

カンガイ用管水路の空気混入流に関する研究

I 水撃作用の基礎方程式と異常圧力上昇

西 山 壮 一

STUDIES ON THE AIR-ENTRAINED FLOW IN AN IRRIGATION PIPE LINE I THE BASIC EQUATION OF WATERHAMMER AND THE ABNORMAL PRESSURE RISES

Souichi NISHIYAMA

The air-entrainment usually occurs in the irrigation pipeline. But there is little information that the air bubbles in a pressure pipe increase the waterhammer pressure or not, and little information about its mechanism. The analysis of waterhammer in the case of including the air bubbles in the pressure pipe was given a trial. And the basic equation of waterhammer in air-entrained flow was derived. The type of waterhammer was clarified, and the effect of air bubbles on waterhammer was discussed.

カンガイ用管水路は、他の目的の管路に比べ、管内に空気が混入しやすい条件を備えている。しかしながら、この混入空気が水撃作用に対して危険側に働くか、あるいは、完全側に働くか、その判定条件が不明であり、またそのメカニズムは明らかになっておらず、管水路の安全性の確保の観点から、それらの解明が重要な課題となっていた。

著者は、水・空気混合流体としての水撃作用の解析を試みた。そこで、まず、水・空気混合流体の水撃作用の基礎方程式の誘導を試みた。また、水撃作用の分類がなされ、いかなる場合に混入空気によって、水撃圧が助長されるかを述べた。

1. ま え が き

水の需要が増大する一方、水資源は有限であるので、水の効率の利用が益々必要となってきた。管水路は開水路に比べ、送水中の損失が小さい。さらに、管水路は従来の開水路に比べ、送配水操作が容易な利点を有している。このような理由で、最近、農業用水の送水手段として、管水路システムが用いられることが多くなっている。しかしながら、技術的に未解決の問題も多く含まれている。

本論文において述べる管内の水の流れに混入した空気と水撃作用の問題もその1つである。農業水利の分野において、大型化、長距離化された管水路システムが一般化した今日、システムの安全性の確保の観点から、水撃作用に関する厳密な検討が緊要な課題となった。

水撃作用に関する研究の歴史と現状について、論評を試みる。水撃作用については、19世紀の末から、20世紀の初頭にかけて、Joukowsky や Allievi によって、先駆的な研究がなされ、その結果、水撃作用が波動現象であることが明らかにされた。1933年、1937年には、水撃作用に関する国際シンポジウムが開かれ、水撃作用の解明の重要性が、世界的に認識された^(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10)。当時は、摩擦の項を含む非線型方程式は解法がなく、多くの場合、近似解法が採用された。なかでも、図式解法が広く使用されていた。この方法は、作図による解法であるため、精度の維持が困難であり、また、煩雑であるため、複雑な境界条件の場合には、実質的に適用できなくなることが多い。

20世紀の中頃、V. L. Streeter⁽¹¹⁾は、電子計算機を使用して摩擦の項を含む非線型の基礎方程式を解き、水撃解析の方法は、画期的な発展を遂げた。この方法は、複雑な管水路システムに対する適用も可能なことが示されている^(12,13,14,15)。現在、管内を単一の液体としての水のみが流れている場合の水撃作用の解析は、ほとんどの境界条件に対して可能となっている。ところが、管内における水の流れに空気が混入した場合には、従来の水撃作用の解析法では説明できない特異な現象^(16,17,18,19)が生じる。この理由は、水中への空気の混入により、流体の物性値、特に、弾

性係数が大幅に変化し、圧力波の伝播速度が影響を受けるためである。

カンガイ用管路においては、カンガイ期と非カンガイ期がある等のため、送水開始時、管内に満流する過程において、管内の空気が完全に排除されず、管内に空気が残留することが多い^(19,20)。また、農業用水では、温水取水であるため、取水口と水面との距離が他の用水のそれに比べ短く、そのため、水面に発生した渦により、管内に空気が混入する可能性がある^(21,22)。このように、農業用管路においては、他の目的の管路に比べ、管内に空気を混入しやすい条件を備えている。

