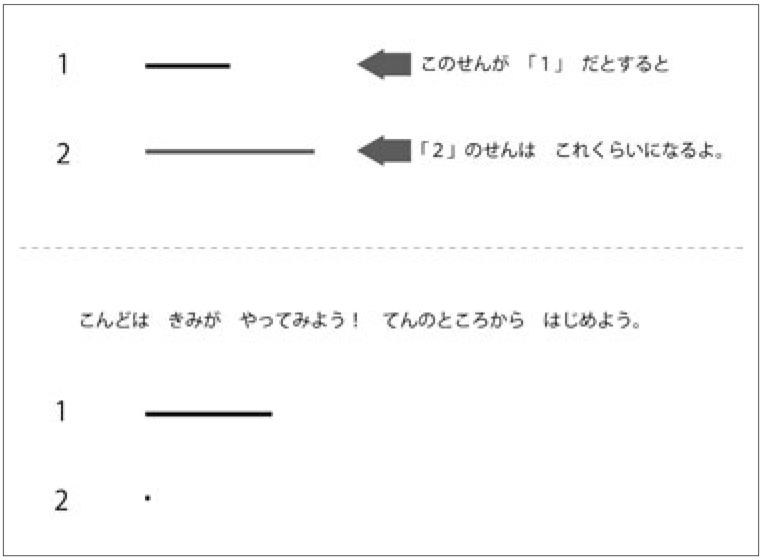

図１　線課題における練習問題

①１の線（円）に対して３
②５の線（円）に対して４
③４の線（円）に対して６
④５の線（円）に対して６
⑤７の線（円）に対して４
⑥10の線（円）に対して14
⑦15の線（円）に対して８
⑧18の線（円）に対して25
⑨20の線（円）に対して10
⑩70の線（円）に対して90

３. 描かれた線の長さと円の面積の測定方法

線課題で描かれた線分の長さについては，実験者が定規を用いてmm単位で計測した。円課題で描かれた円の面積については，まず描画された解答用紙をスキャナによりデジタル画像（解像度 100 dpiに設定）としてパソコンに取り込んだ。デジタル画像は，画像処理ソフト（Adobe Photoshop CC）を用いて，円の内側のピクセル数を計測した。

４. 分析方法

先行研究（熊谷，2007；尾崎，2012）では，各課題について問題を単位とした分析がなされていた（問題別分析とする）。先行研究と対比するため，本研究においてもまずは先行研究と同じ分析方法を採用した。ついで個人差について検討するため，対象児を単位とした分析をすることにした（対象児別分析とする）。

問題別分析では，先行研究（熊谷，2007；尾崎，2012）と同様，正解となるべき線の長さ（あるいは円の大きさ）に対する描画された線の長さ（あるいは円の大きさ）の割合を算出し，それを「正解からのずれ率」（以下，ずれ率）とした。線課題のずれ率は，提示された線の長さ（α）を基準として正解となるべき長さ（β）を算出し，その線の長さ（β）と実際に対象児が描いた線の長さ（β'）との比（正解に対する割合：γ）を求め，分析の対象とした。円課題のずれ率は，提示された円の面積（α）を基準に，正解となるべき円の面積（β）を算出し，その面積（β）と実際に対象児が描いた円の面積（β'）との比（γ）を分析の対象とした。式は以下のとおりである。

$$\frac{\beta'}{\beta} = \gamma \quad \text{（正解からのずれ率）}$$

正解の線分（あるいは円）が描けた時にはγ＝１となる。つまり，ずれ率は，１に近ければ近いほど，より正確な長さの線（あるいは大きさ

の円）が描かれたことを示している。$\gamma > 1$ の場合は，正解よりも長い線（あるいは大きな円）が描かれたことになり，逆に $\gamma < 1$ の場合は正解よりも短い線（あるいは小さな円）が描かれたことになる。

