

# 中学校数学における説明記述力の伸張を図る 練習問題の開発研究

長谷川 順一・池下 栄子\*

(数学教育講座) (宇多津中学校)

760-8522 高松市幸町1-1 香川大学教育学部

\*769-0210 綾歌郡宇多津町3302 宇多津町立宇多津中学校

## A Study on the Development of Exercises to Extend Students' Ability of Writing Reasoning in Junior High School Mathematics

Junichi Hasegawa and Eiko Ikeshita\*

Faculty of Education, Kagawa University, 1-1 Saiwai-cho, Takamatsu 760-8522

\*Utazu Junior High School, 3302 Utazu-cho, Ayauta 769-0210

**要 旨** 具体的な場面を表す1次関数のグラフから2量の関係を読み取り判断し、その理由を記述する力の伸張を図る一連の練習問題を作成し、中学校第2学年の生徒を対象として10回の練習問題への取り組みを行わせた。教員による指導は行わなかったが、練習問題に解答し自己採点することで説明の記述の改善がみられた。これらの結果をもとに、中学校数学の指導のあり方や今後の検討課題に言及した。

**キーワード** 説明 記述 1次関数 中学校数学 練習問題

### 1 はじめに

表現力の育成が学校教育の主要な目標の1つとして掲げられるようになり、数学教育の分野においても根拠をもとに説明を記述する指導法の開発が求められている。数学の授業では問題の解法などの説明を生徒に行わせるが、その際には板書された図を示しつつ「これ」「それ」といった指示語を用いて口頭で説明するケースが多い。一方、説明を記述する場合は指示語を多用することはできず、数学的な記号表現を用いなければならないが、その用い方に十分習熟し

ていない生徒もいる。また、根拠を記述する場合、何をどこまで書いたらいいのかが判断できない生徒も少なくないことも推測される。

例えば全国学力学習状況調査の中学校数学の問題では、家から公園を経て図書館まで歩いた際の時間と距離を表したグラフをもとに、家から公園まで(600m, 10分間)と公園から図書館まで(600m, 5分間)の歩く速さを比較する問題が扱われた(平成19年度中学校数学B [6])。この問題では、グラフの横軸や縦軸はどのような量を表しているか、1目盛りの間隔はどのようにとられているかなどを、グラフから

読み取る必要がある。また、速さを比較する方法の理解が必要である。その上で、グラフから判断に必要な量を読み取り結論を得、その理由を根拠を示しつつ記述しなければならない。

この問題に対しては、解答例として次のような記述が示されている。「家から公園までの速さは  $600 \div 10 = 60$ 、毎分60m、公園から図書館までの速さは  $(1200 - 600) \div 5 = 120$ 、毎分120m、だから、公園から図書館までの方が速かった。」この解答例では、例えば「家から公園まで」などの区間、「 $600 \div 10 = 60$ 」などの計算式、「毎分60m」など計算結果から得られる解、そして各区間の解を比較して得られる結論が記述されている（国立教育政策研究所、2007）。そのため、「 $600 \div 10 = 60$ 、 $600 \div 5 = 120$ 、公園から図書館までの方が速い」といった記述は完全正答とは見なされない。数学の授業で生徒からこのような発言がなされた場合は、授業者が質問するなどして、区間や計算結果の意味を確認するなどの対応をとる。しかし、それらも記述しなければならない事項であることを知らない生徒もいると思われる。

図形の論証問題であれば、命題に対する証明をどう記述すればいいかが指導される。一方、日常場面をもとにした問題に対しては一定の書式があるわけではなく、問題にそくして判断する必要もある。問題が日常的な場面に近づけば近づくほど、説明も「日常的」になる可能性がある。関数のグラフの読み取りに加え、説明の記述は生徒にとって困難な問題となっている。

そこで、中学校第2学年で扱われる1次関数の学習を終えた生徒を対象とし、説明の記述に関する一連の練習問題を開発することとした。練習問題はドリルの時間などで簡便に用いるために、10分程度の時間で解答できるようにした。練習問題は主としてものの移動時間と距離に関するグラフをもとに判断と説明を求めるものであり、解答後は解答例を見て自己採点を行わせた。さらにその後、約半数の生徒には自己評価にも回答を求めた。

そのために、次の2つの調査を実施した。これら2つの調査を、ここでは「問題の難易度調

査（難易度調査）」、「練習問題の開発調査（開発調査）」ということにする。問題の難易度調査は、練習問題の開発調査で用いる問題の難易の程度をみることを目的としたものであり、開発調査の予備調査として実施したものである。開発調査では、表現力を育成するための練習問題を自己評価と組み合わせて実施し、問題への解答（説明）について自己評価が有効であったかどうか、及び練習の実施が有効であったかどうかを検討するとともに、難易度調査も含め、記述内容を検討することによって授業への示唆を得ることをも目的としている。以下では、これらの調査の概要を示し、調査結果を報告する。

