

## 開水路局所流の研究

### 1. 急拡・急縮部の流れについて

佐々木 孝, 西山 壮一, 黒川 義夫\*, 中村 正男\*, 山本 洋一\*

#### I 緒 言

開水路局所流の研究は多数の研究者によって構造物周辺、彎曲部、断面変化部、分合流部などの流れについて進められている。従来この種局所流の研究は実験による経験則を一次元解析法に導入して水面形やエネルギー損失の平均的特性を求める方法がとられており、これらは実用上有意義な知見を提供しているが、最近の特徴はより精度の高い二次元・三次元的な現象の解明が要求され、さらに局所洗掘・物質拡散などに応用されつつある。

特に局所流の大きい特徴である三次元的な挙動を層流状態から水素気泡法による Flow visualization によって推定した研究は局所流の複雑な現象の適切な Model 化を目ざす実験的研究として注目される<sup>(1)</sup> また開水路彎曲部に発生する二次流の特性を理論的に検討したものとか<sup>(2)</sup> 局所流に Potential flow 理論を適用して理論的および実験的に流れの Pattern を考察したものなど<sup>(3)</sup> 局所流の研究に重要な指標を与えている。

今後局所流における二次流、渦の形成、表層・底層流線の挙動および速度分布など水工学上重要な問題に対するなお深い情報を得る必要があろう。

本研究は急拡・急縮部の流況を二次元有限要素法による Potential 解から推定しその適合性を実験的に検討したものである。

#### II 急変部流況の解析方法

緩こう配開水路急拡部・急縮部（急変部）における流れの遷移形式は、臨界下流水深を境として急変部に射流があらわれるもの（射流遷移）とすべて常流のもの（常流遷移）とに大別されることが明らかにされている。<sup>(4)(5)</sup> 本研究は後者に属するもので水位変化が微小な場合を対象とした Model を設定し、開水路の幾可学的形状、境界条件の導入および三次元解析への拡張が容易であるため二次元有限要素法による Potential 解から表層流線の挙動および流速分布を調べることとする。有限要素法によって二次元的に流況を解析する場合に水路急変部の角度は特に問題になることがなく同一の方法で実施できるので、ここでは急変部の基本型と考えられる 90° の場合に限定する。

急変部の水位変化を微小とし Velocity Potential  $\phi(x, y)$  および Stream Function  $\psi(x, y)$  が存在するものとする。と次式を満足する。

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad \text{または} \quad \nabla^2 \psi = 0 \quad (1)$$

以下に  $\psi$  について考える。(1)式を Euler の式とする汎関数の有限要素法解析のための Formulation は容易であり、極値を求めるべき汎関数は(2)式ようになる。<sup>(6)</sup>

$$I = \frac{A}{2} \{\psi_i\}^T ([L])^T \left( \left[ \frac{\partial f}{\partial x} \right]^T \left[ \frac{\partial f}{\partial x} \right] + \left[ \frac{\partial f}{\partial y} \right]^T \left[ \frac{\partial f}{\partial y} \right] \right) [L] \{\psi_i\} \quad (2)$$

ここに

A: 三角形要素の面積

f:  $x, y$  に関する一次式

$\psi_i$ :  $i$  節点の  $\psi$ ,  $i = 1 \sim 3$

L: 節点座標値を成分とする matrix

(2)式の極値を求めるために  $\Psi_i$  で微分し 0 とおくことにより(3)式のような Fluid element stiffness matrix (K) がえられる。

$$[K] = ([L])^{-1} \left( \left[ \frac{\partial f}{\partial x} \right]^T \left[ \frac{\partial f}{\partial x} \right] + \left[ \frac{\partial f}{\partial y} \right]^T \left[ \frac{\partial f}{\partial y} \right] \right) ([L])^{-1} \quad (3)$$

(3)式を用いて解析領域全体の Fluid element stiffness matrix を構成すれば適当な境界条件を満たす数値解が得られる。<sup>(7)</sup> Velocity potential についても同様に取扱うことができる。

流速は(4)式によって求められる。

$$\{V\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \Psi}{\partial y} \\ -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad \text{または} \quad \{V\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

ここに,  $u$ ,  $v$  はそれぞれ  $x$ ,  $y$  方向の流速

### III 実験と数値解析

実験装置は既設の長さ 30.00 m, 幅 30 cm, 水路こう配 1/1200 の木製水路を用い, 上流地点より 15.30 m 地点に急縮部, 20.70 m 地点に急拡部を設置しそれぞれ急変部を含む解析領域を 2.00 m とした (Fig. 1)。

