Mem. Fac. Educ., Kagawa Univ. II, **67**(2017)，35－50

提示される図が児童の量分数判断に及ぼす影響

長谷川順一

（香川大学教育学部数学教育講座）

1　はじめに

学習指導要領の改訂（2008年）によって、分数は小学校第２学年から扱われるようになった。但し第２学年では、１／２、１／４などの簡単な分数に限定して折り紙などの分割操作を通して扱われる（ここでは分数は「１／２」のように表記する）。第３学年では１を越えない範囲で量分数や同分母分数の加減法が扱われ、第４学年では帯分数、仮分数及び同分母分数の加減法が扱われる。このような分数指導は、第２学年での分数の扱いを除けば、1989年の学習指導要領のもとでの分数の扱いと共通している。

1998年の学習指導要領では、分数は第４学年で導入され、真分数、帯分数、仮分数が扱われたが、同分母分数の加減法は第５学年で、異分母分数の加減法や分数の乗除法は第６学年で扱われていた。このように、この間の学習指導要領の改訂に伴い、分数の扱い方には大きな変更が加えられた。

ところで、分数には様々な意味が含まれており、それらを表すために分割分数、操作分数、量分数、割合分数、商分数などの語が用いられている。石田（1985）は、それぞれについて２／３を例として解説しているが、特に、分割分数、操作分数、量分数は、次のように説明されている。すなわち、分割分数とはあるものを３等分割したうちの２つ分の大きさを表す、操作分数とはあるものを３等分割しそのうちの２つ分をとる操作を表す。量分数については、はんぱの量と単位との間の共通尺度で測った測定値（最も狭い意味での量分数）、分数がどのようにして得られたかにかかわらず量の単位がついている分数（２／３mなど）、量の単位がついているかどうかにかかわらず量の大きさを表すもの（最も広い意味での量分数）という３つの立場があるという。本稿では「量分数」は、上記の２番目の意味、すなわち、１／２mや２／３Lのような普遍単位を用いた量の分数表現をいうことにする。わが国の算数教科書には分子が１の場合に限り１番目の説明を記載しているものもみられるが、おおよそ単位量に対する分割操作をもとに量分数が扱われている。

また、小学校算数で扱われる分数の四則計算や商分数などは、通常、量分数を用いた具体的な問題場面に基づいて導入がなされる。例えば「ジュース１／５Lと３／５Lをあわせたら何Lになるか」といった問題場面をもとに、同分母分数の加法である「１／５＋３／５」の計算指導がなされる。このとき、それぞれ１／５L、３／５Lのジュースが入った２つの容器を図示し「答えは４／10L」とする児童がみられることはよく知られている。また、そのような誤った判断については以前から

指摘されてきた（例えば、銀林、1975；駒林・狩原、1990)。そのような誤判断の典型例の１つに、１/２mの長さの紙テープを作る問題があげられる。児童に１mの紙テープと任意の長さの紙テープを配布し後者を用いて１/２mを作る課題に取り組ませると、１mのテープは使用せず後者の任意の長さの紙テープを２等分割し、その１つが「１/２m」とする児童が少なからずみられる（例えば、駒林・狩原、1990)。これらの例にみられる誤判断、すなわち、量分数による判断が求められた場合、対象の全体量を考慮せず全体を単位量とし、それに対して分割操作を行って得られる部分を当該の量であるとする誤判断を、ここでは「分割分数と量分数の混同」ということにする。このような誤判断は数直線上の位置と分数とを対応させる問題についてもみられ、「全体の中の部分モデルによる誤答」として報告されている（Novillis-Larson, 1980；Kerslake, 1986)。

先に述べたように分数に関する四則計算などは量分数を用いて説明がなされるが、量分数の理解が不十分であったり不適切であったりすれば、それに基づく「説明」は説明としての意味をなさないことになる。分割分数と量分数を混同しないような、あるいは混同したとしても間違いに気付き修正がなし得るような指導を行う必要がある。しかし、分割分数と量分数の混同は強固であって容易には解消されない。また量分数概念についての検討から、次の事項が明らかにされている（長谷川、1997a、1997b、1999、2000)。

①量分数と分割分数の混同は分数の学習終了直後から発生している。
②数直線のように右方への延長を示唆するテープ図（全体量が不明確なテープ図；後述する図１（C３)参照）を用いると、量分数の判断が促進される。
③「(１＋１/４)の答え」などを数直線上に位置づける問題に取り組ませることによって、量分数に関する適切な判断が促進される（帯分数や仮分数が未習の児童を対象とした調査)。

これらは、主として1989年学習指導要領に基づく教育課程のもとで分数を学習した小学校第３～４学年の児童を対象とする調査研究などによって得られた結果である。一方、前述したように、1998年の学習指導要領の改訂に伴い分数は第４学年で導入されるようになった。そこで、1998年学習指導要領のもとで分数を学習した小学校第５学年の児童（第５学年で扱われる分数は未習）を対象として改めて調査を行った。調査対象児童は、第４学年では真分数、帯分数、仮分数を学習していた。

調査の目的は、これまでの検討結果から得られる次の予想を確認することである。すなわち、帯分数や真分数を数直線に表示する問題や数直線のような右方への延長を示唆するテープ図に帯分数や真分数で表された長さを図示する問題について、次の２点が予想される。