## 2 問題の難易度調査

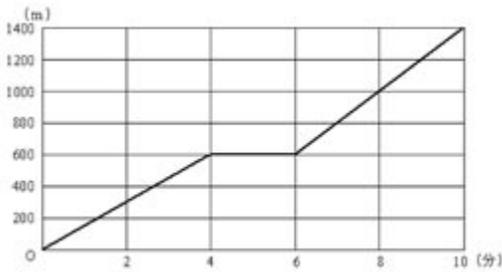
### 2.1 調査の目的と方法

この調査は練習問題の開発調査で用いる2題の問題の難易度が同等であるかどうかを検査することを目的としたものであり、香川県下の公立P中学校2年生3学級101名を対象とし、2008年12月に実施した。難易の程度を比較する2題の問題を、ここでは「電車問題」、「徒歩問題」ということにする。共に進んだ時間と距離を表したグラフを示し、必要な数値などをグラフから読み取って指定された区間の速さを比べる問題であり、図1は、2つの問題を示したものである。なお、徒歩問題は平成19年度全国学力学習状況調査B問題⑥で用いられた問題を、傾きが負の部分を削除し、距離は等しいが要した時間の違いで比較できるように改題したものである。また、電車問題は徒歩問題に合わせて停止時間を含んだものとし、進んだ時間は同じだが距離の違いで比較できるようにしたものである。

---

#### 【電車問題】

電車がA駅を出発し、1400m離れたC駅に向かいました。途中のB駅で2分間停車しました。下のグラフは、電車がA駅を出発してからC駅に到着するまでの時間と、進んだ道のりの関係を表したものです。

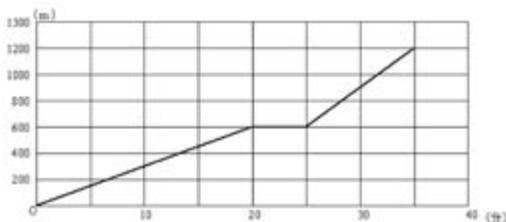


電車がA駅からB駅まで進んだ速さと、B駅からC駅まで進んだ速さとは、どちらが速かったですか。下のア、イの中から1つ選び○で囲みなさい。また、選んだ理由を説明しなさい。

[ア A駅からB駅まで、イ B駅からC駅まで]  
[説明の記述欄：省略]

#### [徒歩問題]

秋子さんは、家から1200m離れた図書館に本を借りに行きました。途中の公園で友達に会い、しばらく話をしてから図書館に行きました。下のグラフは、秋子さんが家を出てからの時間と、進んだ道のりの関係を表したものです。



家から公園まで行ったときの速さと、公園から図書館まで行ったときの速さとは、どちらが速かったですか。下のア、イの中から1つ選び○で囲みなさい。また、選んだ理由を説明しなさい。

[ア 家から公園まで、イ 公園から図書館まで]  
[説明の記述欄：省略]

図1 電車問題と徒歩問題

この2つの問題の難易の程度を検討するために、公立P中学校2年生3学級の生徒を対象として調査を行った。このとき、問題への解答の順序が解答に影響を与えることも想定される。そこで、電車問題に先に解答し電車問題の問題紙を回収後に配布された徒歩問題に解答する生徒群と、徒歩問題に先に解答し回収後に配布された電車問題に解答する生徒群に分けて調査を実施した。[電車問題→徒歩問題]と解答した生徒群を「電車問題先行群」、[徒歩問題→電車

問題]と解答した生徒群を「徒歩問題先行群」ということにする。3学級の生徒は、1学級の生徒は電車問題先行群、他の1学級の生徒は徒歩問題先行群とし、もう1学級の生徒の半数は電車問題先行群、残りの半数は徒歩問題先行群とした。電車問題先行群は53名、徒歩問題先行群は48名であった。

調査の実施はP校の数学科教員に依頼し、数学の授業時に学級単位で実施してもらった。調査時間は1つの問題に要する時間を10分程度と考えていた。なお、調査の目的や実施要領については、調査を実施してもらうP中学校の数学科教員に事前に十分に説明を行った。また、問題の解説を記載したプリントを作成し、調査終了後に生徒に配布してもらった。

## 2.2 調査結果

それぞれの問題は、選択回答を求める設問と選択理由の説明の記述を求める設問から構成されていた。また、説明の記述については、以下の評価基準を設けた。

点数	「説明」の要点と説明の記述例（電車問題）
4	3点の記述に加え「よって、イの方が速い」など、問題に対する結論が明記されている。
3	量的説明は十分だが、結論の記述がない（アを選択したものは結論のみ違う）。 ・1分間にアは150m、イは200m進んでいる。 ・4分間にアは600m、イは800m進んでいる。 ・傾きがアは150、イは200となる。 ・速さがアは $600 \div 4 = 150$ (m/分)、イは $800 \div 4 = 200$ (m/分)。
2	量的説明が不十分である（計算間違い、数値のよみ間違い、単位がない、単位の間違い、数値の説明がない）。 ・A～Bは4分で600mしか進んでいないけど、B～Cは800から1400m。 ・B～Cは分速200mだが、A～Bは分速200mではない。 ・A～Bは600m、4分、B～Cは1200m、4分。

