

情報端末を活用した図形課題の探究

風間喜美江・式地淳史*

760-8522 高松市幸町1-1 香川大学教育学部

*760-8522 高松市幸町1-1 香川大学大学院教育学研究科

Exploration of geometrical problem by using information terminal devices

Kimie KAZAMA and Atsufumi SHIKIJI*

Faculty of Education, Kagawa University, 1-1 Saiwai-cho, Takamatsu 760-8522, Japan

** Graduate School of Education, Kagawa University, 1-1 Saiwai-cho, Takamatsu 760-8522, Japan*

1. 研究のねらい

文字の使用と図形の証明は中学校数学の学習を特徴づける核心である。これらの学習方法によって数学へと質的な変化をなすのであるからこそ生徒の学習・教師の指導に困難をもたらしている。特に図形の証明の学習での問題点は長い歴史をもち、様々な試みにも関わらずいまだ解消されていない。

学習の困難性を示す証明について生徒の実態は、様々な指摘がされている（磯田他，1992；風間，2014）。

- ・命題の仮定と結論を分けることができない
- ・証明がかけない
- ・結論を使って証明をしてしまう
- ・命題から具体的な内容がイメージできない
- ・命題に関する図がかけない
- ・証明と聞くだけで、考えようとしなない

など、枚挙にいとまがない。

中2で指導する図形の証明は、生徒が持っている論理的思考力を意識させ、その力を養うことが指導の大きなねらいであると筆者らは考える。生徒の学習の困難性は、教師の指導の確立に依存するところが大きい。筆者らは、図形指導の問題点のいくつかの中で、生徒への命題の仮定の意識付けが弱いことに目を向け、その意識付けを確実にする鍵として図が関与できると推定し

た。図形命題の証明ができることは、その大半は何を根拠に生徒は考えるのかの推論の初めの命題の仮定(条件)の把握、そこから推測できる諸内容が理解できることである。

一方、教室を取り巻く環境は、無線LANやネットブックの高性能化・低価格化などにより変化してきている。普通教室の中で、情報端末などの機器を活用して探究的な学習を行えるようになってきている。それらの発展を鑑み、新しい指導の支援機器として、図形の証明に関する指導の可能性を探ることも考えた。

そこで本研究は、中学校図形の証明指導の改善の一環として、

図形命題の図に着目し、命題の仮定を思考する学習について、証明の活動を提言する。また、命題の仮定を考察したり、証明の活動を支援したりする道具として、情報端末の活用の可能性を見いだすことをねらいとする。

2. 命題の仮定を把握する生徒の実態

証明の大前提は仮定をどう捉えるかである。「 $\circ\circ$ ならば $\triangle\triangle$ 」の「 $\circ\circ$ 」が仮定、「 $\triangle\triangle$ 」が

1. 「右のような図形を星形五角形といいます。星形五角形ABCDEの5つの角 $\angle a$ 、 $\angle b$ 、 $\angle c$ 、 $\angle d$ 、 $\angle e$ の和は 180° になります。」

この説明をするため、正男さんは下の図1をつくりました。そして、図1に直線CDをかき入ると $BE \parallel CD$ となることに気づきました。

【正男さんの説明】
 $BE \parallel CD$ から、
 $\angle b = \angle c$ 、 $\angle e = \angle a$ …… ※
 また、
 $\angle ACD = \angle c + \angle A = \angle c + \angle e$
 $\angle ADC = \angle d + \angle c = \angle d + \angle b$
 さらに、 $\triangle ACD$ で、
 $\angle a + \angle ACD + \angle ADC = 180^\circ$ …… ☆
 よって、
 $\angle a + (\angle c + \angle e) + (\angle d + \angle b) = 180^\circ$
 したがって、星形五角形ABCDEの5つの角 $\angle a$ 、 $\angle b$ 、 $\angle c$ 、 $\angle d$ 、 $\angle e$ の和は 180° になる。

この説明について、(1)～(3)に答えなさい。

(1) 正男さんが「※は成り立つ」と考えた理由は次の①～④のどれですか。最も適したものを1つ選び、番号で答えなさい。

① 平行線の錯角は等しいから ② 平行線の同位角は等しいから
 ③ 錯角が等しい2直線は平行だから ④ 同位角が等しい2直線は平行だから

(2) 正男さんが「☆は成り立つ」と考えた理由は次の①～④のどれですか。最も適したものを1つ選び、番号で答えなさい。

① 一直線上の点を頂点とする角は 180° だから
 ② 対頂角は等しいから
 ③ 三角形の1つの外角は、それととなりあわない2つの内角の和に等しいから
 ④ 三角形の内角の和は 180° だから