①そのような問題に先に回答すると、適切な量分数判断が促進される、
②分割分数と量分数の混同をきたしたとしても、そのような問題に回答する際には適切な判断ができる、それらを確認することが、本調査の目的である。

数直線の図や数直線様のテープ図では右方への延長を示唆するように図示がなされているた

め、全体の長さを確定することができない。そのため、全体がいくつに等分割されているか、当該の部分はその内のいくつ分かを数え、分母を全体の分割数、分子を部分の分割数とする分数値によって部分の量を判断する方法（誤判断）が抑制される。さらに、量分数の適切な判断に対して、帯分数や仮分数の学習は重要な意義を有している。実際、それらを学習する際には１ｍや１L、１などの単位量を越える数量が扱われることから、単位量を意識化せざるを得なくなる。それによって、所与の対象全体を単位量とみなすことによる典型的な誤判断が抑制され、実際の単位量に基づく適切な判断が促されるのである。

以下では、調査の方法と調査結果を報告するとともに、そこから得られる量分数の指導に対する示唆を述べる。

２　調査問題

問題は、A〜Dの問題群から構成した。図１は、それらの問題を示したものである（問題に付された図は、ここでは一部省略する。その場合は、その旨を記して補足する）。

（A１）□の中に、あてはまる数を　書きましょう。

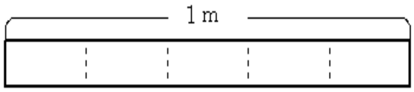
① ３／８、５／８、９／８ の中で、いちばん大きい数は □ です。

② ８／３、８／５、８／９ の中で、いちばん大きい数は □ です。

③ １、３／２、５／８ の中で、いちばん大きい数は □ です。

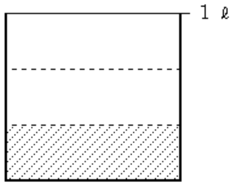
④ １／２と２／３では、□ のほうが大きいです。

（A２）長さが１ｍのテープがあります。３／５ｍに、色をぬりましょう。かきまちがえたときは、かき直し用の図に、かきなおしましょう。



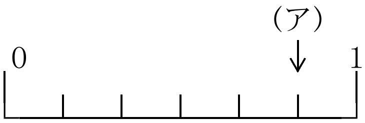
（本問題のように図示を求める問題では、間違えた場合には「かき直し用の図」にかくように記し、答えをかく図を２つ示した（２番目の図の左上には「かき直し用の図」と記してあった）。ここでは、「かき直し用の図」は省略する。以下で図示を求める問題について、間違えた場合に対する指示や「かき直し用の図」は省略する。）

（A３）水が１ℓはいる、入れ物があります。黒くぬってあるところまで、水がはいっています。水は、何ℓはいっているでしょうか。分数で答えましょう。

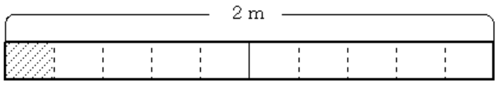


（図の右下には答えを記入する欄（四角囲み）が設けられていたが、ここでは省略する。以下同様である。）

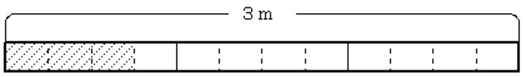
（A４）下の数直線で、（ア）にあたる数を分数で答えましょう。



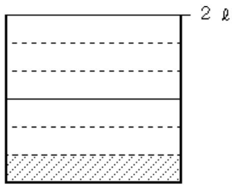
（B１）長さが２mのテープがあります。黒くぬってあるところの長さを、分数でえましょう。



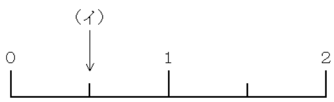
（B２）長さが３mのテープがあります。黒くぬってあるところの長さを、分数で答えましょう。



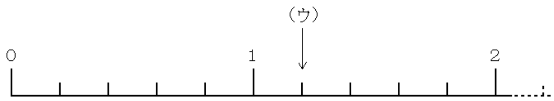
（B３）水が２ℓはいる、入れ物があります。黒くぬってあるところまで、水がはいっています。
水は、何ℓはいっているでしょうか。分数で答えましょう。



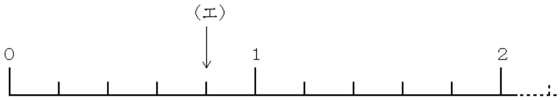
（B４）下の数直線で、（イ）にあたる数を、分数で答えましょう。



（C１）下の数直線で、（ウ）にあたる数を、分数で答えましょう。

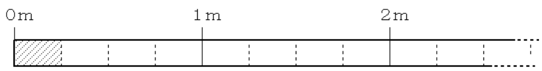


（C２）下の数直線で、（エ）にあたる数を、分数で答えましょう。

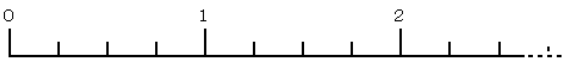


（C３）テープがあります。黒くぬってあるところの長さを分数で答えましょう。

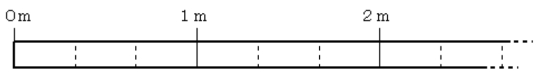
（C４）テープが　あります。黒くぬってあるところの長さを分数で答えましょう。



（D１）下の数直線に、１-１/４を ↓ のしるしで表しましょう。



（D２）下の数直線に、３/４を ↓ のしるしで表しましょう。（図はD１と同一；略）
（D３）テープがあります。１-２/３m に、色をぬりましょう。



（D４）テープがあります。１/３m に、色をぬりましょう。（図はD３と同一；略）

図１　調査問題

A問題は全員が最初に回答する問題であり、その後の問題に対する問題文や図、答えを記入する方法についての理解を促すこと、及び基礎的な分数の概念理解の様相をみるために設定したものである。A問題を、以下では基礎問題ともいう。