対象児別分析では，正解の長さ（あるいは面積）（β）と各対象児が描いた線の長さ（あるいは円の面積）（β′）の差の絶対値を正解の長さ（あるいは面積）で除した絶対誤差率（δ）を指標として分析した。式は以下のとおりである。

$$\frac{|\beta' - \beta|}{\beta} = \delta \quad \text{（絶対誤差率）}$$

正解の線分（あるいは円）が描けた時には $\delta = 0$ となる。つまり，絶対誤差率が0に近づけば近づくほど，正解に近い描画ができたことを示している。

表１　線課題（A）と円課題（B）における問題別による「正解からのずれ率」の平均と標準偏差（SD）

A.　線課題

					本研究		小学１・２年生 熊谷（2007）		大学生 尾崎（2012）	
問題	基準数	要求数	倍率	種類	平均	SD	平均	SD	平均	SD
線１	1	3	3.00	拡大	1.02	0.29	0.88	0.28	1.00	0.07
線２	5	4	0.80	縮小	0.89	0.27	1.08	0.18	0.93	0.04
線３	4	6	1.50	拡大	0.87	0.14	0.84	0.10	0.92	0.04
線４	5	6	1.20	拡大	1.06	0.20	1.04	0.14	1.03	0.05
線５	7	4	0.57	縮小	1.27	0.84	1.27	0.84	1.05	0.12
線６	10	14	1.40	拡大	1.10	0.16	1.05	0.20	0.97	0.06
線７	15	8	0.53	縮小	1.11	0.36	1.17	0.34	1.01	0.11
線８	18	25	1.39	拡大	1.28	0.21	1.28	0.22	1.02	0.07
線９	20	10	0.50	縮小	1.31	0.50	1.22	0.31	0.97	0.04
線10	70	90	1.29	拡大	1.32	0.27	1.15	0.15	1.01	0.06

B.　円課題

					本研究		小学１・２年生 熊谷（2007）		大学生 尾崎（2012）	
問題	基準数	要求数	倍率	種類	平均	SD	平均	SD	平均	SD
円１	1	3	3.00	拡大	1.35	0.73	0.79	0.35	1.96	0.77
円２	5	4	0.80	縮小	1.03	0.56	0.86	0.32	0.88	0.14
円３	4	6	1.50	拡大	1.98	0.98	0.97	0.35	1.51	0.31
円４	5	6	1.20	拡大	2.03	1.00	1.06	0.37	1.40	0.31
円５	7	4	0.57	縮小	1.06	0.55	0.37	0.29	0.94	0.26
円６	10	14	1.40	拡大	3.08	1.91	1.29	1.38	1.60	0.37
円７	15	8	0.53	縮小	1.37	0.71	0.75	0.39	0.89	0.30
円８	18	25	1.39	拡大	2.78	1.71	1.48	0.74	1.53	0.48
円９	20	10	0.50	縮小	1.11	0.54	0.80	0.33	0.81	0.20
円10	70	90	1.29	拡大	1.86	1.18	1.72	0.81	1.23	0.25

Ⅲ　結果

対象となった児童生徒のうち，小学２年生女児１名が線課題のみの課題遂行となった。よって，線課題については45名，円課題については44名を分析の対象とした。

１．問題別分析：ずれ率

線課題と円課題それぞれの問題別のずれ率を表１に示す。本研究で得られた結果に加えて，熊谷（2007）より小学１，２年生の結果を，尾崎（2012）より大学生の結果を引用記載した。本研究の対象児における線課題のずれ率は，0.87～1.32の範囲であった。大学生（ずれ率の範囲：0.92～1.05）に比べるとすべての問題で大きなずれを示したが，小学１，２年生（0.84～1.28）とはほぼ同等の結果であった。円課題は，線課題に比べると，大学生でもずれが大きくなる（尾崎，２012）。対象児のずれ率は1.03～3.08の範囲にあり，大学生（0.81～1.96）や小学１，２年生（0.37～1.72）に比べて幅広くなった。

本研究の対象児の結果と熊谷（2007）ならびに尾崎（2012）の結果について，課題別・問題別にプロットしたものを図２に示す。いずれの集団においても，線課題に比べて円課題でずれ率の幅が大きくなっていた。線課題では，大学生のずれ率は1.0前後に集まっているが，本研究対象児と小学１，２年生のずれ率の幅は同程度であった。一方，円課題では，大学生と小学１，２年生のずれ率の幅は同程度であるが，本研究対象児の幅は両群に比べて大きな広がりを示した。大学生では，拡大問題は正解より大きく，縮小問題はより小さく描画する傾向がみられた。この傾向は，小学１，２年生にも本研究対象児にも認められた。