しかしながら、管路内の混入空気が水撃作用に対して、危険側に働くか、あるいは、安全側に働くか、その判定条件が不明であり、またそのメカニズム等については、解明されておらず、このような条件下における管路の非常圧力脈動に対する解析手法の確立が、重要な課題となっていた。

本論文においては、管内に空気が混入する原因と、それが通水に及ぼす影響を述べ、さらにそのような場合の水撃作用の基礎方程式を導いた。次に、水撃作用のタイプを述べ、どのタイプの場合に混入空気が、水撃圧に対して、より影響を及ぼすかを論じた。

2. 管内流水中の混入空気

管内流水中に、空気が混入する原因は、次のとおりである⁽²⁰⁾。

①管路を満流させる過程において、管内に、空気が残留することによるもの。地面の標高に沿って、管路が凹凸している場合、管路の頂部または、断面の変化部分に、この原因による例が多い。

②取水口に渦を生じて、それによって、空気が管内に混入することによるもの^(21,22)。

③負圧が発生する管路において、空気弁または施工が不良である管の接手部分等から、空気が混入することによるもの。

④圧力の低下、温度の上昇にともなって、水中に溶解していた空気が逸出することによるもの。

これらの原因によって、流水中に混入してくる空気のため、水のみでの単一流れでは発生しない種々の現象が生じる。

①管路の送水能力が減少する。空気の混入によって、管の通水断面積が減少し、“みかけの諸損失係数”が、管内に空気を含まない場合に比べ大きくなる。サイフォン内の流れにおいては、サイフォンとしての作用がなくなる場合がある。

②流水中に空気が混入している場合には、水のみが流れている場合に比べて、流体の弾性係数が小さくなる。したがって、水・空気混合流れでは、水の単一流れに比べて、圧力脈動を生じやすい状態となっている。特に、管路が地面の標高に沿って凹凸している場合、その凹凸の程度に応じて、管内圧力が変化し、それに伴って、流水中に含まれる空気の体積が変わり、圧力脈動が助長される。

③流水中に空気を含んでいる流れでは、水のみでの単一流れに比べて、弾性係数が減少するために、圧力波の伝播速度が減少する。したがって、一般的には、空気混入流れの最大水撃圧は、水のみでの単一流れのそれに比べ小さくなる。この現象を利用して、バルブ直上流部の水撃軽減策として、積極的に流れに空気を注入する方法が採られる場合がある。

3. 空気混入流における水撃作用の基礎方程式

管内流水中に、空気が混入している場合、この流れを、水と空気が一体となった流れと考えて、水撃作用の解析を試みる。

まず、水と空気の混合流体の水撃作用における基礎方程式を誘導する。なお、解析の前提として、空気含有率が小さい場合を考える。このような流れは、しばしば送水管路でみられるものである。

なお、本章において用いる記号は次のとおりである。

A ; 管の断面積

b ; 管の厚さ

D ; 管径

E_p ; 管の弾性係数

- E_m ; 水と空気の混合流の弾性係数
- f_m ; 水と空気の混合流の摩擦損失係数
- g ; 重力の加速度
- p ; 圧力
- t ; 時間
- V ; 管内平均流速
- x ; 距離
- z ; 基準線からの高さ
- ρ_m ; 水と空気の混合流体の密度
- γ_m ; 水と空気の混合流体の単位重量
- θ ; 管が水平となす角度
- τ_0 ; 壁面におけるせん断応力
- \forall_m ; 水と空気の混合流体の体積

①運動方程式

Fig. 1 に示す管路の微小区間におけるつり合いの式は、次のように与えられる⁽²³⁾。

$$pA - \left[pA + \frac{\partial}{\partial x}(pA)\delta x \right] + \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\delta x}{2} \right) \frac{\partial A}{\partial x} \delta x + \gamma_m \delta x \left(A + \frac{1}{2} \frac{\partial A}{\partial x} \delta x \right) \sin \theta - \tau_0 \pi \left(D + \frac{\partial D}{\partial x} \frac{\delta x}{2} \right) \delta x = \rho_m \left(A + \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\delta x}{2} \right) \delta x \frac{dV}{dt} \quad \dots\dots(1)$$