実験方法は上流部の三角ゼキで流量を計量し急縮部・急拡部ともに Table 1 のように三段階に流量を変化させ流速・水深を計測した。また表層流線の模様を水路上流部からアルミ粉を連続的に散布し写真撮影した。

次にこの Model について前節の Fluid element stiffness matrix を用い数値解析を実施した。

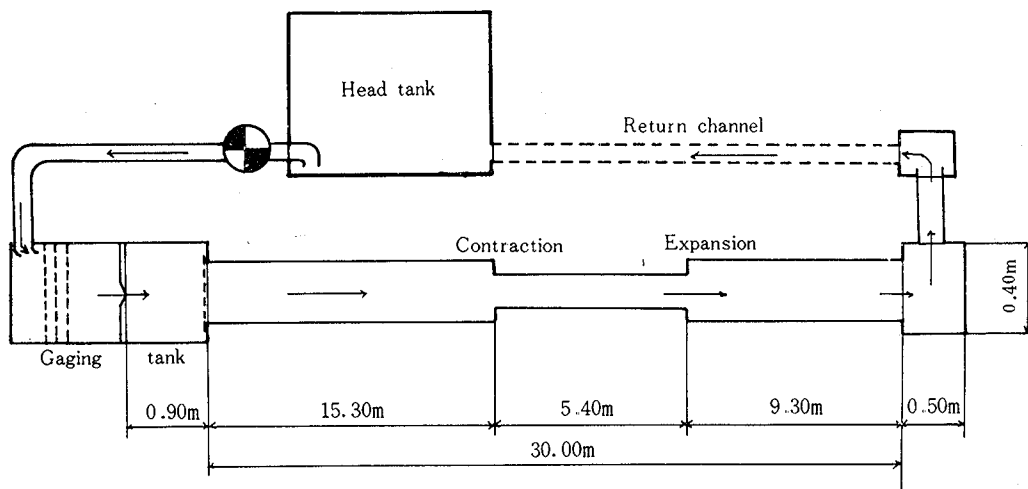


Fig. 1. Schematic diagram of experimental equipment.

#### (i) 急拡部における結果および考察

急拡部における実測水位変化は Fig. 2 に示すように各実験とも急拡部地点で最低になり下流へ移行するにつれて上昇する Submerged transition の水面形であり上下流の水位差は微小とみなせる。Exp. I の表層流線撮影結果を Phot. 1 に示す。

Case	Exp. I	Exp. II	Exp. III
Discharge (L/sec)	6.41	3.36	1.98

Table 1. Summary of experimental procedure

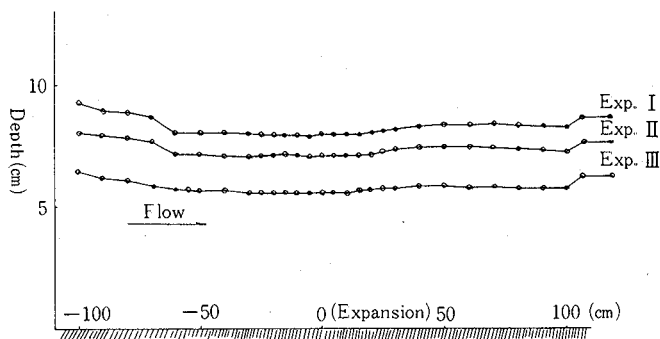


Fig. 2. Measured flow profiles through a sudden expansion.

次にこれらの実験データをもとに水路壁の $\Psi$ 値および解析領域上下流の $\Phi$ 値を境界条件として導入し、前述の〔K〕を用い数値的に解析した。その流速分布の様様を Fig 3~Fig 5 に、表層流線の様様を Fig 6 に示す。この場合の節点数および要素数はそれぞれ139, 228 であり、Modelは急拡部近傍では複雑な流れを示すと考えられるので急拡地点を中心に上下流部に互り次第に要素を大きくとってある。