1	<p>質的説明のみで数値の記述がない</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・傾きが急だ（大きい）から。</li> <li>・時間は同じだが、進んだ道のりがB～Cが進んでいる。</li> <li>・短時間で遠くまで進んでいる</li> </ul> <p>量的説明はあるが、意味が理解されていない。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・アは4分で600m, イは6分で800m（停止していた場面を含んで考えている）。</li> <li>・A～Bは600m, B～Cは800m。</li> <li>・A～Bは<math>600 \div 4</math>, B～Cは<math>1000 \div 8</math>, <math>600 \div 6</math>, など（原点から傾きを読んでいる）。</li> </ul>
0	<p>白紙</p> <p>日本語での記述が意味不明 未完成</p> <p>記述が不十分</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・道のりがA～Bの方が少ない</li> </ul> <p>数学的な根拠が示されていない</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・見た感じ, 速そうだから</li> <li>・グラフが急だから</li> <li>・坂がA～Bはあまり急じゃないけどB～Cは急だから</li> <li>・2分間停止しているから余裕がある</li> <li>・停止しているから遅くなる, など。</li> </ul>

以下では、問題の解答順序、難易の程度を検討する。

### 2.2.1 問題の解答順序の検討

電車問題先行群は先ず電車問題に解答し、ついで徒歩問題に解答した。徒歩問題先行群は、その逆の順に解答した。このような解答の順序が選択解答や説明の記述に影響を及ぼしたであろうか。先ず、このことを検討する。

#### (1) 選択解答

表1, 表2は、それぞれ電車問題, 徒歩問題の選択解答を求めた設問の結果を表したものである。

これらの結果についてカイ2乗検定を行ったところ、何れも有意差は見られなかった（電車問題： $\chi^2(1) = 2.34$ , ns, 徒歩問題： $\chi^2(1) = 0.80$ , ns）。

表1 電車問題の選択肢

	アを選択	イを選択	合計
電車問題	17	36	53
先行群	32.1%	67.9%	100%
徒歩問題	9	39	48
先行群	18.8%	81.3%	100%

表2 徒歩問題の選択肢

	アを選択	イを選択	合計
電車問題	6	47	53
先行群	11.3%	88.7%	100%
徒歩問題	3	45	48
先行群	6.3%	93.8%	100%

#### (2) 「説明」の記述

「説明」は先に示した評価基準に従い、電車問題, 徒歩問題の説明のそれぞれについて各群の点数の平均値を求めた。図2は、その結果を表したものである。図2で「全体」は、2群を合わせた全体の各問題の点数の平均値を表している。

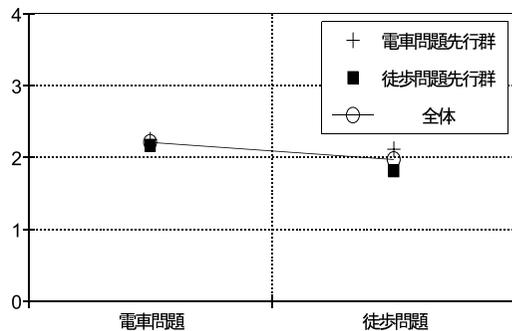


図2 電車問題・徒歩問題の「説明」の結果

この結果について、電車問題, 徒歩問題ごとに群間の差異の有無をt検定によって検討した。その結果、電車問題の説明 ( $t(99) = 0.24$ ), 徒歩問題の説明 ( $t(99) = 0.97$ ) 共に2群間に有意差はみられなかった。

(1) (2) から、問題の提示順序は選択回答や説明の記述に影響を及ぼさなかったと見なすことにする。

### 2.2.2 問題の難易度の検討

徒歩問題と電車問題では、難易度に差異があったらうか。このことをみるために、2つの群を合わせて、それぞれの問題の選択解答及び説明の記述（点数の平均値）の間に差異があるかどうかを検討する。表3は、電車問題、徒歩問題での選択解答を表したものであり、徒歩問題の方が正答である「イ」の選択回答が有意に多い（ $\chi^2(1) = 9.99, p < .01$ ）。

表3 電車問題・徒歩問題の選択解答

	「ア」	「イ」	計
電車問題	26 25.7%	75 74.3%	101 100%
徒歩問題	9 8.9%	92 91.1%	101 100%

図2に示した「全体」について電車問題と徒歩問題の「説明」に関する点数平均値のt検定を行ったところ、有意差がみられた（ $t(100) = 2.06, p < .05$ ）。「説明」については、電車問題の方が徒歩問題よりも有意に点数が高い。2つの問題を比較すると、電車問題では選択解答については適切でない選択を行ったものが有意に多いが、「説明」については有意に平均値が高いということになる。