B問題とC及びDの問題は、図の示し方が異なっていた。B問題では提示されたテープや液量の容器、線分の全体は単位量ではなく、それらの全体量は図中に示されていた。また、問題は図示された量や数を分数を用いて表すようになっていた。C及びD問題では、数直線だけでなくテープ図も右方に伸びていることを示唆する図になっており、与えられた図の全体量は不明確であった。また、C及びD問題では、最初に数直線を用いた問題が、次いでテープの長さの問題が、それぞれ帯分数による問題から真分数による問題へと配置されていた。但し、C問題は図示された数量を分数を用いて表すようになっていたが、D問題では分数で示された数量を図示するようになっていた。以下では、B問題を「全体量明示・分数記入問題」、C問題を「全体量不明確・分数記入問題」、D問題を「全体量不明確・図示問題」という（但し、B問題、C問題、D問題の語も使用する）。

これらの問題を組み合わせて、次の３種類の問題冊子を作成した。３種類の問題冊子は、問題の提示順序のみ異なり、全体としてはどの問題冊子も同じ問題を扱うものであった。以下では、A問題の後に、問題をB→C→Dと配列した問題冊子、C→B→Dと配列した問題冊子、D→B→Cと配列した問題冊子を、それぞれ全体量明示・分数記入先行、全体量不明確・分数記入先行、全体量不明確・図示先行ということにする（表１）。このように組み合わせることによって、全体量不明確・分数記入先行、全体量不明確・図示先行の、それぞれC問題、D問題への回答がB問題の回答に及ぼす影響を、全体量明示・分数記入先行のB問題への回答と比較することによって検討する。

表１　問題の提示順序

A→B→C→D	全体量明示・分数記入先行
A→C→B→D	全体量不明確・分数記入先行
A→D→B→C	全体量不明確・図示先行

問題冊子の表紙には、「問題は、８ページあります。最後までがんばりましょう。前のページにもどってはいけません」などの注意事項及び氏名欄が記載されていた。また、A～Dの各問題は、それぞれ見開き２ページに印刷されており、問題冊子の表紙をくるとA問題が示され、A問題の右ページをくると３種類の問題冊子に従ってB、C、Dの各問題が見開き２ページに示されていた。但し、それぞれの問題冊子ではA、Bなどの問題の示し方はせず、各問題に通し番号を振って示した（図１で、「A、B、C、D」を削除し各問題に通し番号を振れば、全体量明示・分数記入先行の問題となる）。また、数直線上の位置を示す↓に付した（イ）（ウ）などは、それぞれの問題冊子に従ってア、イ、ウの順になるように振り替えた。

それら３種類の問題冊子を学級の人数分だけ交互に重ねて封筒に入れ、学級担任の先生に調査の実施を依頼した。配布時には通常の配布物を配布する要領で児童に渡してもらうことによって、各学級には３種類の問題冊子が均等に配布されるようにした。また、調査時に児童から質問が出たら「自分で考えるように」とだけ答えてもらうよう、学級担任に依頼した。調査は、2004年６月上旬に香川県の公立小学校第５学年３学級114名の児童を対象として実施した。

３　調査結果

児童の回答に要した時間は10～15分であった。調査結果の分析は、問題冊子別に行った。以下では、全体量明示・分数記入先行、全体量不明確・分数記入先行、全体量不明確・図示先行の各問題冊子に回答した児童を、それぞれ全体量明示・分数記入先行群（37名）、全体量不明確・分数記入先行群（38名）、全体量不明確・図示先行群（39名）ということにする（括弧内の人数は、それぞれの群の児童数を表す。以下では、群の名称の最初の「全体量」の語は省略して示すことがある）。

（１）基礎問題（A問題）の結果

表２は基礎問題（Ａ１）①～④、及び（Ａ２）～（Ａ４）の正答率を群別に表したものである。

表２　基礎問題（A問題）の正答率

	明示・分数記入群	不明確・分数記入群	不明確・図示群
（Ａ１）			
①	97.3%	92.1%	94.9%
②	43.2%	55.3%	53.8%
③	51.4%	57.9%	51.3%
④	89.2%	94.7%	76.9%
（Ａ２）	94.6%	94.7%	94.9%
（Ａ３）	78.4%	84.2%	74.4%
（Ａ４）	73.0%	84.2%	79.5%