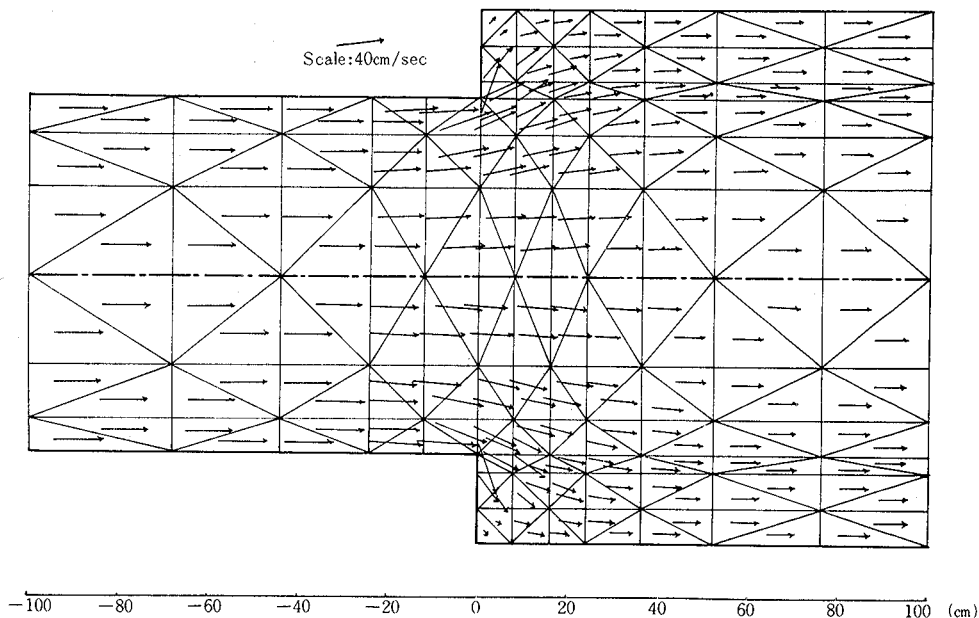


Fig. 3. Velocity distribution obtained by F.E.M (Exp. I)

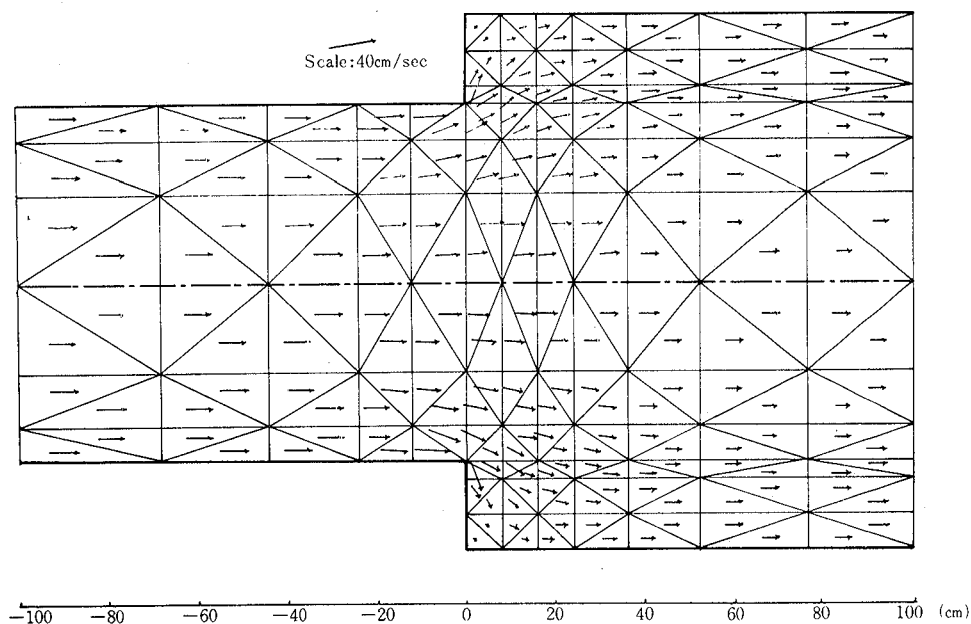


Fig. 4. Velocity distribution obtained by F.E.M (Exp. II)