### 2.3 問題の検討

選択解答を求めた設問では、徒歩問題の方が正答率が高かった。選択解答の正答率は表3に示したが、2つの問題の内、電車問題のみが正答であった生徒は4名（3.9%）であったのに対して、徒歩問題のみが正答であったものは20名（19.8%）であった。これは徒歩問題の方が、示されたグラフから比較する2つの区間の傾きの違いを視覚的に捉えやすいことによるものと思われる。選択解答で正答したが説明の記述では十分ではなかった0～2点のものは、電車問題では24名（23.8%）であり、その内無記入のものは5名であったが、徒歩問題では説明に不足があったものは47名（46.5%）で、その内無

記入のものは8名であった。このことから、グラフを見ることで選択解答では正答が得られても、それは数学的な理解や根拠に基づいたものではないか、あるいは視覚的判断を数学的な根拠に結びつけて表現できないことが推測される。

ところで、速さの異なりを説明するには、各区間について一定の時間に進んだ距離、あるいは一定の距離を進むのにかかった時間を求め、区間ごとの数値の大小をもとにどちらが速いかを判断し記述する必要がある（「区間量による説明」）。特に上記の「一定」を単位量とすれば速度（m/分）あるいは直線の傾き、あるいは速度の逆内包量（分/m）が得られる（「1当たり量による説明」）。本調査で計算結果をもとに適切に説明したものは、1あたり量や区間量に基づいて説明を記述していた。

2つの問題の「説明」について、先に述べた評価基準が3～4点であった58名の記述をみると、1当たり量によって説明しようとしたものは26名（44.8%）、区間量をもとに説明しようとしたものは30名（51.7%）であり、他2名は問題によって説明方法が異なっていた。電車問題では比較する区間の時間が等しいことから区間量での説明が多いことも推測されたが、同じ方略を用いている生徒が多くみられた。

2つの問題の少なくとも一方について、「グラフが急だから」「傾きが急だから」などと記述し数値に基づく根拠を示していない生徒が13.7%みられた。授業で生徒からそのような発言がなされた場合、授業者は発言を肯定的に捉えた上で「急であることを確かめるにはどうすればいいか」などの発問によって計算の段階へと進めていく。しかし、説明の記述が求められた場合は、数値による根拠を示さなければならないことを生徒に理解させる必要がある。

図3は、電車問題と徒歩問題の「説明」についての点数分布を表したものである。グラフの横軸は評価基準に示した点数を、縦軸は101人に対する各点数と判定された人数の割合を表している。

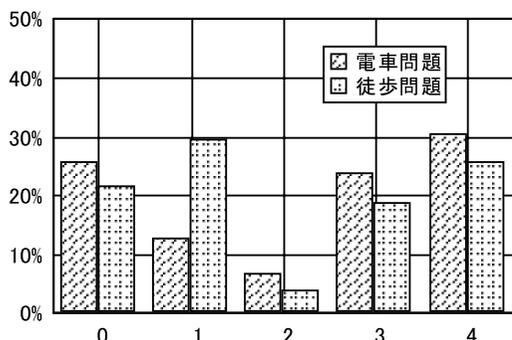


図3 電車問題・徒歩問題の「説明」の得点分布

徒歩問題で、量的な説明ができなかったために1点と判定されたものが比較的多く見られる。比較対象の区間が等しくないため、比較するには何らかの計算が必要になるが、それをうまく遂行できなかったものと思われる。また、徒歩問題では、「公園から図書館まで」の区間のx軸の数値が「家から公園まで」の区間に比べ読み取りにくい。このようなことから、説明の記述を求める場合は電車問題の方がより容易であったと考えられる。

なお、電車問題、徒歩問題ともに、「説明」の記述で、グラフのx軸に平行な部分の時間を含めている生徒が、それぞれ1割前後みられた。今後の数学の指導では、問題文をもとにどのように具体的な場面の理解を促すが課題となろう。

### 3 練習問題の開発調査

県下の公立Q中学校の第2学年4学級の生徒を対象とし、説明の記述力を伸張する練習問題を開発しその効果を検討することを主な目的として2009年に調査を行った。その際、解答に対する自己評価活動を促す設問項目も併せて検討するようにした。以下では、練習問題を例示するとともに、その効果を見ることを目的として実施した調査の問題と方法及び結果について報告し考察を加える。

表4は、調査と練習問題の実施時期を表したものである。

表4 調査・練習問題の実施時期

問題	内容	実施時期
事前調査	電車問題・基礎問題	1月上旬
練習問題 1～10	練習問題・自己採点、 及び自己評価	1月中旬 ～2月上旬
事後調査	徒歩問題	2月中旬
遅延調査	徒歩問題（遅延）	5月下旬

表4に示したように、学年末が近づいてきた1月末に事前調査を実施し、その後、Q中学校で実施されていた朝ドリルの時間を利用して10回の練習問題への取り組みを行わせた。練習問題に解答した後は、解答例を記載したプリントを配布し自己採点をさせた。このとき、プリントをみて自己採点を行う学級（2学級）と、自己採点を行いさらに自己評価カードに記入する学級（2学級）を設けた。以下に示す調査結果の分析では、事前調査、事後調査、遅延調査の3つに参加し、かつ10回の練習問題の内の5回以上に参加した生徒を分析対象とした。分析対象の生徒数は、自己採点のみを行ったもの53名、自己採点しかつ自己評価を行ったもの58名であった。前者の生徒を自己採点群、後者の生徒を自己評価群ということにする。以下では表4に示した調査や練習問題について、概要を報告する。