(3) 正男さんの説明について、あなたの考えにあてはまるものを、次のどちらか選び○で囲みなさい。また、その理由を述べなさい。

☐ ……正しい ☐ ……正しいとはいえない

<理由>

図1

結論という指導は初期の頃では形式的な指導は必要であろうが、証明に馴れていく段階では、何を前提にこの証明を行うのかを考察することが、証明の第一歩である。その際に、仮定に関する図をどれだけ生徒にかかせるかということ、またはかかれた図と仮定との関係をどれだけ生徒によみとらせるかということが、本稿での証明活動の鍵となると考えた。筆者らは、その問題意識から調査を行い、図1の問題で生徒の実態を調査した(風間, 2012)。

【調査の概要】

・調査のねらい

与えられた命題とその証明から、仮定と図の関係を見だし証明の意味をよみとることができるか、生徒の実態を明らかにする。

・調査対象・時期・時間

中学校第2学年図形学習修了生徒(中3)

情報端末を活用した図形課題の探究

国公立中学校3校5クラス 計165名

・平成24年7月上旬

・20～30分間

調査結果は、次の通りである。

・(1), (2)とも正答の124人(75.2%)の詳細を見ると, (3)で説明が「正しいとはいえない」と判断できた生徒はその中の28%(35人)で, 全体での人数に対するその割合は21%となる。

・逆に(3)の判断ができた42人中で(1), (2)ができた生徒は34人であった。

このことから, (1), (2)での根拠となる事柄を基本的な図形の性質として判断できることは(3)で回答できることの基本の力と考えていたが, その繋がりが強いとはいえないことがわかる。これは, 穴埋め問題のような部分的に回答ができた生徒でも, 命題の仮定を意識し, 図に引きずられない仮定をもとに図で思考できる生徒は全体の26%, さらに, 理由の内容までの生徒は全体の16%しかいない。仮定を前提に証明を考える力の決定的な不足があることが判明した。

3. 情報端末の活用と図形を動的に捉える活動

(1) 情報端末を活用した授業

情報端末を活用し, ホームページ上で動かせるアプリの開発者, 飯島康之氏(愛知教育大学)はこのアプリについて, 次のように述べている。

長年の研究を経て, 無線LANやネットブックの高性能化・低価格化により, 従来コンピュータ室で行っていた探究的な学習を, 普通教室の中で行えるようにまで高め, html5とJavaScriptを利用したGC/html5を開発してきたものである。このGC/html5の開発と実践は二つの意味で教育研究上の特徴がある。一つは教育用ソフトの開発方法論である。どのような機器(PC, iPad, Androidなど)でも使える上, オンライン環境ではwebアプリケーションとして使える他, オフライン環境でも使える。しかもインストール等の作業はいらない。もう一つはそれが実現する授業である。「4人1組での授業」はiPad等を使った協働学習について臨牀的に研究する上でも興味深い内容を含んでいる。実際, 私たちの複数の研究授業が学びの共同体に関する研究グループの授業分析の対象として取り上げられるなど, テクノロジー利用とは別の研究グループからも注目されている。

このアプリを活用した図形授業は, 実際に全国的に広まりつつあり, 指導事例も多々見られるようになってきた(篠崎, 2014)。

(2) 図形を動的にとらえ, 仮定・結論・証明の関係が意識できる教材開発

どの図形の論証学習でも, 証明の大前提は仮定をどう捉えるかである。証明に馴れていく段階では, 何を前提にこの証明を行うのかを考察することが, 証明の第一歩である。その際に, 図に含まれた仮定をどれだけ生徒に意識させることができるかということが核心であり, 言い換えると, 図形命題のなかで示された仮定と証明のためにかかれてある図との関係をどれだけ生徒がよみとることができるかということが, 証明の活動の鍵となると筆者らは考えている。

飯島康之氏が開発したアプリでは, 情報端末上で図を指で動かすことができ図が変わる。いろいろな図が現れる。この現れた結果の図を関数でいう従属変数 y と見なすことができる。それは