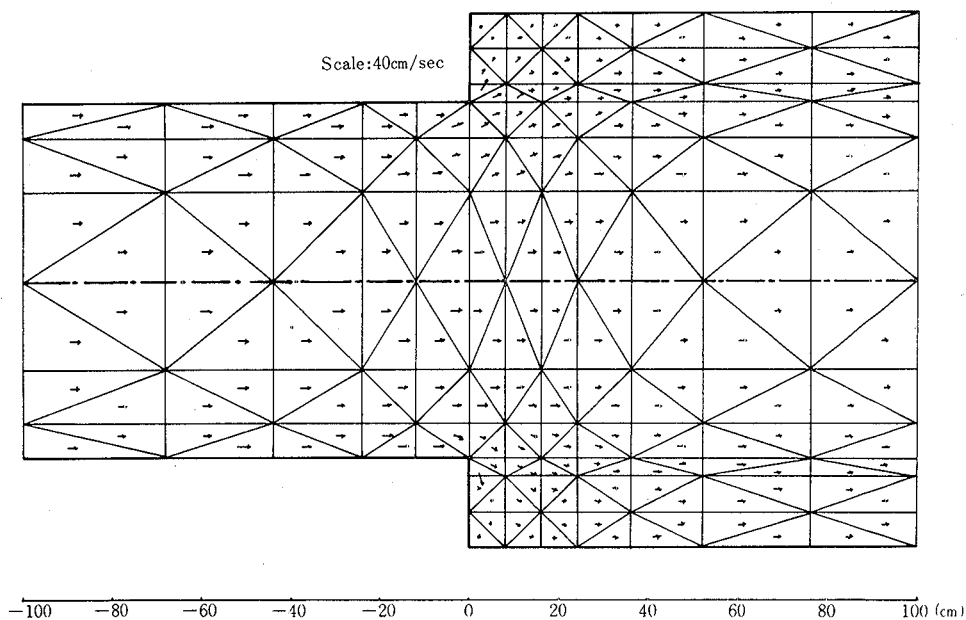


Fig. 5. Velocity distribution obtained by F.E.M (Exp. III)

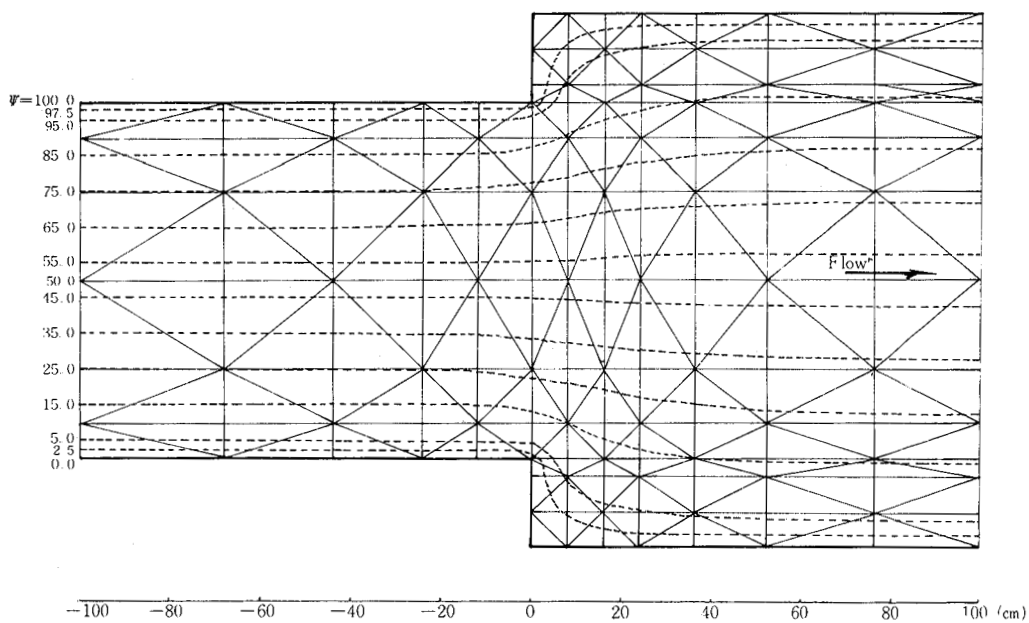


Fig. 6. Surface streamline obtained by F.E.M

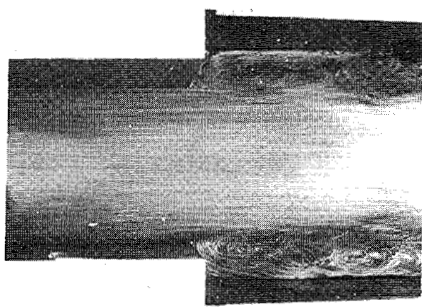


Photo. 1. Flow behaviours at sudden expansions of open channel (Exp. I)