高次の項を無視して整理すれば、

$$\frac{1}{\rho_m} \frac{\partial p}{\partial x} - g \sin \theta + \frac{4\tau_0}{\rho_m D} + \frac{dV}{dt} = 0 \quad \dots\dots(2)$$

なお、 $p = \rho_m g (H - z)$ (3)

(3) 式を x で微分すると、

$$\frac{\partial p}{\partial x} = g(H - z) \frac{\partial \rho_m}{\partial x} - \rho_m g \left(\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial x} \right) \quad \dots\dots(4)$$

ここで、前述のように空気含有率が小さい場合を解析の対象としているので、

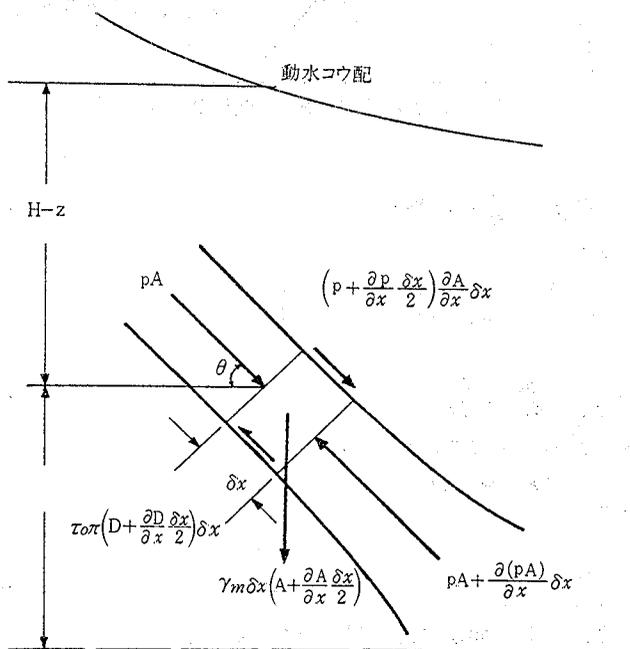


Fig. 1. 微小区間に作用する力

$$\frac{\partial H}{\partial x} \gg \frac{\partial \rho_m}{\partial x} \quad \dots\dots(5)$$

したがって、(4)式は次のようになる。

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_m g \left(\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial x} \right) \quad \dots\dots(6)$$

さらに、 V は x と t の関数であるので、

$$\frac{dV}{dt} = V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} \quad \dots\dots(7)$$

また、壁面におけるせん断応力 τ_0 と、摩擦損失係数 f_m との関係は、

$$\tau_0 = \frac{1}{8} \rho_m f_m V^2 \quad \dots\dots(8)$$

(2)式、(6)式、(7)式および(8)式から、空気含有率が小さい場合の運動方程式は、次のようになる。

$$g \frac{\partial H}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{f_m V |V|}{2D} = 0 \quad \dots\dots(9)$$

②連続の方程式

Fig. 2に示す微小区間に、質量保存則を適用すれば⁽²³⁾、連続の方程式を得る。

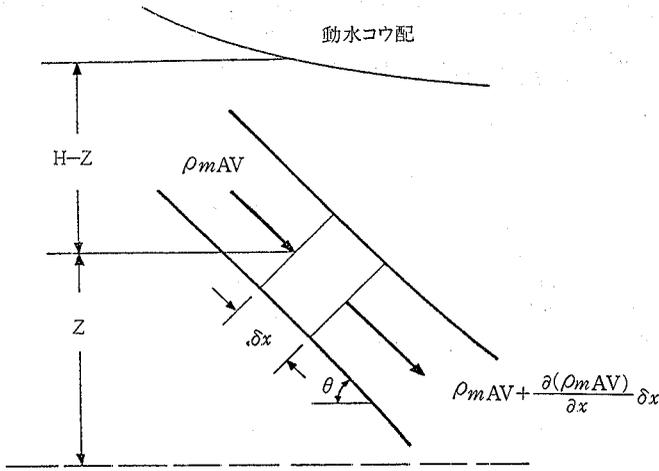


Fig. 2. 微小区間における質量の保存

$$-\frac{\partial}{\partial x} (\rho_m A V) \delta x = \frac{\partial}{\partial t} (\rho_m A \delta x) \quad \dots\dots(10)$$