指の動きに依存しているのであるから、指で動かし点を決めるその点の位置やそれに関する角などを同じく独立変数 x と見ることができるだろう。 x を決めると y が決まる。この見方や考え方は生徒自身が当事者であるから、 x が仮定(の一部)で y が結論と考えられよう。



図2

教材開発の視点としては、特別な見たこともない課題を開発するのではなく、問題集や教科書にある教材について、上記の視点「点を決める」「図が現れる」で分析をし示唆を得ることであった。例えば、本授業で取り扱った課題は、図3の中2教科書の問題(赤他, 2012)を少し変えて作成した。図4は3つの棒を点Oのみ固定し自由に動かすことから始めている。条件をきつくして動く棒を1本のみとした方が、生徒にはわかりやすいと判断した。

授業では、次の図3を導入として提示した。図3の $\angle BOA = 110^\circ$ と固定した。

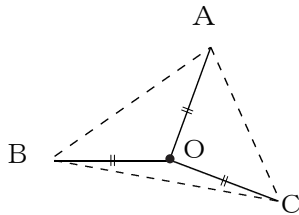


図3

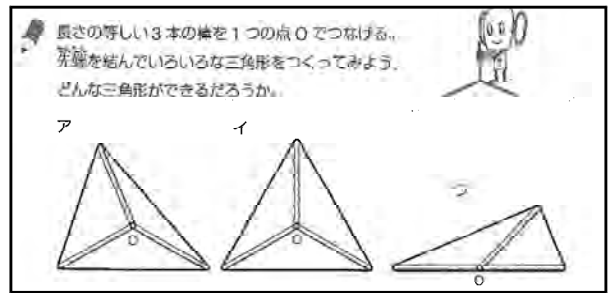


図4

この角の 110° は、大きさを決めるまで 100° がよいか、 130° がよいか試行錯誤があり、正三角形になるための 120° に近い角の大きさ 110° を選んだ。

また、証明の初期の段階の指導として、図5の問題では、図はあえて、

$$\begin{aligned} \angle ABC &= 100^\circ \\ \angle BCD &= 130^\circ \end{aligned}$$

とし、 $\angle ABC$ と $\angle BCD$ の二等分線を考えさせる。次に点B, C, Dを固定し、点Aまたは線分ABだけが動くようなアプリを開発した。

それによって、図6のような図が

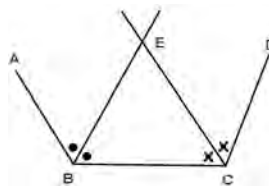


図6

問題

下の図のように、線分AB, BC, CDがあり、 $\angle ABC$ と $\angle BCD$ のそれぞれの二等分線の交点をEとする。どのような図形が見えますか。

図5

情報端末を活用した図形課題の探究

現れ、生徒たちは、 $\triangle EBC$ がどんな三角形になるかとその理由を考えるようになる。

このような活動により、「○○○の図形」になるのはどんな場合か、どんな条件ならばその図形が現れるのかという、仮定を図から思考し始めるのである。つまり、情報端末の図形を動的に捉えることから、逆の問題まで思考する探究が行われる活動を想定した。

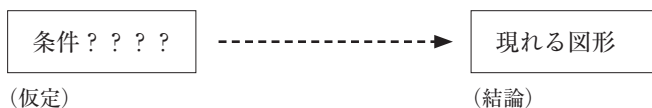


図7

4. 指導の実際「いろいろな図形とその仮定－仮定を図で思考する証明活動－」

(1) 授業の実施

- ・実施時期 平成27年2月
- ・実施校 香川県仲多度郡まんのう町立満濃中学校 第2学年
- ・授業者 筆者（風間喜美江）
- ・題目 「三角形と四角形」
- ・主題 「いろいろな図形とその仮定－仮定を図で思考する証明活動－」
- ・指導計画と本時の授業
本時は中2図形の学習内容「平行と合同」「三角形と四角形」の最終として位置づけられる。詳細は略。
- ・単元のねらい
 - ・基本的な図形の性質の意味とその役割や、証明のしくみについて理解する。
 - ・三角形や四角形の性質を調べるとともに演繹的な推論の仕方や論証の意義について理解する。

(2) 「いろいろな図形とその仮定－仮定を図で思考する証明活動－」の授業

[授業のねらい] 点を動かすことを通して、いろいろな図形を見いだす。

- ・いろいろな図形が成り立つときの仮定を見いだし、二等辺三角形の定義・性質や三角形の合同条件などを利用し、特別な三角形や四角形が成り立つ理由を演繹的に考察する。