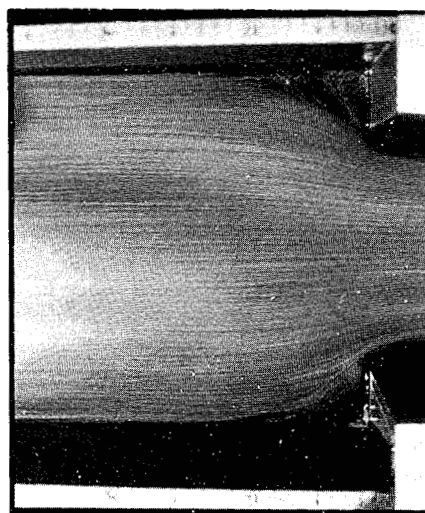


Photo. 2. Flow behaviours at sudden contraction of open channel (Exp. I)

Fig 3～Fig 5 の流速分布の計算結果は解析領域流入部へ一様な流速分布で流入し急拡大の影響を受けて流速分布が変化し急拡大下流水路の一様な流速分布に漸近していく様子を示している。特に急拡大地点における流速分布は一様ではなくすでに上流水路において急拡大の影響を受け速度ベクトルは大きさだけでなく向きが変化している。このことは上流部の変化は微小であるが Fig 6 の流線の計算結果からも言える。また基礎方程式に渦度成分を導入していないので、渦動領域を定量的に示すことはできないが、流速分布の変化する様子および流線の挙動から定性的に推定できる。Fig 7 はExp. Iにおける渦動領域を計算値と実測値の重ね合わせをしたものであるが、急拡大の影響を受けた流線の変曲点間近傍はよく適合している。

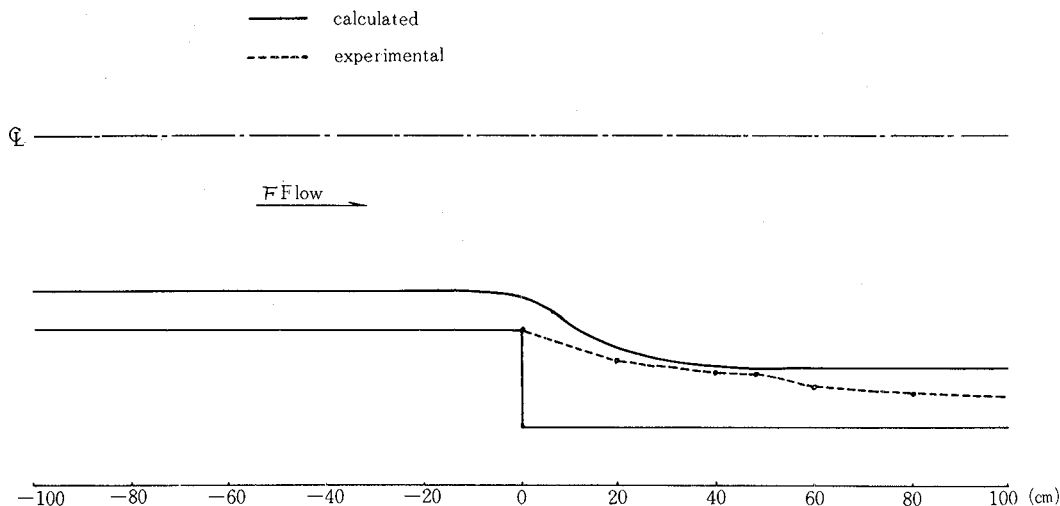


Fig. 7. Comparison of flow patterns between the calculated and experimental results (Exp. I)

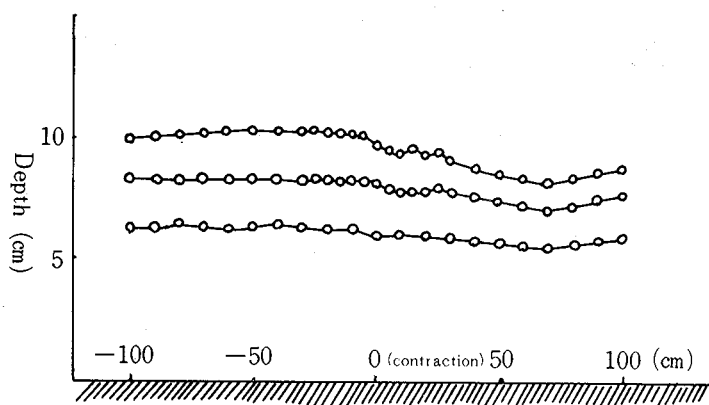


Fig. 8. Measured flow profiles through a sudden contraction.