(10)式を展開して整理すると、

$$\frac{V}{A} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{V}{\rho_m} \frac{\partial \rho_m}{\partial x} + \frac{1}{\rho_m} \frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots(11)$$

これから、

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{1}{\rho_m} \frac{d\rho_m}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots(12)$$

ここで、(12)式の左辺第1項は、管の厚さを b とすると、

$$\frac{dA}{dt} = \frac{D}{2bE_p} \cdot \frac{dp}{dt} \cdot \frac{D}{2} \cdot \pi D \quad \dots\dots(13)$$

両辺を断面積 A で割れば、

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = \frac{D}{bE_p} \cdot \frac{dp}{dt} \quad \dots\dots(14)$$

つぎに、(12)式の左辺第2項は、嵩(mass)に対する体積弾性係数の定義から、

$$E_m = -\frac{dp}{dV_m/V_m} = \frac{dp}{d\rho_m/\rho_m} \quad \dots\dots(15)$$

ゆえに、

$$\frac{1}{\rho_m} \frac{d\rho_m}{dt} = \frac{1}{E_m} \frac{dp}{dt} \quad \dots\dots(16)$$

したがって、(14) 式および (16) 式から、(12) 式は次のようになる。

$$\frac{1}{E_m} \frac{dp}{dt} \left(1 + \frac{E_m}{E_p} \frac{D}{b} \right) + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots(17)$$

また、

$$a = \sqrt{\frac{E_m/\rho_m}{1 + (E_m/E_p)(D/b) \cdot C}} \quad \dots\dots(18)$$

とくと、(17) 式は

$$\frac{1}{\rho_m} \frac{dp}{dt} + a^2 \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots(19)$$

ここで、 $p = \rho_m g (H - Z)$ (20)

さらに、 p は x と t の関数であるので、

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial t} dt \quad \dots\dots(21)$$

$$\frac{dp}{dt} = V \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial t} \quad \dots\dots(22)$$

ここで、(20) 式を、 x と t でそれぞれ微分すれば、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= g(H-z) \frac{\partial \rho_m}{\partial x} + \rho_m g \left(\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial t} &= g(H-z) \frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \rho_m g \left(\frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial z}{\partial t} \right) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(23)$$

ここでは、空気含有率が小さい場合を、解析の対象としているので、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial x} &\gg \frac{\partial \rho_m}{\partial x} \\ \frac{\partial H}{\partial t} &\gg \frac{\partial \rho_m}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(24)$$

また、管路が固定されている場合には、

$$\frac{\partial z}{\partial t} = 0 \quad \dots\dots(25)$$

さらに、

$$\frac{\partial z}{\partial x} = - \sin \theta \quad \dots\dots(26)$$

連続の方程式 (19) 式に、(20) 式の変形を考慮すれば、空気含有率が小さく、且つ管路が固定されている場合の、連続の方程式が次のように得られる。

$$\frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} + V \sin \theta = 0 \quad \dots\dots(27)$$

したがって、空気含有率が小さく、且つ固定された管路内を流れる空気混入流の基礎方程式は、(9) 式および (27) 式によって与えられる。

これらの方程式の形は、管内を水のみが流れている場合のそれと同形となる。しかし、管内流水中に空気が含まれている場合には、連続の方程式に含まれている圧力波の伝播速度 a が時間および場所の関数となるため、その解析方法は非常に複雑なものとなる。