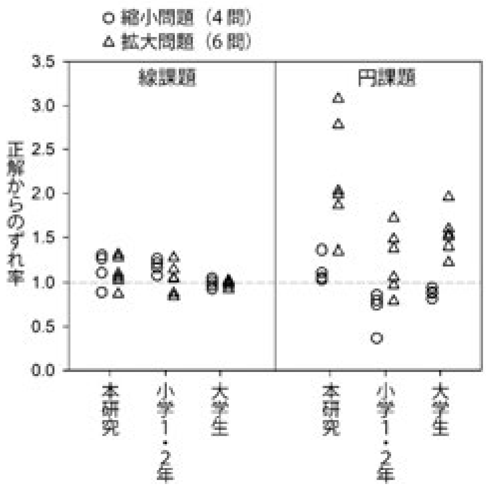

図２　線課題・円課題それぞれにおける問題別による「正解からのずれ率」の分布

注）正解からのずれ率が1.0の破線は正解ラインを示す。小学１・２年生は熊谷（2007）より，大学生は尾崎（2012）より引用した。

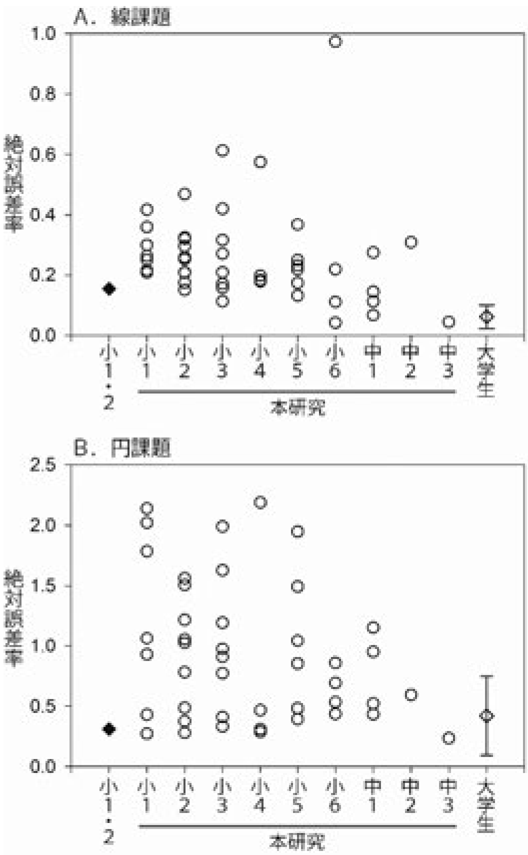

図３　線課題・円課題それぞれにおける絶対誤差率と学年進行の関係

注）横軸左端に示した小学１・２年生の結果は熊谷（2007）より，横軸右端に示した大学生の結果は尾崎（2012）より引用した。大学生におけるエラーバーの範囲は，平均±２標準偏差である。

２．対象児別分析：絶対誤差率

本研究の対象児は，小学１年生から中学３年生までの年齢幅があった。個人差について把握するため，対象児別分析を行った。各対象児について，線課題と円課題それぞれにおける絶対誤差率の平均を算出した。各対象児の課題ごとの絶対誤差率について、学年を横軸にプロットしたものを図３に示す。比較するため，小学１，２年生（熊谷，2007）と大学生（尾崎，2012）の結果についても記載した。小学１，２年生の結果については，熊谷（2007）の表１と表２により，小学１，２年生を合わせた各問題の平均値から全体の平均値を算出したものであり，正確な平均ではなく平均の概算値である。大学生の結果については，尾崎（2012）の原データより平均値と標準偏差を算出した。

線課題と円課題ともに，本研究の対象児の分布をみると，大きなばらつきがみられた。小学１，２年生と大学生の平均値を結ぶラインに比べてみて，高い絶対誤差率を示す対象児が多数認められた。線課題の絶対誤差率と学年についてPearsonの積率相関を求めたところ（外れ値を示した小学６年生１例を除外した），r =－.380（n =44，p =.011）であった。一方，円課題での相関は，r =－.291（n =44，p =.059）であった。以上より，本研究の対象児は，高い絶対誤差率を示す者が多く，全体として学年進行に伴い緩やかに改善する（誤差が低減する）傾向があることが示された。

３．線課題と円課題の相関

線課題と円課題の絶対誤差率の関連について分析した。両者についてPearsonの積率相関を求めたところ，r =.212（n =44, n.s.）であった。大学生を対象とした尾崎（2012）の原データから，線課題と円課題の絶対誤差率の相関を求めたところ，r =.177（n =30，n.s.）であった。