[授業形態] 一斉学習

- ・4人1グループを基本とするグループ学習

[情報端末等の活用]

- ・実施校の無線LAN環境は整っている。
- ・機器等：iPad 教師用1台、生徒用4人に1台 計8台
プロジェクター（HDMI端子付）、HDMIケーブル（3m）、
Lightning Digital AVアダプター（HDMIとiPad接続用）、スクリーン
- ・活用アプリ：愛知教育大学 飯島康之氏が開発したGC/html5

[情報端末等の活用目的]

- ・図形命題に添えられた固定した図では、図形の性質を発見し、図を多様な角度から見ることで至らないことが多い。情報端末 (iPad) を利用することにより、図形が成り立つ条件 (仮定) を容易にイメージできたり、図形の性質を発見したり、発見した性質を説明したりすることができ、探究の道具として効果を発揮する。
- ・飯島康之氏が開発したアプリでは、情報端末上で図を指で動かすことができ、いろいろな図が現れる。教科書にかかれた図は添え図が多く、円周角の定理以外のほとんどは1つの命題に対し、図が1つ添えられており、その背景の無数の図を意識することなく、証明が行われていることが多い。このアプリの活用によって、それらのこと以外に仮定と結論の関係までも意識できることが期待できる。

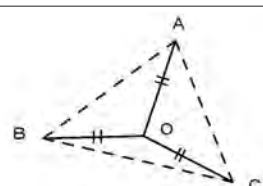
[授業の主な流れと生徒の反応]

以下、T：教師，S：生徒，※：留意点等を示している。

- ① 教師用情報端末と黒板に課題場면을提示する。

課題場面

長さが等しい線分OA, OB, OCがある。
このとき、点O, A, Bは固定し、OCの長さを変えずに点Cを動かす。



※情報端末上では、 $\angle AOB = 110^\circ$ (固定)。実際には、AB, BC, CAは緑色の実線で表している。

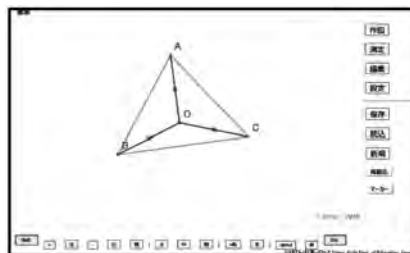


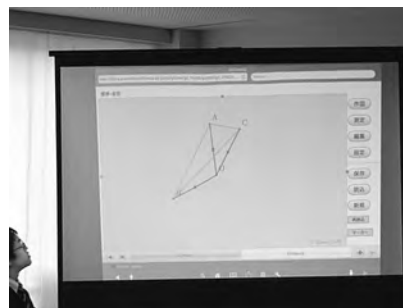
図8

- ② 点Cを動かすとき、そこにできる図形を予想する。

T：点Cを動かしていくと、どのような図形が見えてきますか。

※条件の図を実際にかかせてから、図形を予想させた。

- | | |
|---------|----------|
| S：三角形 | S：四角形 |
| S：正三角形 | S：二等辺三角形 |
| S：平行四辺形 | S：ひし形 |
| S：直角三角形 | ... |



情報端末を活用した図形課題の探究

③ いろいろな図形を見だし、「どのようなときにその図形ができるか」「その理由」を考える。

T：(生徒に4人1グループの学習形態を指示し、情報端末を配布する。)

T：いろいろな図形を見つけましょう。ただ見つけるだけではなく、どのようなときにその図形が現れるのかも考えてください。つまり、指で動かす点Cの位置や角に関することがどのような状態になると図形が現れるかを考えましょう。

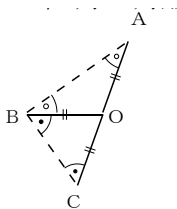


S：(4人グループで1台の情報端末を動かし、現れる図形とその仮定を考える課題に取り組む。)



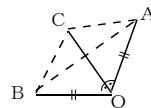
【反応例】

・直角三角形



(仮定) 点A, O, Cが一直線のとき

・たこ形

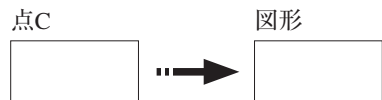


(仮定) ???