これらの結果について、問題ごとに、群×回答（正答、正答以外）としてできる３×２の人数の分布を表す分割表に対して有意水準を５％として正確確率法によって検定を行ったが、何れについても有意な差はみられなかった。また、（Ａ１）①～④及び（Ａ２）～（Ａ４）の計７題について、正答に１点、（Ａ３）で数値は正しいが単位のない回答に0.5点（この問題で0.5点の児童は全体で19名（16.7％）みられた）、それ以外には０点を与え、各児童の点数合計値を算出した。さらに、３つの群別にA問題の点数平均値（SD）を算出した。その結果、全体量明示・分数記入先行群5.36（1.16）、全体量不明確・分数記入先行群5.68（1.39）、全体量不明確・図示先行群5.36（1.57）であった。この結果について１要因の分散分析を行ったところ、有意差はみられなかった（$F(2,111)=0.68$）。

（２）全体量明示・分数記入問題（B問題）の結果

図２～５は、全体量明示・分数記入問題（B問題）の結果を表したものである。図中の「典型的誤答」は、Ｂ１に「１/10ｍ」、Ｂ２に「３/12ｍ」あるいは「１/４ｍ」、Ｂ３に「１/６ℓ」、Ｂ４に「１/４」など、所与の対象全体を単位量として回答したものをいう。「正答（単位なし）」、「典型的誤答（単位なし）」は、Ｂ１、Ｂ２、Ｂ３の各問題について数値はそれぞれ「正答」、「典型的誤答」に等しいが単位（ｍやℓ）が付けられていなかったものをいう。

また、「正答」と「正答（単位なし）」を合わせたものを「正反応」、正反応以外の回答を「誤反応」とし、それぞれの結果について、群×回答（正反応と誤反応）としてできる３×２の人数を表す分割表についてカイ２乗検定を行った。その結果、全体量明示・分数記入問題（B問題）の全てについて有意差がみられた。検定量と残差分析の結果は、図の下に示す（*p＜.05、**p＜.01）。図のタイトルの末尾に「　」で示した数量は、当該の問題の正答を表す。

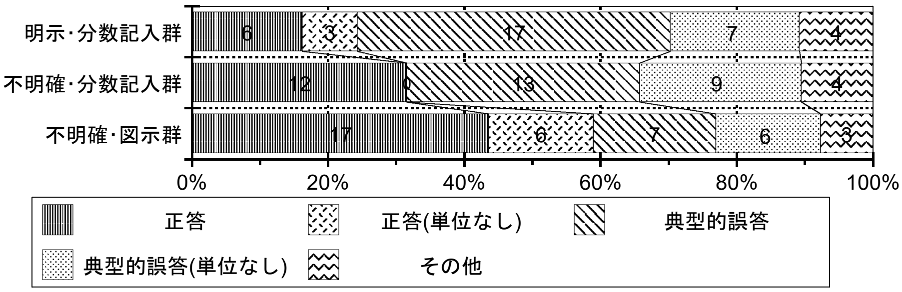


図２　B１問題：２mのテープ・「１/５m」

$\chi^2(2)=10.80^{**}$、明示・分数記入群の正反応が少なく誤反応が多い（p＜.05）。
不明確・図示群の正反応が多く誤反応が少ない（p＜.01）。

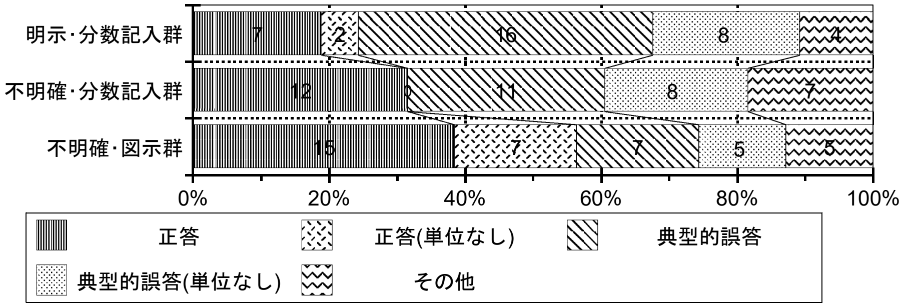


図３　B２問題：３mのテープ・「３/４m」

$\chi^2(2)=9.24^{*}$、明示・分数記入群の正反応が少なく誤反応が多い（p＜.05）。
不明確・図示群の正反応が多く誤反応が少ない（p＜.01）。