Ⅳ　考察

１．問題別分析：線課題と円課題の比較

線課題については，本研究の対象児は，大学生に比べれば問題別のずれ率にばらつきがあったが，小学１，２年生とはほぼ同等であった。一方，円課題については，小学１，２年生や大学生に比べて，ずれ率のばらつきが広がっていた。また，小学１，２年生や大学生でみられた「拡大課題でずれ率が高く，縮小課題でずれ率が低い」というパタンは本研究対象児でも認められたが，小学１，２年生や大学生と異なり，全体的に高いずれ率を示した。本研究対象児では，拡大課題だけではなく縮小課題もずれ率が1.0を超えていたことから，対象児の特徴として，正解よりも長く／大きく描画する傾向があること，特に拡大課題ではそれが顕著に現れることが示された。この特徴が数量に関する認知を反映しているのか，それとも課題遂行における視覚 - 運動協応を反映しているのか，さらに検討する必要がある。

問題別分析の結果より，線課題については，算数・数学の学習困難の主訴がある児童生徒に特徴的といえるような傾向は見当たらなかった。一方，円課題では，算数・数学の学習困難の主訴がある児童生徒は，全体的に高いずれ率を示す問題があり，不正確さが目立つ結果であった。線課題よりも円課題において，算数・数学の学習困難に関わる認知的要因の関与が強いことが推察された。ただし，表１にみられるように，線課題に比べて円課題のほうが，全般的に高い標準偏差を示していた。これは，小学１，２年生でも大学生でも同様であった。このことから，小学１，２年生，大学生，そして本研究の対象である算数・数学の学習困難がある児童生徒のいずれにおいても，線という一次元での数量推理よりも円という二次元の数量推理が難しく，その遂行に際して大きな個人差が生じることが示唆された。以上，ずれ率による問題別分析の結果から，算数・数学の学習困難の主訴がある児童生徒が円課題の遂行で弱さがみられるが，大きな個人差があることから，やはり対象児別分析をする必要がある。

２．対象児別分析：学年による推移

本研究の対象児は，小学１年生から中学３

年生までの広い学年（年齢）幅があることから，対象児別に絶対誤差率を指標とした分布を確認した。図３にみられるように，線課題でも円課題でも，小学１，２年生と大学生の成績を結んだ線上に位置する対象児も存在するが，過半数の対象児は，結んだ線よりも高い絶対誤差率を示していた。このことから，算数・数学の学習困難を主訴とする児童生徒の過半数は，小学校低学年レベルでの数概念の獲得に至っていないことが示唆された。線課題・円課題ともに提示された数を量（線／円）として表現する課題であることから，数概念のなかでも数と量を適切にマッピングすること，数から量へ変換・推理することの困難が推察された。発達性計算障害（developmental dyscalculia）の原因の候補として数量の理解や処理の弱さが挙げられていることから（e.g., Butterworth, 2005; , De Smedt & Gilmore, 2011; Iuculano, Tang, Hall, & Butterworth, 2008; Rousselle & Noël, 2007），本研究の対象児のなかにこれに該当する児童生徒が含まれている可能性は高いといえる。今回は主訴を手がかりに対象児を選択したが，実際の算数・数学の学力状況に基づいた調査をすることが必要であろう。

絶対誤差率と学年の関連性については，線課題で緩やかではあるが有意な逆相関が認められた。円課題については有意傾向であったことから，両課題は異なる傾向を示しているのではなく，両者とも学年進行に伴い緩やかに改善する傾向があるといえよう。ただし，本研究で対象とした中学生の人数が少ないことによる偏りが相関に影響を及ぼしている可能性は否めない。この点については，更なる調査が必要である。

３．線課題と円課題の関連性

本研究と尾崎（2012）のいずれにおいても，線課題と円課題の相関は有意ではなかった。このことから，本研究における線課題と円課題の低い相関は，主訴としての算数・数学の学習困難に関連するものではないといえる。学習困難とは関係なく，線課題における一次元の数量推理と円課題における二次元の数量推理では異なる認知能力が関与している可能性が示唆された。