なお、(9) 式、および (27) 式において、水のみ流れる場合、 H は「水頭」とよばれる。しかしながら、管内に空気が混入した場合には、 H を水頭と呼ぶのは適当でない。なぜならば、 H を圧力 p に変換する際の流体の単位重 γ_m が、変数であるためである。

したがって、具体的な解析においては、(9) 式、および (27) 式をまず H について解き、つぎに、

$$H = \frac{p}{\gamma_m} + z \quad \dots\dots(28)$$

を用いて、圧力 p について変換する。ただし、(28) 式で γ_m は変数である。

4 バルブの上, 下流に発生する水撃作用において, 混入空気が水撃圧に及ぼす特性

以下説明を簡単にするため, 単一パイプを例に挙げて説明する. Fig. 3に示すようにバルブが, 上, 下流に設置されている場合, 上流および下流のバルブの閉鎖によって, それぞれ特性の違った水撃作用が起る.

(a) バルブの上流に発生する場合

この場合, 最大水撃圧は定常状態の流れによって, 直接生じている. このような場合の圧力変動の典型は Fig. 4 のようである. すなわち, 圧力は定常状態の値から最大水撃圧の値まで上昇し続ける.

(b) バルブの下流に発生する場合

この場合の最大水撃圧は定常状態の流れの逆流によって生じている. このような場合の圧力変動の典型は Fig. 5 のとおりである. すなわち定常状態の圧力(通常正圧)から一旦負圧となり, その後最大水撃圧が発生している.

すなわち(a), (b)においては, 最大水撃圧を起す水流の方向が異なる. また, 圧力からみると定常状態から最大水撃圧に至るプロセスが両者において異なる.

このプロセスの違いのため, 空気が混入している場合, 次に述べるように両者において, 空気が最大水撃圧に及ぼす影響が決定的に異なる.

バルブの上流に発生する水撃作用において, 空気が混入しているとき, その空気によって, 圧力波の伝播速度が減少し, 最大水撃圧は空気が含まれていない場合のそれより通常減少すると考えられる. 一方, バルブの下流に発生する水撃作用において, 混入空気が存在する場合, 負圧時に, この混入空気の体積が増大する(蒸気圧に近くなると著しく大きくなる). 逆の相のとき 空気の体積減少とともに大きな圧力が発生する. あたかも, 水が気化し, 水柱分離がおこる場合と同じような現象が発生する. したがって, このような場合も一種の水柱分離とよばれている^(10,15). 水の気化によって, 水柱分離が発生する場合は高圧時に気体がほとんど消滅するのに対して, 混入空気によって, 水柱分離が発生する場合は, その空気は圧縮された形で残存する. したがって, 混入空気量が増大すれば, その空気が高