#### (ii) 急縮部における結果および考察

急縮部における実測水面形は各実験について Fig 8 のように得られ急拡大部と同様水位変化微小の取扱いが可能である。Exp. Iの表層流線撮影結果を Phot. 2 に示す。

続いて急拡大部と全く同様の方法により数値解析を進めた。このModelの要素数、節点数はそれぞれ86、140である。その流速分布の模様を Fig. 9～Fig. 11に、また流線形状をFig. 12に示す。

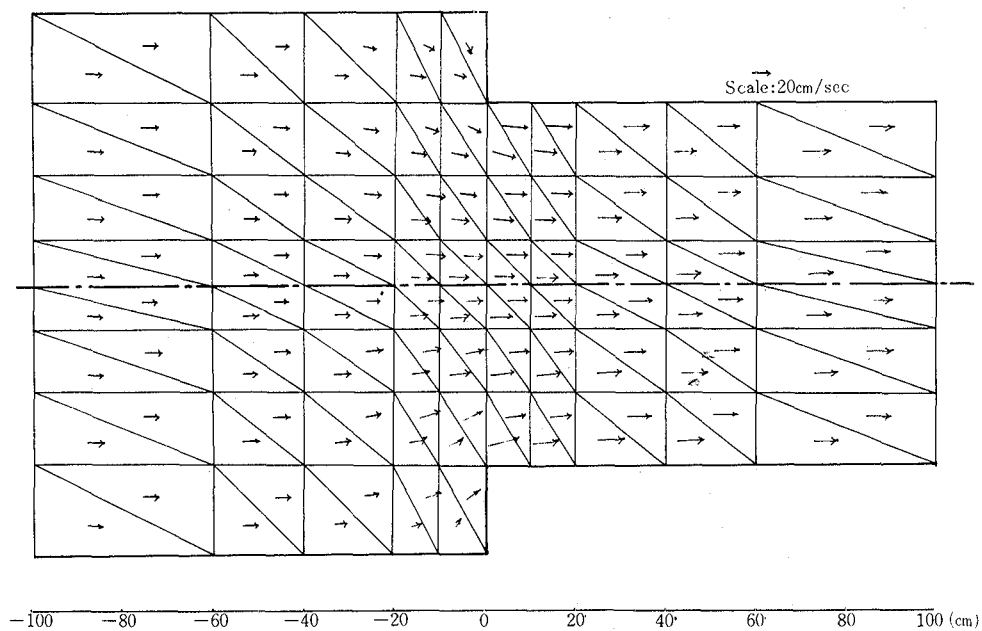


Fig. 9. Velocity distribution obtained by F.E.M (Exp. I)

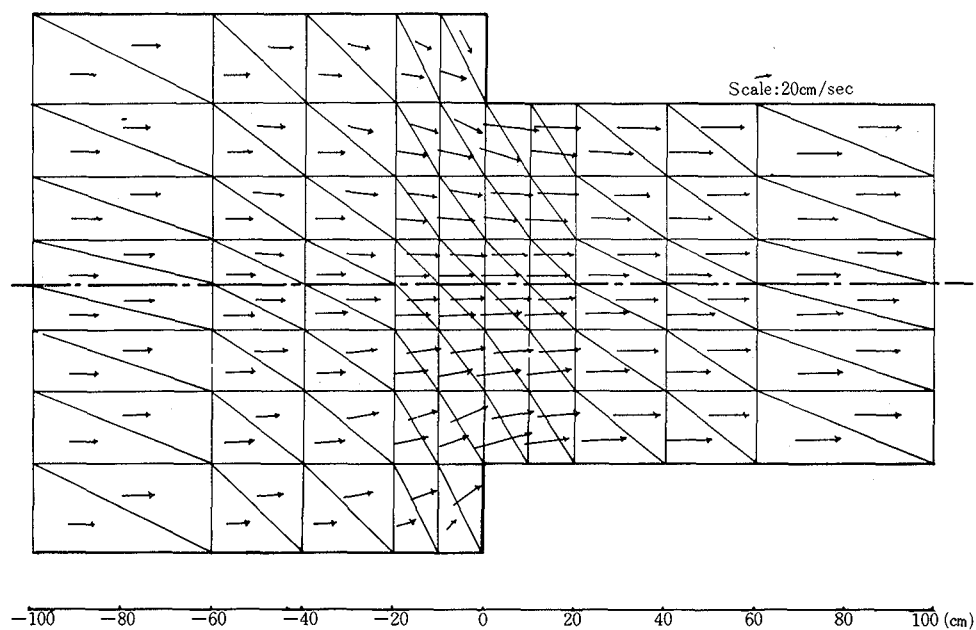


Fig. 10. Velocity distribution obtained by F.E.M (Exp. II)