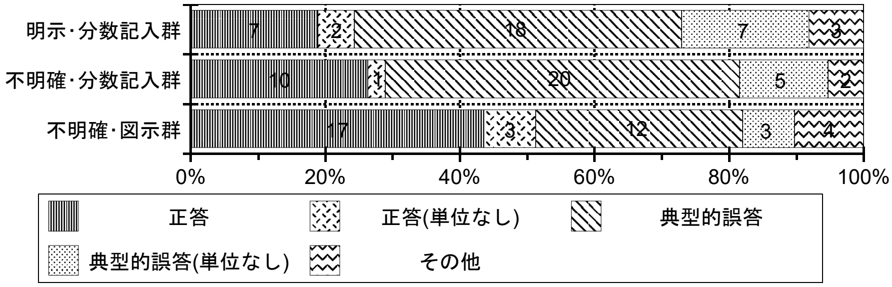


図４　Ｂ３問題：２ℓの容器・「１／３ℓ」

χ^2（２）＝7.00*、不明確・図示群の正反応が多く誤反応が少ない（p＜.01）。

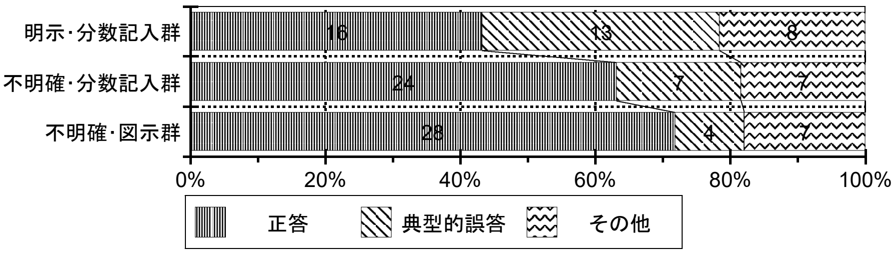


図５　Ｂ４問題：２の長さの線分図・「１／２」の位置

χ^2（２）＝6.72*、明示・分数記入群の正反応が少なく誤反応が多い（p＜.05）。

４題のB問題について、正答に１点、単位が必要な問題で数値は正しいが単位のない回答に0.5点、それ以外には０点を与え、各児童の点数合計値を算出した。また、３つの群別に点数合計値の平均値（SD）を算出した。その結果、全体量明示・分数記入先行群1.07（1.49）、全体量不明確・分数記入先行群1.54（1.65）、全体量不明確・図示先行群2.18（1.55）であった。この結果について１要因の分散分析を行ったところ有意差がみられ（F(2,111)＝4.85、p＜.05）、HSD法によって多重比較を行ったところ、全体量明示・分数記入先行群と全体量不明確・図示先行群との間で有意差がみられた（p＜.05）。

（３）全体量不明確・分数記入問題（C問題）の結果

図６～９は、全体量不明確・分数記入問題（C問題）の結果を表したものである。また、各々の回答分布について、問題C１とC２は「正答」を「正反応」、それ以外を「誤反応」に、問題C３とC４は「正答」及び「正答（単位なし）」を「正反応」、それ以外を「誤反応」に回答を集約した。その上で、群×回答（正反応と誤反応）の３×２の人数を表す分割表について、カイ２乗検定を行った。その結果、C３以外で有意差がみられた。検定量と残差分析の結果は、図の下に示す（*p＜.05）。

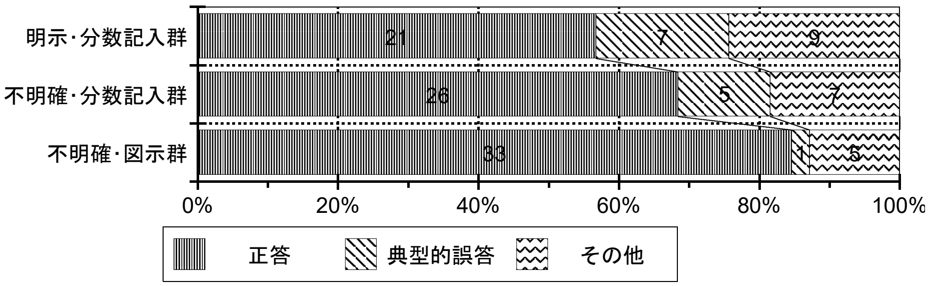


図６　Ｃ１問題：数直線上の位置「１−１/５」

$\chi^2(2)=7.12^*$、明示・分数記入群の正反応が少なく誤反応が多い（$p<.05$）。
不明確・図示群の正反応が多く誤反応が少ない（$p<.05$）。