#### 3.1 事前調査

##### 3.1.1 事前調査問題

自己採点群と自己評価群に差異がないかどうかを確かめることを目的として、事前調査を実施した。事前調査では、後述する1次関数に関する基礎的な問題（この問題を「基礎問題」という）及び「説明」の記述が容易であった電車問題を問題として用いた。生徒に解答させる際には、先ず電車問題に先に解答させ、それを回収後に基礎問題に解答させるようにした。図4は、基礎問題を表したものである。

1 次の ( ) にあてはまる数や式を書き入れなさい。

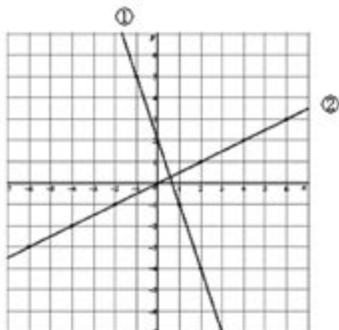
- (1) 1次関数  $y = 2x + 1$  で、傾きは ( ), 切片は ( ) である。  
 (2) 1次関数  $y = -3x + 5$  で、 $x = 1$  のときの  $y$  の値は ( ) である。また、 $y = 8$  のときの  $x$  の値は ( ) である。  
 (3) 点  $(1, -2)$  を通り、傾きが2の直線の式は ( ) である。

2 次の1次関数のグラフをかきなさい。

- ①  $y = 2x + 1$   
 ②  $y = \frac{2}{3}x - 2$

(解答欄 (グラフ用紙) は略)

3 右の図の①②の直線の式を求めなさい。



(解答欄は略)

図4 基礎問題

### 3.1.2 事前調査の結果

事前調査の基礎問題については正答に1点を与え(満点は9点)、平均値(SD)を算出した。事前調査では電車問題を取り上げたが、その選択解答について検討したところ、群間に有意差はみられなかった( $\chi^2(1) = 0.04$ ; 表5)。

表5 電車問題選択解答

	「ア」	「イ」	合計
自己採点群	8	45	53
自己評価群	8	50	58

電車問題の「説明」については、先に示し

た評価基準に従って採点し、群ごとに平均値(SD)を求めた。基礎問題及び電車問題の説明の記述の結果についてt検定を行ったところ、何れも有意差はみられなかった(表6)。

表6 基礎問題・電車問題(説明)の結果

	基礎問題		電車問題(説明)	
	自己採点群	自己評価群	自己採点群	自己評価群
平均値(SD)	6.87(2.70)	7.21(2.16)	2.38(1.66)	2.16(1.60)
t検定	t(109) = 0.74		t(109) = 0.72	

基礎問題の全体の平均値は7.05であった。そこで、基礎問題の点数が8点または9点のものを上位群、それ以外のものを下位群とし、この2群と電車問題の説明の記述の点数とのクロス集計を行った。表7は、その人数分布を表したものである。

表7 群別・説明点数別の人数分布

説明点数	0	1	2	3	4	合計
下位群	20*	7	3	7	8*	45
上位群	5*	12	6	11	32*	66
合計	25	19	9	18	40	111

この表についてカイ2乗検定を行ったところ、有意差がみられた( $\chi^2(4) = 23.47$ ,  $p < .01$ ; 表内の\*印は残差分析の結果を表す( $p < .05$ ))。基礎問題の点数が平均値以上であっても説明を十分に記述しているとは限らず、逆に基礎問題の点数が下位であるからといって説明が十分に記述できないというわけではない。しかし、概して基礎問題に十分に解答できなければ説明の記述も十分ではないことが示唆される。

### 3.2 練習問題の実施

練習問題への取り組みはQ中学校で行われていた朝ドリルの時間を利用し、実施はQ中学校第2学年の学級担任に依頼した。練習問題の解答に要した時間は5分程度であった。先に述べ

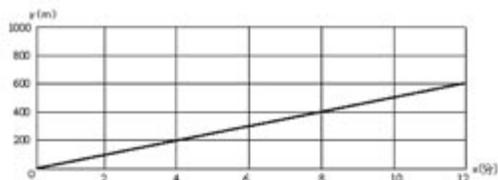
たように各回の練習問題への解答後、自己採点群の生徒は解答例のプリントをみて自己採点を行うのみであった。自己評価群の生徒は自己採点后、自己評価カードに記入させるようにした。なお、Q中学校教員による練習問題に関する指導は一切行われなかった。以下では、練習問題の例、及び自己評価カードを示す。