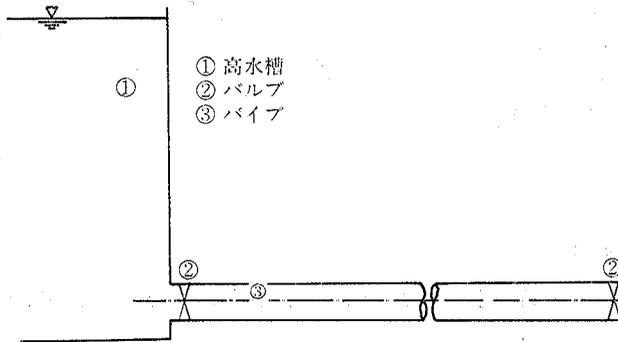


Fig. 3. パイプラインの上流端および下流端のバルブ

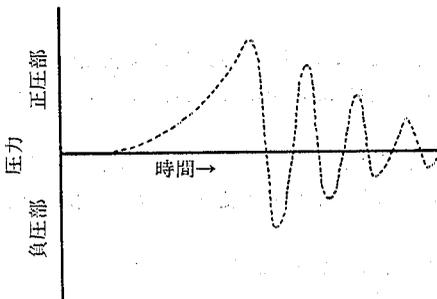


Fig. 4. バルブの上流に発生する水撃作用の圧力変動のパターン

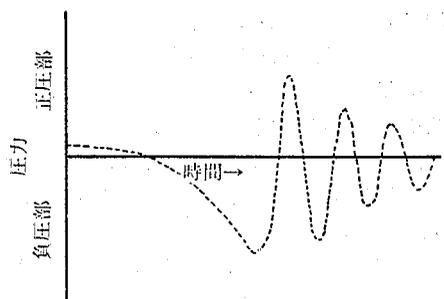


Fig. 5. バルブの下流に発生する水撃作用の圧力変動のパターン

圧時にクッションとして作用する役割が大きくなり、その場合の最大水撃圧は、空気を含まない場合のそれより減少する。なお、混入空気が存在する場合、圧力変動に伴う圧力波の伝バ速度の変化を Fig. 6 に示す。これから明らかのように大気圧以下になると圧力波の伝バ速度は急激に減少することが明らかである。したがってバルブの下流に発生する水撃作用において、混入空気が存在する場合、最大負圧時から最大水撃圧に達するまでに、圧力波の伝バ速度が大きく変化する。すなわち、空気の体積の変化が大きいため、水の水速度変化が大きい。これによって最大水撃圧が助長されるものと考えられる。

以上のように、管内に空気の混入がなく、且つ負圧が蒸気圧に達しない場合において、バルブの上、下流に発生する水撃は単に位相がずれるのみである。しかしながら気体(空気あるいは蒸気)が存在する場合は、その体積が圧力によって変動するため、両者において、最大水撃圧の成因に関して、著しい違いが生じる。

バルブの下流に発生するような水撃においては、一旦負圧となり、その後最大水撃圧が発生するため、最大水撃圧の消長に混入空気量が決定的な影響を及ぼすことは明らかである。このような水撃作用に対して、混入空気が存在するとき、異常圧力上昇が起る可能性がある。

5. ま と め

本研究において論じたことをまとめると次のようになる。

- (1)カンガイ用管路は、他の目的の管路に比べ、管内流水中に空気が混入し易い条件を備えている。また、混入した空気が通水に及ぼす一般的な影響を述べた。
 - (2)通常のカンガイ用管路にみられるような空気の含有率が小さい場合の水撃作用の基礎方程式は、管内を水のみが流れる場合のそれとは、形は変わらない。しかしながら、連続の方程式中の圧力波の伝バ速度が場所および時間によって変化する。
 - (3)水撃作用における最大水撃圧は、定常状態の流れによって直接生じる場合と、定常状態の流れの逆流によって生じる場合があることを述べ、後者の場合が前者に比べ、混入空気によって水撃圧が著しく助長される可能性があることを論じた。すなわち、混入空気によって、異常な圧力が生じるのは、この場合であることを述べた。
- なお、基礎方程式の解析法は、次報で述べる。

参 考 文 献

- (1) Allievi, L.: Air Chambers for Discharge Pipes, Trans. A. S. M. E. HYD-59-7, pp. 651-659 (1937).
- (2) Angus, R. W.: Air Chambers and Valves in Relation to Water Hammer, Trans. A. S. M. E. HYD-59-8, pp. 651-668 (1937).
- (3) Dejuhasz, K. J.: Hydraulic Phenomena in Fuel-Injection Systems for Diesel Engines, Trans. A. S. M. E. HYD-59-9, pp. 669-677 (1937).
- (4) Knapp, R. T.: Operation of Emergency Shut-off Valves in Pipe Lines, Trans. A. S. M. E. HYD-59-10, pp. 679-682 (1937).
- (5) Knapp, R. T.: Complete Characteristics of Centrifugal Pump and Their Used in the Prediction of Transient Bihavir, Trans. A. S. M. E. HYD-59-11, pp. 683-689 (1937).
- (6) Leconte, J. N.: Experimental and Calculations on the Resurge Phase of Waterhammer, Trans. A. S. M. E. HYD-59-12, pp. 691-694 (1937).
- (7) Schnyder, O.: Comparisons between Culculated and Test Reuslts on Water Hammer in Pumping Plants, Trans. A. S. M. E. HYD-59-13, pp. 695-700 (1937).
- (8) Strowger, E. B.: Relation of Relief Valve and Turbine Characteristics in the Determination of Waterhammer, Trans. A. S. M. E. HYD-59-14, pp. 701-705 (1937).