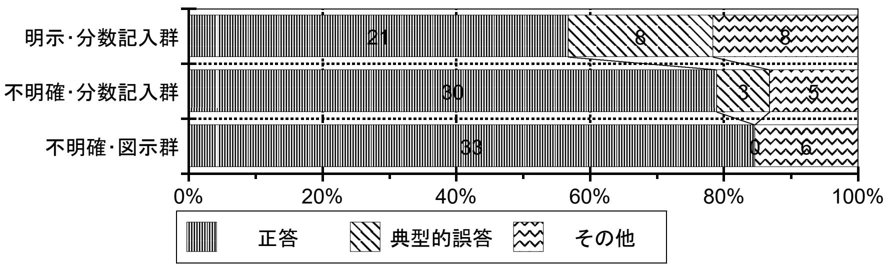


図７　Ｃ２問題：数直線上の位置「４/５」

$\chi^2(2)=8.41^*$、明示・分数記入群の正反応が少なく誤反応が多い（$p<.05$）。

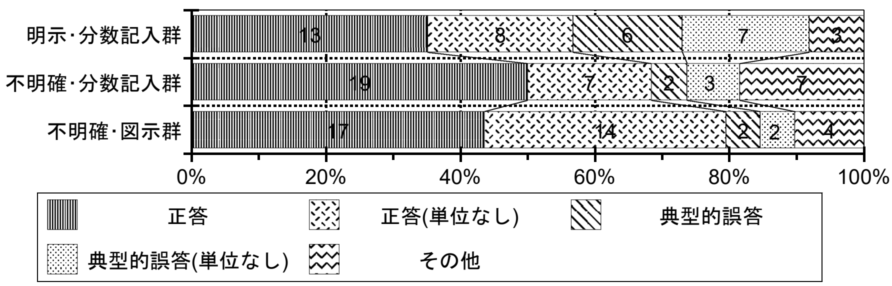


図８　Ｃ３問題：テープの長さ「１−３/４m」

$\chi^2(2)=4.54$、ns

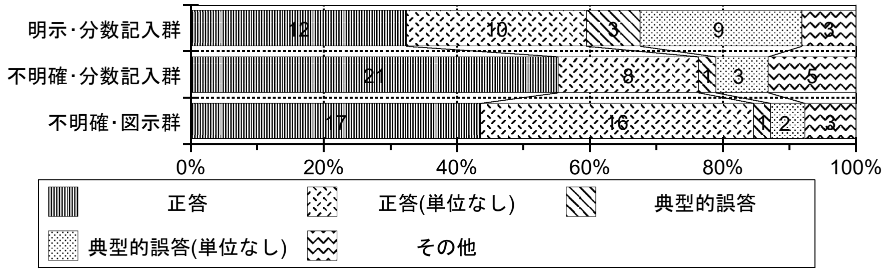


図９　Ｃ４問題：テープの長さ「１/４m」

$\chi^2(2)=6.40^*$、明示・分数記入群の正反応が少なく誤反応が多い（p<.05）。

４題のC問題について、正答に１点、単位が必要な問題で数値は正しいが単位のない回答に0.5点、それ以外には０点を与え、各児童の点数合計値を算出した。また、３つの群別に合計値の平均値（SD）を算出した。その結果、全体量明示・分数記入先行群2.05（1.78）、全体量不明確・分数記入先行群2.72（1.56）、全体量不明確・図示先行群2.95（1.25）であった。この結果について１要因の分散分析を行ったところ有意差がみられ（F(2,111)＝3.44、p<.05）、HSD法によって多重比較を行ったところ、全体量明示・分数記入先行群と全体量不明確・図示先行群の間で有意差がみられた（p<.05）。

（４）全体量不明確・図示問題（D問題）の結果

全体量不明確・図示問題（D問題）は、分数を数直線上に位置づけたり、分数値で示された長さをテープ図にかき込んだりする問題であった。表３は、D問題の正答率を表したものである。

表３　D問題の正答率

	明示・分数記入群	不明確・分数記入群	不明確・図示群
D１	86.5%	84.2%	84.6%
D２	94.6%	92.1%	92.3%
D３	86.5%	84.2%	82.1%
D４	91.9%	94.7%	92.3%

D問題について正答に１点、正答以外に０点を与え、群別に平均値を算出したところ、全体量明示・分数記入先行群3.59、全体量不明確・分数記入先行群3.55、全体量不明確・図示先行群3.51であった。B問題に先に回答した全体量明示・分数記入先行群のD問題の平均値が他の２群の平均値と同程度に高いことには注目される。

全体量不明確・図示問題と全体量不明確・分数記入問題について、点数の分布の差異を検討するために、群別にWilcoxonの符号順位検定を行った。その結果、３つの群ともに有意差がみられ

た（p＜.05）。全体量が不明確のとき、図示された数量を分数を用いて表現する全体量不明確・分数記入問題よりも分数で示された数量を図示する全体量不明確・図示問題の方が、量分数に対する適切な判断が促進されることが分かる。

４　考 察

ここでは基礎問題（A問題）に続き、正答率が高い方から、全体量不明確・図示問題（D問題）、全体量不明確･分数記入問題（C問題）、全体量明示･分数記入問題（B問題）の順に考察を加える。

（１）基礎問題（A問題）

同分母分数の大小を比較する（Ａ１）①、全長１ｍのテープ図に３／５ｍを図示する（Ａ２）、１ℓの容器に入っている水の量を分数で表す（Ａ３）をみると、学年全体の正答率は何れも95％ほどであった（Ａ３は単位がないものも含む）。このことから、同分母分数の大小比較のように問題が既習の範囲内にあれば、あるいは全体量が単位量であれば、分母は全体量の分割数を、分子はその内のいくつ分かを表しているとする分母や分子の意味理解は達成されていることが窺える。なお、１の長さの線分上の位置を分数で答える（Ａ４）の学年全体の正答率は78.9％であり、数え間違い、あるいは線分の区切りの数を分母にしたと思われる誤答も散見された。

（Ａ１）②は同分子異分母分数の大小を比較する問題であり、通分は未習であるが、既習である帯分数や仮分数の知識を用いれば正しく判断することが可能な問題であった。しかし学年全体の正答率は50.9％であり、さらに学年全体の44.7％の児童が「８／９」を選択していた。そのような児童は、同分子異分母分数の大小比較に対して、分子が等しいときは分母が大であれば分数も大として判断したことが推測される。このような反応は児童がそれまでに獲得してきた整数の大小判断を分数の分母に適用したものであり、分数概念の確立に向かう途上でみられる典型的な誤反応である（吉田・栗山、1991；Vamvakoussi ＆ Vosniadou, 2004, 2010；Stafylidou ＆ Vosniadou, 2004）。