### 3.2.1 練習問題

練習問題で取り上げた問題は、電車問題や徒歩問題と同様、グラフを読み説明を記述させる問題であった。図5は、第1回、第4回、第6回及び最終回である第10回の練習問題を示したものである（解答欄は略）。多くは速さに関する問題であるが、第4、5回には温度の問題を、第7回には携帯電話の使用料金を扱う問題を取り上げた（速さの問題以外の例として、図5には第4回の練習問題を示した）。

#### 第1回（ドリル①）

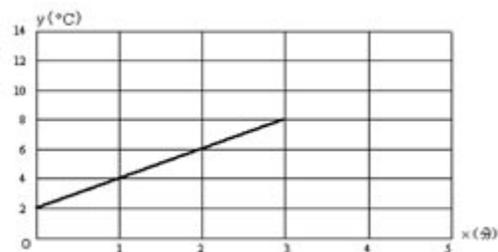
冬子さんは、家を出て600m離れた学校まで行きました。下のグラフは、冬子さんが家を出てからの時間  $x$  分と、その道のり  $y$  m の関係を表したものです。



冬子さんの歩く速さを求めなさい。また、そう考えた理由を説明しなさい。

#### 第4回（ドリル④）

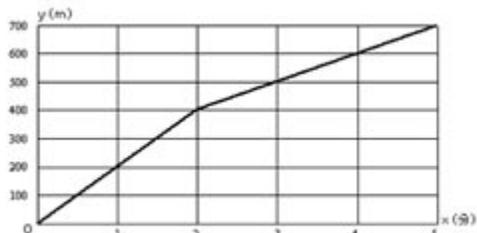
室温  $2^{\circ}\text{C}$  の部屋に暖房を入れました。下のグラフは、暖房を入れてからの時間  $x$  分と、その部屋の温度  $y^{\circ}\text{C}$  の関係について、暖房を入れてから3分後までの範囲で表したものです。



部屋の温度が  $14^{\circ}\text{C}$  になるのは、暖房を始めて何分後ですか。そう考えた理由も説明しなさい。ただし、温度上昇は室温が  $20^{\circ}\text{C}$  になるまで一定の割合で高くなるとします。

#### 第6回（ドリル⑥）

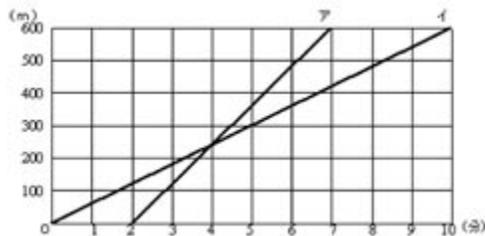
太郎さんは家を出て、700m離れた公園に向かいました。家を出発して2分後に次郎さんに会い、一緒に公園まで行きました。下のグラフは、太郎さんが家を出てからの時間  $x$  分と、その道のり  $y$  m の関係を表したものです。



太郎さんが、家を出てから次郎さんに会うまでの速さと、次郎さんに会ってから公園まで行ったときの速さについて考えました。下のア、イ、ウの中から正しいと思うものを1つ選び○で囲みなさい。また、選んだ理由を説明しなさい。[ア 家から次郎さんに会うまでの速さの方が速い、イ 次郎さんに会ってから公園までの速さの方が速い、ウ どちらも同じ速さである]

#### 第10回（ドリル⑩）

弟は家を出発し、歩いて600m離れた駅に向かいました。兄は、弟より何分か遅れて家を出発し、弟と同じ道を自転車で駅に向かいました。下のグラフは、2人が家を出発してからの時間と、進んだ道のりの関係を表したものです。



兄が家から駅へ進んだ様子を表しているのは、グラフのア、イのどちらでしょうか。また、兄が弟に追いつくのは、家から何m進んだ地点ですか。そう考えた理由も説明しなさい。

図5 練習問題

上に例示したように、練習問題は具体的な場面を表す1次元のグラフから2量の関係を読み取る問題について、徐々に複合的な関係を扱うように配列した。

### 3.2.2 解答例の配付

各回について練習問題への解答が終了した後、A4用紙に印刷した解答例を配付し自己採点をさせた。次に示したものは、第1回の練習問題の解答例の骨子である。実際に配付したものは、吹き出しやイラストを入れ注意する箇所などを強調するようにした。

#### 解答【ドリル①】

<たりない部分やまちがった所を直しておこう>  
冬子さんの歩く速さは分速(50)mである。

##### 【説明】例

ランクA(次の①～③のいずれかが書けている)

- ① 冬子さんは4分で200m進んでいるので、1分では50mになる。よって分速50mとなる。
- ② 直線の傾きを求めると $200 \div 4 = 50$ となり、傾きは進む速さを表しているので分速50mとなる。
- ③  $200 \div 4 = 50$  ( $400 \div 8 = 50$ ,  $600 \div 12 = 50$ でもよい)より分速50mとなる。

図形の証明と同じで結論まできちんと書けたら完璧だね!読む人が分かるように、くわしく書く習慣を身に付けようね。次もランクA頑張て!!