④ グループで考えたことを発表する。

※ワークシートにかかれた右のような枠にその内容を書かせる。次に、現れる図形を黒板にかき、発表させる。

※時間の関係で発表は3つだけ取り上げた。



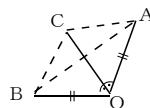
S1: 点C

$$\begin{array}{l} \angle COB \\ = \angle COA \end{array}$$



図形

たこ形



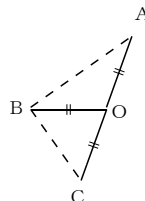
S2: 点C

点A, O,
Cが一直線
上になる。



図形

直角三角形



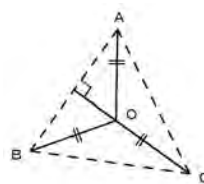
S3: 点C

$$CO \perp AB$$



図形

二等辺三角形



④ 「点Cの位置や角に関すること」から「現れる図形」が成り立つ理由を考える。

T: S1さん, 説明をしてください。

S1: わかりません。

たこ形の形はわかるのですが, 何がいえればたこ形かが……。

T: そうですね。たこ形の定義って教科書に書いてませんね。

では, (図を指し) この図で, $CB=CA$ が成り立つことは説明できますか。

S4: はい。半径どうしは等しいから, $OB=OC$ 。OAは共通です。点Cの条件から, $\angle COB = \angle COA$ です。2辺とその間の角がそれぞれ等しいから $\triangle COB \equiv \triangle COA$ だから, $CB=CA$ です。

T: たこ形は, 定義によって示し方が異なります。この場合で, 定義によっては角が等しいこと, つまり, $\angle CBO = \angle CAO$ が成り立つことを説明する場合があります。どちらも, S4さんの説明で導くことができますね。

T: では, S2さんの発表した図形について考えましょう。どなたか, 説明をしてください。

S: (手があがらない。)

T: どこがわかりづらいのですか。

S5: 直角三角形はわかるのですが, 何をいったらいいかわかりません。

T: では, (図に●印を2つ入れ) こう考えられますね。これと同じように等しい角を追ってみましょう。

S: (生徒は図9に●印をかき入れ考え始める。)

T: (時間を取り, 机間支援をする。)

T: S5さんが何か考えたようですが・・・。

S5: はい。(図9にさらに×印を2つ入れた図10を示し) ●+●+
×+×=180° ですから、両辺を2で割って、●+×=90° だ
から、△CBAが90° で直角三角形になります。

T: 図に×をどうして2つつけられますか。

S5: 二等辺三角形だからです。

T: 二等辺三角形の何ですか。

S6: 底角が等しいからです。

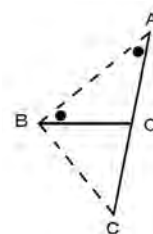


図9

- ⑤ △ABCが正三角形になる場合があるかどうかを考える。

T: 時間がきてしまいS3さんの発表がきけず残念です。最後に初め
の現れる図形の予想に戻ります。正三角形は現れるのでしょ
うか。

S7: 分度器で∠AOBを測ったら110° でした。この角が120° ではな
いから、正三角形にはならないと思います。

S8: でも、初めの文章からすれば∠AOB=110° と書いていないか
ら、今の状態では無理ですが、∠AOB=120° にすれば正三
角形は現れます。

T: 初めの条件に戻るといいですね。

それで、このソフトは∠AOB=110° に固定されていますが、そうでないソフトで
あれば正三角形はできるのですね。

(点Cと点Aが動くソフトを立ち上げそれを示す。)

点Cの条件は仮定、現れる図形は結論と考えると、仮定によって現れる図形が変わ
るのですね。今日は、仮定(条件)をしっかりと考え、いろいろな図形を考えてくれま
したね。

(チャイム)

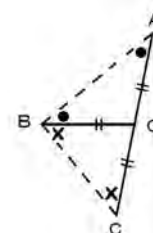


図10

[授業の考察と関連事項]

本時は、前時までの中2図形指導がひと通り終了した生徒を対象として、中2図形学習のま
とめとともに、条件推論の学習の場である。この学習は情報端末(iPad)を活用して行われた。
生徒は日頃使っていない情報端末であるが、簡単な操作と自らが機器に働きかけた結果として
いろいろな図形が現れることから、能動的な学習活動が行われたと考えられた。授業の考察を
次の①～④に従って述べる。