（Ａ１）③「１、３／２、５／８」の比較については、１、３／２、５／８の学年全体での選択者（一番大きいとするもの）の割合は、それぞれ24.6％、53.5％、21.1％であった。「１」を選択したものは、対象全体を単位量とする判断（誤判断）からすればどのような分数も１以下であることや分数は１に満たない端数を表示すると考えて、１が最大であると判断したのかもしれない。また、「５／８」を選択したものは、３／２と５／８を比較して分母分子がともに大きい分数を選択したことが推測される。（Ａ１）④の１／２と２／３の比較については、学年全体での選択者の割合は、前者12.3％、後者86.8％であった。（Ａ１）③の結果を勘案すれば、２／３を選択したものの中には、分母と分子の両方が大きいので２／３の方が大であると判断したもののいることが推測される。

基礎問題について、既習事項である同分母異分子分数の大小比較や全体量が単位量である対象に対する分数判断に関しては正答率は高く、その範囲ではおおよそ分母や分子の意味理解は達成されていると考えられる。一方、同分子異分母分数の比較など未習の事項に対しては、不適切な判断をしているものが半数ほどみられた。このことから、分数を素材とする授業を行う際には、児童の保持している分数概念を明らかにするとともに、分数の基本的意味の再学習を行いながら

新たな概念や計算方法などを扱う必要がある。

（2）全体量不明確・図示問題（D問題）

全体量不明確・図示問題（D問題）の正答率が、どの群も高かった。本問題では、先ず数直線上に帯分数の位置を図示する問題、次いで真分数の位置を図示する問題が扱われた。帯分数の位置を図示するためには、数直線の１の位置を確認する必要がある。それによって、対象全体が１であるとする典型的誤答にみられる誤判断が抑制される。次に数直線に真分数の位置を図示する際には、帯分数に倣って１が確認され正しい位置の図示が促されたことが推測される。その後、全体量が不明確なテープ図に、帯分数で表示された長さを図示する問題、次いで真分数で表示された長さを図示する問題が扱われた。このとき提示されたテープ図は、本問題の数直線とよく似た図になっていた。このことから、数直線とその上への分数の位置表示をモデルとしてテープ図と量分数を解釈し、指定された長さを適切に示すことができたと考えられる。

先にも述べたように、全体量明示・分数記入先行群の結果は興味深い。すなわち、全体量明示・分数記入問題への回答は、全体量不明確・図示問題の回答に影響を及ぼしたとはいえない。全体量明示・分数記入先行群の児童は、全体量不明確・図示問題に取り組む中で第４学年で学習した帯分数や真分数、数直線と分数との対応などの知識が喚起され、また単位量の意識化が促進され、本問題に適切に回答できたことが推測される。このことから、予想②が示された。但し、そのような分数判断の方法を自覚的に把握し得たかどうかについては、授業を通して検証するなど、さらなる検討が求められる。

（3）全体量不明確・分数記入問題（C問題）

全体量明示・分数記入先行群は、全体量不明確・分数記入問題（C問題）に対して正反応が低く誤反応が多い傾向がみられた。この群の児童は、本問題の前のページで図を見て分数で答えるという同形式の全体量明示・分数記入問題に回答していたことから、前問題と同じ観点から判断するなどしたため、本問題に対しても適切な判断ができなかったことが推測される。一方、全体量不明確・図示問題先行群は、この問題の前のページで全体量明示・分数記入問題に回答していたが、さらにその前には全体量不明確・図示問題に回答しており、後者とよく似た図を用いて提示された本問題に対して比較的適切に回答し得たと考えられる。

（4）全体量明示・分数記入問題（B問題）

全体量明示・分数記入問題（B問題）の結果をみると、予想されたように（予想①）、全体量不明確・図示問題先行群の正答率が最も高かった。このことから、全体量不明確・図示問題に先に回答することによって、単位量の意識化、分数の意味の確認が促進されたことが推測される。また、全体量を明示したテープ図の問題（Ｂ１、Ｂ２）だけではなく、２Lの容器に入れられた液量を問う問題（Ｂ３）でも、全体量不明確・図示問題先行群で正答であったものが比較的多くみられた。

（5）量分数指導に対する示唆

量分数の適切な判断に対する全体量不明確・図示問題の有効性が示された。このことから、量分数を指導する際に留意する必要のある事項を３点指摘する。

①　数直線や数直線様のテープ図を用いる

単位量の等分割をもとに量分数が導入されたとしても、それを全体量不明確問題で示したようなテープ図（数直線様のテープ図）に表現することが重要である。さらに、それを早期に数直線に位置づける活動へと発展させることが望まれる。液量の場合も、単位量を越えて上に長く伸びた容器の図を用いることが考えられる。

②　帯分数表現を用いる

帯分数を図示しようとすれば、単位量を確認する必要が生じる。帯分数が未習であっても「１ｍと１／３ｍを合わせた長さ」のような表現を用い、それを数直線様のテープ図に表すなどの活動が考えられる。

③　分数を図示する活動を行う

図示された数量を分数を用いて答えるよりも、分数で示された数量を図示する方が、全体量明示・分数記入問題への影響が明確であった。このことから、図示する活動の重要性が分かる。その際には、①で述べたような数直線、数直線様のテープ図や容器の図を用いることが必要である。

これらは何れも、単位量の意識化を促すことによって適切な量分数判断がなし得るようになることを意図するものである。調査結果を基盤として量分数概念の構成や再構成を目的とする授業を構想し実践的に検討する、そのような研究をさらに継続して実施する必要がある。