#### ランクB

<不確かな数値は使わないでね>

- ・2分でおおよそ100mなので、1分では50m。だから分速50mである。
- ・ $200 \div 4 = 50$  ( $400 \div 8 = 50$ ,  $600 \div 12 = 50$ )

次はランクAになれるように、何が足りないかよ〜く見比べてみよう。式だけでは読む人は分からないよ!結論は必ず書こうね。

### 3.2.3 自己評価カード

自己評価カードは、次に示すような項目をA4用紙に印刷したもので、10回の練習問題を通して同一のものを使用した(氏名欄、記述欄は略)。

#### 自己評価カード

☆チェックしてみよう!近いと思うものの□の中にレ印をつけよう。

- ① グラフが示す意味を、問題文から読み取ることができましたか。
  - よくわかった
  - だいたいわかった
  - あまりわからなかった
  - 全くわからなかった
- ② 選ぶ問題について正しく答えられましたか。
  - 正しく選ぶことができた
  - 間違っていた
- ③ 理由の説明について正しく説明できましたか。
  - 正しく説明できた→どこに気をつけたので正しく説明できましたか。
  - 不足しているところがあった→これからどこに気をつければいいでしょうか。
  - 間違っただけで説明した→これからはどこに気をつければいいでしょうか。
- ④ 数値や計算式など、説明の根拠を示して説明を書くことができましたか。
  - 数値や計算式を書いて説明した
  - 数値や計算式を書かずに説明した

特に③の項目については「→」の印の後に記述欄を設け、説明の正誤にかかわらず「気をつけたところ」や「気をつけなければいいところ」を記述させるようにした。

### 3.3 事後調査と遅延調査

#### 3.3.1 事後調査と遅延調査の問題

事後調査には徒歩問題を用い、朝ドリルの一環として実施した。さらに期間をおいて遅延調査を実施した。遅延調査問題は、徒歩問題の「図書館」を「駅」とした他は、文言や数値は同一のものを用いた。なお、遅延調査を実施した際には、学校では生徒は第3学年の「式と計算」領域の内容を学習しており、関数に関する事項は扱われていなかった。遅延調査で用いた問題を「徒歩問題(遅延)」という。遅延調査の実施は、各学級担任に依頼した。

#### 3.3.2 事後調査と遅延調査の結果

表8は、事後調査(徒歩問題)及び遅延調査

(徒歩問題 (遅延)) の群別の選択解答の結果を表したものである。

表 8 事後調査・遅延調査の選択解答の結果

	事後調査		遅延調査	
	「ア」	「イ」	「ア」	「イ」
自己採点群	3	50	2	51
自己評価群	3	55	0	58

この結果について調査ごとに直接確率法によって検定を行ったところ、事後調査、遅延調査共に群間に有意差はみられなかった(事後調査:  $p = 1.00$ , 遅延調査:  $p = 0.23$ )。図 6 は、事前調査(電車問題)を含め、それぞれの「説明」の群別平均値を表したものである。

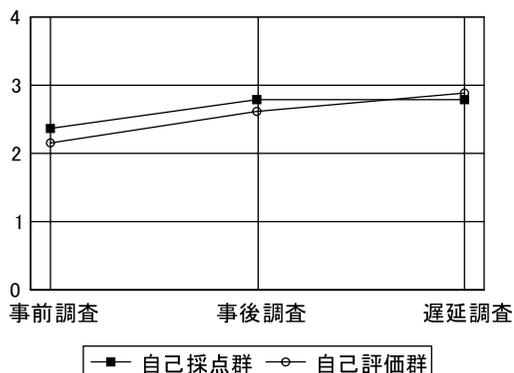


図 6 各調査の「説明」の点数平均値

この結果について、群(自己採点群、自己評価群)×調査(事前調査、事後調査、遅延調査)の2要因の分散分析を行ったところ、調査の主効果( $F(2,218) = 9.40$ ,  $p < .01$ )が有意であり、LSD法によって多重比較を行ったところ、事前調査と事後調査間、事前調査と遅延調査間でそれぞれ有意差がみられた( $p < .05$ )。それ以外に、有意差はみられなかった。このことから、練習問題への取り組みの結果、生徒の説明する力が伸張したことが分かる。一方、自己評価の効果はみられなかった。

## 4 考察

練習問題の開発調査では、自己採点に加え自己評価を行うことによる効果はみられなかったが、全体的に説明の記述に改善がみられた。また遅延調査にみられたように、その効果はその後も持続していると考えられる。これらの結果をもとに、このような練習問題に取り組ませる際の改善点を含め検討する。