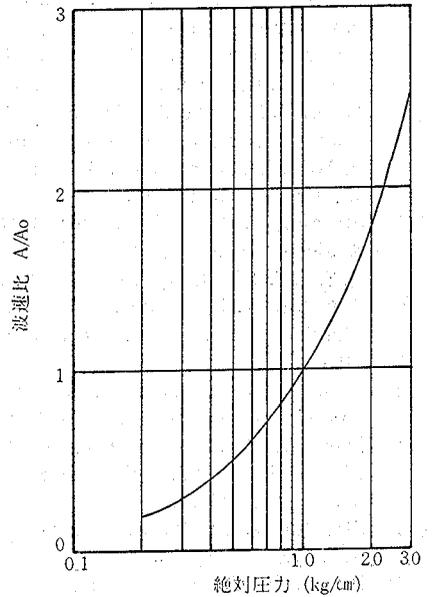


Fig. 6. 圧力変動に伴う圧力波の伝バ速度の変化
(空気の含有率1%, 塩化ビニール管, 管径50mm)
A ; 圧力に対応する圧力波の伝バ速度
A₀ ; 1気圧時における圧力波の伝バ速度

- (9) Suzuki, S.: Experimental Investigation of Waterhammer in Steel Pipe, Jour. of the Faculty of Engineering, Tokyo Imperial University, Vol. XXI, pp. 43-75 (1937).
- (10) Wood, F. M.: The Application of the Operational calculus to the Solution of Problems in Waterhammer, Trans. A. S. M. E. HYD-59-15, pp. 707-713 (1937).
- (11) Streeter, V. L. and C. Lai: Waterhammer Analysis Including Fluid Friction, Proc. A. S. C. E. HY. 3, pp. 79-112 (1962).
- (12) Streeter, V. L.: Waterhammer Analysis of Pipelines, Proc. A. S. C. E. HY. 4, pp. 151-172 (1964).
- (13) Streeter, V. L. and E. B. While: Hydraulic Transients, McGraw-Hill, pp. 13-21 (1967).
- (14) Streeter, V. L.: Waterhammer Analysis of Distribution Systems, Proc. A. S. C. E. HY. 5, pp. 185-201 (1967).
- (15) Streeter, V. L.: Waterhammer Analysis, Proc. A. S. C. E. HY. 6, pp. 1959-1973 (1969).
- (16) Brown, R. J.: Water-Column Separation at Two-Pumping Plants, Jour. Basic Engineering, A. S. M. E. Vol. 90, pp. 521-530 (1968).
- (17) Seipt, W. R.: Waterhammer Considerations for P. V. C. Pipes Line in Irrigation Systems, Trans. A. S. A. E. Vol. 17, pp. 417-423 (1974).
- (18) 西山壯一ほか: バルブの下流に発生する Waterhammer と, それに及ぼす混入空気の影響, 農土論集, 77, pp. 21-26 (1978).
- (19) 西山壯一ほか: 混入空気による異常圧力上昇を伴う水撃作用の解析方法, 農土誌, 48(6), pp. 23-28 (1980).
- (20) Richards, R. T.: Air Binding in Water Pipelines, Jour. A. W. W. A. Vol. 54, pp. 719-730 (1962).
- (21) 荻原能男, 増田文彦: 流出渦の形状に関する研究, 山梨大学工学部報告, Vol. 28, pp. 213-216 (1969).
- (22) 佐々木大策ほか: セルフブライミング現象について, 山梨大学工学部研究報告, 第20号, pp. 217-225 (1965).
- (23) Streeter, V. L.: Fluid Mechanics, McGraw-Hill, pp. 595-599 (1970).

(1982年5月31日受理)