４．本研究の限界と今後の課題

本研究では，主訴として算数・数学における学習困難がある通常の学級に在籍する小・中学生を対象として，熊谷（2007）の線課題と円課題を実施し，課題遂行の特徴について分析することを目的とした。対象児別分析より，算数・数学の学習困難を主訴とする児童生徒の過半数で低い課題遂行（すなわち高い絶対誤差率）が認められたことから，この課題が算数・数学の学習困難に関連すると考えられる小学校低学年レベルの数概念の習得状況の評価に活用可能であると期待できる。

一方で，今後検討すべき課題が数多く残っているといわざるを得ない。今回の研究では，算数・数学での学習困難を主訴とする児童生徒を対象にしたが，実際に算数・数学のどの領域（計算，文章題，図形など）で学習困難が強くあらわれているのかを確認できていない。発達性計算障害については多要因の関与が指摘されていることから（Träff, Olsson, Östergren, & Skagerlund, 2017），今回の研究結果でみられた個人差を評価するためには児童生徒が示す学習困難の領域を分類した検討が必要である。

本評価法の理論的な妥当性に関する検討も大きな課題である。類似した課題として研究の蓄積が最も多いのは，Siegler ら（e.g., Booth & Siegler, 2006; Siegler & Booth, 2004; Siegler & Opfer, 2003）が研究を牽引した数直線課題である。線課題と数直線課題を比較することで，線課題に反映される認知能力に関する理解が深まる可能性が期待される。また，実用面でいえば，線課題と数直線課題は，どちらも紙と筆記用具があれば実施可能な点で優劣はないといえる。強いていえば，線課題の方がより運筆技能を必要とする点で手指操作が不器用な児童生徒には不向きであろう。数概念の評価における線課題の優位性を検証するうえで，数直線課題の研究成果と対比する作業は不可欠であると考える。

文献

Booth, J. L., & Siegler, R. S.（2006）Developmental and individual differences in pure numerical estimation. *Developmental Psychology*, 41, 189-201.

Butterworth, B.（2005）Developmental dyscalculia. In J. I. D. Campbell（Ed.）*Handbook of mathematical cognition*. Psychology Press, New York. Pp.455-467.

Clements, D. H., & Sarama, J.,（2009）*Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Routledge, New York.

Dehaene, S.（2011）*The number sense: How the mind creates mathematics. Revised & expanded edition*. Oxford U.P., New York.

De Smedt, B., & Gilmore, C. K.（2011）Defective number module or impaired access? Numerical magnitude processing in first graders with mathematical difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology*, 108, 278-292.

藤村宣之（2012）数学的・科学的リテラシーの心理学：子どもの学力はどう高まるか　有斐閣.

Iuculano, T., Tang, J., Hall, C. W. B., & Butterworth, B.（2008）Core information processing deficits in developmental dyscalculia and low numeracy. *Developmental Science*, 11, 669-680.

熊谷恵子（2007）学習障碍児の数量概念の理解度を測定する手法についての基礎的研究　LD研究，16，312-322.

National Mathematics Advisory Panel（2008）*Foundations for success: The final report of the National Mathematics Advisory Panel.* U.S. Department of Education. Washington,DC. https://www2.ed.gov/about/bdscomm/list/mathpanel/report/final-report.pdf（2020.5.25閲覧）

日本学術会議数理科学委員会数学教育分科会（2016）初等中等教育における算数・数学教育の改善についての提言　日本学術会議. http://www.scj.go.jp/ja/info/kohyo/pdf/kohyo-23-t228-4.pdf（2020.5.25閲覧）

尾崎理恵（2012）: 大学生における数量概念と算数・数学の苦手意識の関連性に関する研究　平成24年度香川大学教育学部特別支援教育コース卒業論文.

Rousselle, L., & Noël, M.-P.（2007）Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: A comparison of symbolic vs non-symbolic number magnitude processing. *Cognition*, 102, 361-395.

Siegler, R. S., & Booth, J. L.（2004）Development of numerical estimation in young children. *Child Development*, 75, 428-444.

Siegler, R. S., & Opfer, J. E.（2003）The development of numerical estimation: Evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychological Science*, 14, 237-243.

Träff, U., Olsson, L, Östergren, R., & Skagerlund, K.（2017）Heterogeneity of developmental dyscalculia: Cases with different deficit profiles. *Frontiers in Psychology*, 7: 2000. doi: 10.3389/fpsyg.2016. 02000