### (1) 説明の記述について

説明の記述を求められたとき、何をどこまで書けばいいかを判断することは難しい。先にも述べたように、授業場面であれば、生徒が不完全な発言をしたとしても他の生徒が補足したり授業者が不完全であることを指摘し補足を求めたりする。それによって、個々の生徒の発言や説明は不完全であっても、学級全体としてはまとまりのある説明が得られる。しかし、不完全な説明を行った生徒やそれを聞いていた生徒は、その発言が否定されたわけではないので、説明としては不完全であったことが分かったとしても、それが受け入れられない発言であったとは思わず不完全な説明は改良が加えられないまま保持され、それが問題に解答する際に表出されていることも推測される。個々の生徒の問題解決やその説明、個々の生徒の思考力や表現力と学級全体での協同的な問題解決とを、授業や家庭学習を通してどのように統合していくか、十分に検討しなければならない。

### (2) 基礎的な数学的知識技能の習得と活用

今回の一連の練習問題への取り組みで数学的内容の理解や記述の内容・方法に関しては、生徒は解答例をみて自己採点をする(自己評価群では、引き続いて自己評価を行う)のみであり、Q中学校教員による指導は行っていない。そのために、グラフの読み取り方や計算方法に十分に習熟していなかった生徒は、解答例をみても、どこをどのように改善すればいいかが分からなかった可能性がある。実際、事前調査及び事後調査がともに0点であった生徒は全体で10

名(8.7%)、事前調査が0点で事後調査が1点であったものは9名(7.8%)みられた。一方、事後調査が0点で事前調査が1点以上であったものはみられなかった。説明が無記入の生徒や「見た感じ」などと記入している生徒に対しては、このような問題に解答するのに必要な基礎的な数学的知識や技能を保持しているか、基礎的な数学的知識や技能を保持しているとすれば、それを活用して問題の説明が記述できないのはなぜかを、個にそくして見取るとともに、それに応じた個別指導を行う必要がある。

### (3) 問題文の読み取り

問題の難易度調査でも練習問題の開発調査でも、徒歩問題の「公園から図書館まで」、電車問題の「B駅からC駅まで」を、それぞれ「公園に着いてから図書館に着くまで」、「B駅に着いてからC駅に着くまで」と判断したと推測される記述がみられた。本問の原型である全国学力学習状況調査では、公園で友達としばらく話しをした後で図書館に向かったという場面になっており、「家から公園まで行ったときの速さと、公園から図書館まで行ったときの速さとは」どちらが速かったかが問われている。いうまでもなく、この場合の後者も「公園を出発してから図書館に到着するまで」を意味するものとして正答が作成されている。そうすると、グラフから必要な数値を読み取り計算できるなどの基礎的な数学的知識技能とともに、複雑で現実的な問題場面を表す問題文から、その文脈を考慮し問題解決に必要な情報を取り出すなどによって問題文を正しく読み取ることができる力を育てていく必要がある。この点については、数学科だけではなく他の教科なども含めた取り組みが必要である。

### (4) 自己評価のあり方

自己評価を行うことによる効果は、本稿で報告した取り組みではみられなかった。説明の適切性を自己評価するようにしたのであるが、自分の説明の記述と自己採点のための解答例とを比べることによって、不足しているところなど

を見つけること自体が困難な課題であったことも想定される。計算結果が正しかったかどうかは数値を見ることで判断できるが、説明の記述については、他の生徒や教師による指摘なども必要であろう。一方、自己採点のために配布した解答例では正答例を「ランクA」、不足していたり間違ったりした解答例を「ランクB」として表していた。このようなランクの明確化が自己評価の役割を果たし、そのために自己採点群と自己評価群の差異が明確に現れなかったことも推測される。

自分自身の理解の様子を自己評価し次の活動に改善を加えることができるようにすることは数学だけではなく教育全般の重要な課題であり、この点も視野に入れて自己評価のあり方について検討する必要がある。それには、早期から数学的な説明を記述させる活動を継続して取り入れるとともに、それに対する自己評価活動の充実が必要である。それに要する時間をどこでどのように確保するかが課題となるが、家庭学習の充実などとも関連させた取り組みが求められるところである。

今回実施した朝ドリルの時間を利用しての練習問題への取り組みは、説明の記述について効果がみられた。その効果をさらに伸張するには、数学の基礎的内容の理解を深めるとともに、問題文の読み取り、説明の記述、自己評価の方法や観点についての指導のあり方をさらに検討する必要がある。また、練習問題で何をどのように扱うかも検討課題である。これらの点については、今後も実践的に検討を加え、数学的内容と指導方法両面からの改善を試みたい。

### 参考文献

国立教育政策研究所監訳(2007)「PISA2006 調査評価の枠組み」ぎょうせい

\*以下は、国立教育政策研究所のホームページを参照した。

「平成19年度全国学力・学習状況調査の調査問題について」(2007.4.26)

「平成19年度全国学力・学習状況調査の解説資料につ

いて」(2007.4.26)

「平成20年度全国学力・学習状況調査の調査問題について」(2008.4.23)

「平成20年度全国学力・学習状況調査の解説資料について」(2008.4.23)

「平成21年度全国学力・学習状況調査の調査問題について」(2009.4.22)

「平成21年度全国学力・学習状況調査の解説資料について」(2009.4.22)

(本稿をまとめるに際して、第1執筆者は一部、科学研究費からの補助を得た。)