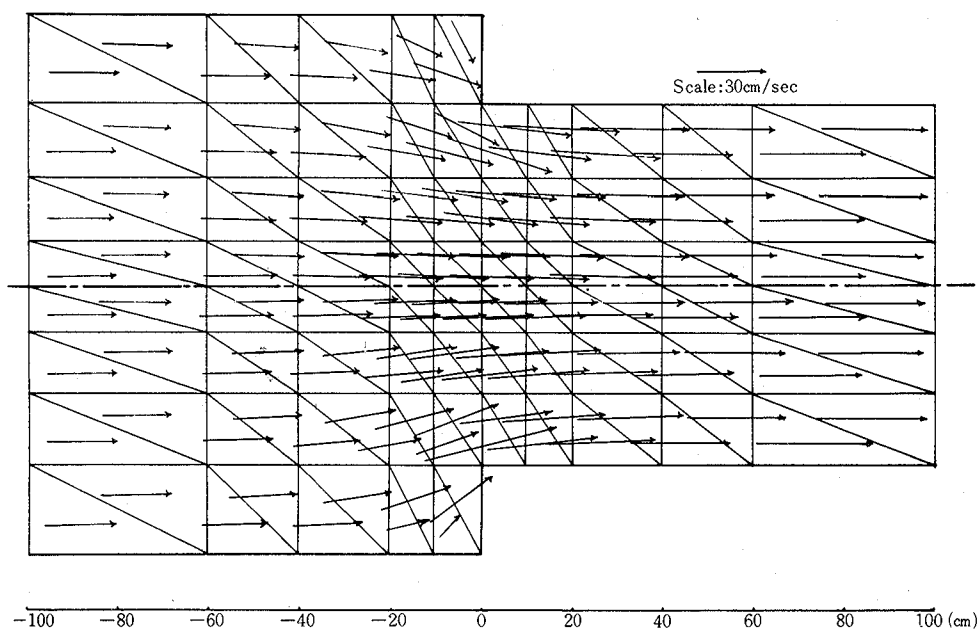


Fig. 11. Velocity distribution obtained by F.E.M (Exp. III)

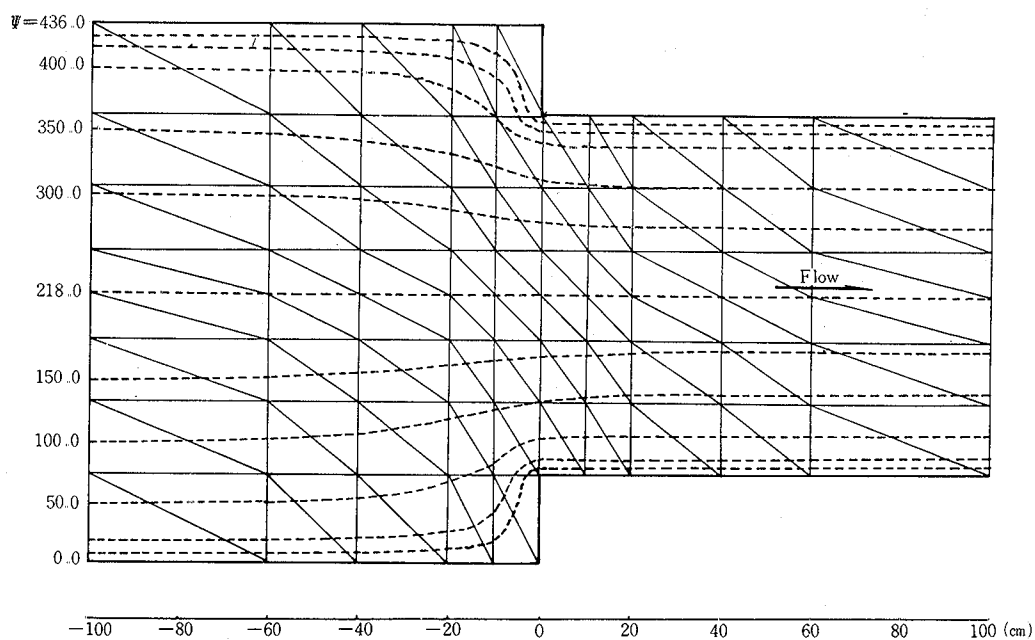


Fig. 12. Surface stream lines obtained by F.E.M Flow.