- ① 生徒はどのように中心となる課題を捉えようとしたか。

課題場面の理解と課題の把握は2段階の指導によって行われた。第1の段階は、課題場面
の任意の図をかかせることである。第2の段階は、情報端末を使い課題の条件からいろい
ろな図を見せ、クラス全員でいろいろな図が現れること、現れた図を図形の名前(三角形、四

角形，二等辺三角形・・・)で判断させ，いろいろな図(図形)があることを共有化したことである。そして，どのようなときにその図が現れるのかを，情報端末の指の操作で判断させた。さらに，その操作と現れる図との関係を右のような図に記録をさせた。

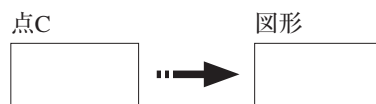


図11

② 生徒はどのように考えて，現れる図(図形)を結論とし，結論から点Cの条件を仮定として見だし，その説明をしようとしたのか。

結論から仮定を見いだす逆の問題の把握は中学生には難しいとされてきたが，①の図11の意識づけや情報端末活用の成果から，その困難性を示す生徒は少なかった。それが成り立つことの証明(説明)になると困難性を示す生徒は，やはり多い。仮定を見いだすところまでは予想以上の成果は見られたが，説明の段階では何を視点とするのかが思い浮かばずじまい。授業者は，「何を気づかせたいのか」という視点でそのような生徒への示唆を準備していた。それは2つの観点から準備をした。

ア 結論が「たこ形」の場合

教科書等でたこ形を扱うことは少ない。何がいえれば「たこ形」といえるのかということに気づかせる「 $CB=CA$ といえるか」と問うた。この発問から多くの生徒は，CB, CAをそれぞれ一辺とする合同な三角形1組が成り立つ説明へと一気に思考が動いていった。

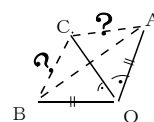


図12

イ 結論が「直角三角形」の場合

円の中心から円周までの線分どうしは等しいことが意識されていないことが多い。また，結論が直角を示すことである命題を扱うことが少ない。この点から，二等辺三角形の角の関係を図に●印で示した。図を見て，半数の生徒がもうひとつの三角形が二等辺三角形であること，その底角の関係に気づき×印等を，図13のように図にかき入れた。時間がかかったが，説明に至った。

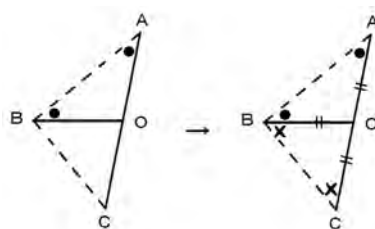


図13

③ 記述中心の形式的な証明にとらわれずに，生徒自らが考えたことを自分の言葉で表現できたか。

指導は，生徒の言葉による説明を指示し，その記録として証明を授業者が板書をする流れをとった。生徒にはメモや板書事項は必ずかくことを意識させ活動させることを行った。つまり，情報端末を動かすことに夢中になり授業の記録を残さない，情報端末のスイッチを切ったら学習内容が消えてしまわないよう，留意した指導方針をとった。

このことは，教科書にあるような詳細な形式的な証明にとらわれないことを意味する。生徒の思考の流れや説明の流れを記録するという，考え方を追究する説明の記録となった。その指導と表裏一体の「自らが考えたことを自分の言葉で表現する」結果となった。情報端末

情報端末を活用した図形課題の探究

に現れる図を通して具体的に図にある記号を使って表現すること、発表することが行われたと考えられる。

また、未熟な表現は授業者がその言葉を受けて、いい直してクラスの人たちに伝えていった。

④ 疑問や発見の意識をもち、課題を探究させることができたか。

活動中での疑問や発見は、授業の最終で表面化してきた。授業の初めに生徒が予想した「正三角形はできる」ということに対して、「正しいか否か」が議論となった。「正しくない」と判断した生徒は、「分度器で情報端末に現れる $\angle AOB$ を 110° と実測した。 $\angle AOB = 120^\circ$ でなければ正三角形とはならない」と主張した。それに対し「点O, A, Bは固定し」となっているが、それは違う角度の $\angle AOB$ もあり得るから正三角形になる場合もある」と主張した。このことは、仮定を情報端末の図で思考し、仮定を吟味する姿勢が生徒の中から自然に出てきたことである。授業の初めの課題を、授業の最終まで考え続け探究したと考えられる。