現在、分数の学習は学年進行に従って、簡単な分数 → 真分数 → 帯分数・仮分数、のように進められていうる。しかし調査結果から明らかなように、基礎的な分数概念の十全な理解のためには、分数学習の初期段階（現行の学習指導要領に従えば第３学年）から、「大きな対象に埋め込む」ようにして学習を進めるようにする必要がある。ここで「大きな対象に埋め込む」とは、分数学習の初期段階（現行の学習指導要領では第３学年）から、図10に示したように、右方向への延長を示す数直線に分数を表示するような扱いをいう。図では真分数のみを示しているが、そこに至る学習過程では帯分数や仮分数も扱うようにすることが必要である。

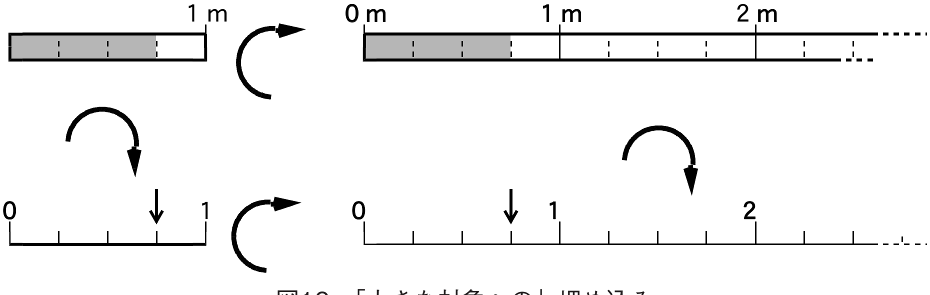


図10　「大きな対象への」埋め込み

分数には多くの意味が含まれており、それらの１つひとつの理解を促進する系統的な学習過程の検討が必要である。本論では、その初期段階について検討したが、その後の展開についてさらに考察を進めたい。

文　献

銀林浩（1975）「子どもはどこでつまずくか」pp.49-63、国土社

長谷川順一（1997a）「量分数概念の確立を目標とした授業事例とその評価」全国数学教育学会誌「数学教育学研究」、３、pp.107-115

長谷川順一（1997b）「量分数概念の確立に関連する知識の検討」日本数学教育学会誌　79（10）pp.285-293

長谷川順一（1999）「量分数概念の理解における　数直線モデルの効果」日本教育方法学会紀要「教育方法学研究」、25、pp.39-46

長谷川順一（2000）「量分数概念の理解に関する継時的研究－小学校３～４年生を対象として－」日本数学教育学会誌、82（12）、pp.２-14

石田忠男（1985）「分数・小数の意味理解はなぜむずかしいか」教育科学算数教育、明治図書、327、pp.21-27

Kerslake, D.（1986）“Fractions: Children’s strategies and errors. A report of the strategies and errors in secondary mathematics project.” NFER-NELSON, pp.87-89.

駒林邦男・狩原尚義（1990）「カリキュラム開発・研究『分数の生い立ち』」岩手大学教育学部附属教育工学センター「教育工学研究」、12、pp.１-16

Novillis-Larson, C. N.（1980）“Locating proper fractions on number lines: Effects of length and equivalence.” *School Science and Mathematics*, 53（5）, pp.423-428.

Stafylidou, S., and Vosniadou, S.（2004）“The development of students’ understanding of the numerical value of fractions.” *Learning and Instruction*, 14（5）, pp.503-518.

Vamvakoussi, X., and Vosniadou, S.（2004）“Understanding the structure of the set of rational numbers: A conceptual change approach,” *Learning and Instruction*, 14（5）, pp.453-467.

Vamvakoussi, X., and Vosniadou, S.（2010）“How many decimals are there between two fractions? Aspects of secondary school students’ understanding of rational numbers and their notation.” *Cognition and Instruction*, 28（2）, pp.181-209.

吉田甫・栗山和広（1991）「分数概念の習得過程に関する発達的研究」教育心理学研究、39（４）、pp.382-391

付　記　本調査は2004年に実施したものであり、実施後、調査結果の概要を調査実施校に報告し、同年に開催された小学校教員のための講習会で調査結果の一部を提示したが、本稿のような形にまとめてはいなかった。その後、学習指導要領の改訂に伴い分数の扱いが大きく変更されたことから、当時のデータに検討を加え報告することとした。今回、データを改めて整理するに際して、一部、科学研究費（課題番号24531138）の補助を得た。

Abstract

Effects of figures shown to students on their decision of fractions representing quantities.

Junichi HASEGAWA
(Faculty of Education, Kagawa University)

In this paper, “fraction as quantity,” 1/2m and 2/3L, for example, means the expression of mass of quantity in terms of fractional value with unit. Four calculation rules, for example, are introduced through problem scenes using fractions as quantity. Then understanding of fraction as quantity is indispensable for constructing the rules. On the other hand, it is also well known that understanding of fraction as quantity is insufficient. As for this problem, it is pointed out that learning of mixed fractions and improper fractions, and displaying them on the numerical straight line are effective for understanding the fraction as quantity.

The aim of this paper was clarifying that representing fractions as quantity of length to the tape-diagram extended long to the right direction and representing fractions on the number line are effective for understanding the fraction as quantity and investigation was conducted. As a result, it was revealed that proper decision of the fraction as quantity was promoted by making students draw and position the mixed fractions on the tape-drawing and number line.