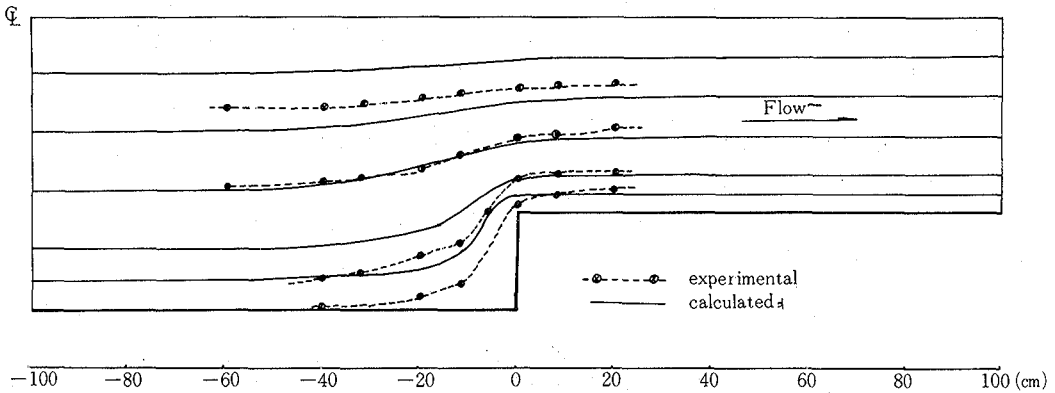


Fig.13. Comparison of flow patterns between the calculated and experimental results (Exp. I)

急変部近傍の流線形状の計算値は写真判定による実測値と一致している(Fig.13)。流速分布でみると速度分布の様な流れが急縮部に近づくにつれ速度ベクトルの大きさ、向きを変え、収縮して様な流速分布になる。これらの図は急縮部の上下流水路への影響範囲を定量的に示すことになる。また流線の模様からSeparation zoneが推定される。

このことから急縮部流れの常流遷移は二次元Potential flowとしての取扱いにより、その水理特性がかなりよく説明しえ、この場合有限要素法による解析が有効であることを示唆している。

#### IV 結 語

緩こう配開水路の急拡部・急縮部における常流遷移の解析に二次元有限要素法の適用および実験的検証により急変部の上下流へ及ぼす影響範囲および急縮部接近流の表層流線・流速分布を明確にすることができた。この適用限界は基本式によって自ずから限定されるが今後本解析法を拡張し特にSeparation zoneの形成機構を定量的に明確にする考えである。

#### 文 献

- (1) 宇民正：京大防災研究所年報，No13-B，361-372 (1970)。
- (2) 吉川秀夫，池田駿介：土木学会第27回年次学術講演会講演集第2部，237-240(1972)。
- (3) 細井正延，山口皓二，伊藤親直：土木学会第24回年次学術講演会講演集第2部，117-120(1969)。
- (4) 石原藤次郎，志方俊之：土木学会論文集，No136，30-38(1967)。
- (5) 石原藤次郎，志方俊之：土木学会論文集，No126，12-28(1966)。
- (6) H.C.Martin: Proceedings of second conference on matrix methods in structural mechanics. Wright-patterson air force 518-535(1968)。
- (7) 吉識雅夫監訳：マトリックス有限要素法，162-184，東京，培風館(1970)。

## HYDRAULIC RESEARCHES ON THE LOCAL PHENOMENON OF OPEN CHANNEL FLOW

### 1. On the Flow of Water through the Sudden Expansions and Contraction

Takashi SASAKI, Souichi NISHIYAMA, Yoshio KUROKAWA, Masao NAKAMURA,  
and Youichi YAMAMOTO

#### Summary

In this report, the Laplace equation is numerically solved for the flow field at the expansions and contraction of the open channel with the aid of finite element method, and in particular, the behaviours of surface streamlines and the velocity distribution are investigated.

These computations are compared with experimental results for the subcritical flow passing through sudden transitions.

As the results of investigation, the present authors determine the extent of the effect of changes in flow condition either in an upstream direction or in a downstream direction depending on the state of flow at the sudden transitions and also show the two-dimensional distributions of approach velocity near the sudden contraction.

(1974年 5 月31日受理)