4. 授業後の生徒の反応

授業実施3日後に情報端末を利用した授業について以下のアンケートを行い、生徒の反応や考えを調査した。アンケートは25名に実施した。

(1) アンケートと集計結果

◎は1番多かった回答、○は2番目に多かった回答を表す。

① 点O, A, Bは固定し、OCの長さを変えずに点Cを動かしたとき、どんな図形を見つけることができましたか。その図形の名前を、すべて書いてください。

- | | | |
|----------------|---------------|------------|
| ・直角三角形 (19名) | ・二等辺三角形 (19名) | ・台形 (13名) |
| ・たこ型 (13名) | ・平行四辺形 (6名) | ・正三角形 (2名) |
| ・直角二等辺三角形 (1名) | ・ひし形 (1名) | ・四角形 (2名) |
| ・三角形 (1名) | | |

② iPadを使って図形を調べる学習をしました。

実際にiPadを使ってみて、iPadのよかった点、使いづらかった点について教えてください。

[よかった点]

- ◎自分で図形を動かすことができてわかりやすかった。
- 図形の変化がわかりやすかった。
 - ・点Cを動かしていろいろな図形を見つけられた。
 - ・班の全員で見て理解できた。
 - ・頭の中で考えなくてもよい。

[使いづらかった点]

- ◎違うところに少し当たっただけで画面が変わってなおし方がわからなかった。
- 角度を測りづらかった。
 - ・少しふれると図形がずれてしまった。

- ・画面が止まったりして使いにくかった。
- ・角度や長さなどが出てくるともっとわかりやすかった。

③ 2月13日の図形の授業を受け、図形の学習に対して自分の考えが何か変わったと感じたところがありましたか。それを教えてください。

- ◎図形の授業に対する苦手意識が減った。
- 図形の授業が楽しくなった。
- 1本の線を動かすだけで、いろいろな図形ができるのですごいと思った。
 - ・図形は少し見方を変えといろいろな図形になること。
 - ・今回のようにして自分で作って見つけてみたい。
 - ・図形を頭の中でイメージできるようになった。
 - ・iPadを使って自分で形を作るとわかりやすいんだなと思った。
 - ・数学の楽しさがわかった。
 - ・やっぱり難しいのでもっと頑張ろうと思った。
 - ・図形は奥が深いということがわかった。

(2) 結果の考察

質問①では直角三角形と二等辺三角形と回答している生徒が多かった。これは直角三角形と二等辺三角形が比較的見つけやすい図形で、だいたい初めの方に発見され、生徒の印象に残りやすかったためだと考えられる。また、この2つの図形は黒板で本当にこの図形になるのかを証明したので、覚えている生徒が多かったと考えられる。平行四辺形、正三角形、ひし形と回答している生徒が数名いることから、仮定からその図形になることを証明できる段階に辿り着いていない生徒がいることが考えられる。本授業では平行四辺形、正三角形、ひし形のように見える図形はあるが、平行四辺形、正三角形、ひし形は現れない。今後の課題として、証明することの段階まで辿り着いていない生徒にどのような支援をしていくのかを検討していく必要があると考える。

質問②のiPadを使ってよかった点については図形を動かせることに関する回答が多かった。これらの回答はiPadがこちらの期待通りの働きをしていることを裏付けている。

iPadの使いづらかった点は大きく分けて2種類あると考えられる。iPad本体の機能に関することとアプリの機能に関することである。画面が変わってなおし方がわからなかった、画面が止まったりして使いにくかったという回答がiPad本体の機能に関することに該当し、それ以外の回答はアプリの機能に関することに該当すると考えられる。

iPad本体の機能に関することは教師側の対応次第で軽減することが可能である。まず、教師はどのような操作をしたときに、iPadがどのような動作をするのかということを知っておく必要がある。さらには、解説書のようなものを用意しておく必要がある。授業中に複数のiPadで誤動作が起こったときに、その対応だけで授業時間が削られていくからである。また、別の授業で使っていたアプリが動いている可能性があるので、こまめに使わないアプリを停止していく必要がある。複数のアプリを実行することによりiPadのメモリが不足し、それが原因で画面が止まるから

である。

アプリの機能に関することは指導者が注意すれば対応できるものであった。今後はこの指摘を受け止め指導上の留意点としたい。

質問③では図形の授業に対する苦手意識が減った、楽しくなったという回答が多かった。これは、iPadを取り入れることで図形を与えられて考えるという受動的な授業ではなく、自分で図形を見つけ出し考えるという能動的な授業になったためだと考えられる。これは、他の回答からも裏付けされている。

[生徒の回答例]

図形の楽しさを学びました。今までは図形は難しいと
 考えていましたが、図形もiPadなどで使うこと^活によって楽
 いと感じることができました。

点O, A, Bは固定し、OCの長さを変えずに
 点Cを動かしたらこんなたくさん図形
 を見つけられたのでびっくりした。
 このようにして、自分で作って見比べて
 みたい。
 この授業を受けて図形の勉強が楽しく
 なった。

6. まとめと今後の課題

生徒がもつ論理的思考力を伸ばす図形指導は、「図」が鍵となる。本研究の授業では、「図」に関して次の指導を行った。

- ア. 仮定による図形の性質・関係を図に写す。
- イ. 図の中にある図形の性質・関係から導かれる必要条件の結果が何を意味するかをその図のなかで探究する。
- ウ. 結論から導かれる十分条件の結果が何を意味するかをその図のなかで探究する。
- エ. 必要があれば、さらに条件を図に付け加えたり図を動かしたりして、図の中に成り立つ図形の性質を追究する。

指導の実際はこれらを網羅するが、紙面の関係ですべてを紹介していない。指導の実際と指導前後の生徒の感想から、「図形命題の仮定を意識させることは、その後の証明展開の第一歩である。その意識化のために仮定となる図を意識させる活動が重要」で、情報端末を活用させる活動はその効果をもたらすと判断できた。

図形という「図」は形状と概念の構成物である。ある形を持つことによって生徒にとって具体的なものとなり、喚起力を持つ。そういう力があるから図を見ながら推論できるのである。総合

幾何はまさにそのような研究方法なのである。これは図形教育の基本を語っており、生徒の活動からその意図した指導の必要性を示している。図形教育において、「図」は図形的探究や証明の活動において根本的な役割をもっていることを再確認したい。

今後の研究課題としては、次のことがあげられる。

- ・指導前の生徒の実態と、指導後の生徒の実態を、中2図形の授業を通してさらに生徒の変容を明らかにし、指導方針、指導内容の妥当性を検討すること
- ・図形命題における「図」の探究や「仮定を図で思考させる」指導方針に沿った情報端末を活用した授業事例を増やし、他の図形命題に対する生徒の証明と図の関係の考え方を捉え、その活用について考察をすること

【註】

愛知教育大学飯島康之氏の協力を得て、飯島研究室の Web上で動かすアプリを活用した。

<http://www.auemath.aichi-edu.ac.jp/teacher/iijima/iijima.htm>

【付記】

この研究は平成24～26年度科学研究費補助金（課題番号24653279）を受けている。

【引用・参考文献】

磯田正美・橋本是浩・飯島康之・能田信彦・N.C.Whitman（1992），van Hieleの思考水準による日米比較研究－日本側の結果を中心に－，第25回数学教育論文発表会論文集，日本数学教育学会，pp.25-30.

風間喜美江（2014），所与の課題を解決し，そこから探究・発展させる図形学習，研究報告Ⅱ部第64巻第2号，香川大学教育学部，p.61

風間喜美江（2012），図形命題の仮定を図で思考する証明活動，第45回数学教育論文発表会論文集，pp.845-850.

篠崎彰（2014），問題解決能力を培う教材の開発と学習活動の構成，日本数学教育学会誌，2014第96巻臨時増刊第96回大会特集号（鳥取大会），p.284

赤根也他17名（2012），数学の世界2年，大日本図書，p.146.

杉山吉茂（1975），証明の意味－demonstrationとproof－，日本数学教育学会誌数学教育，第57巻第5号，pp.23-27.

飯島康之・川崎市中学校数学科研究会（1999），図形が動くと授業が変わる，明治図書

風間喜美江（2000），内的な数学的思考を中心として，数学教育，明治図書，pp.62-67.

風間喜美江・大前和弘・大西光宏・中西健三・蔵本愛里(2014)，「数学を学ぶ意味」を実感させるための教師のかかわりのあり方－レポート学習や振り返りカードの活用を通して－，第14回学部・附属学校園教員合同研究会発表冊子.

風間喜美江（2014），幾何的な豊穡な「図」を顕在させる図形指導，全国数学教育学会第40回研究発表会発表冊子