

事例研究：小学校第1学年算数科「求差」について

—求残への帰着を中心に—

長谷川 順一・高尾 明博*
(数学教育) (香川県教育センター)

760-8522 高松市幸町1-1 香川大学教育学部

*760-0004 高松市西宝町2-4-18 香川県教育センター

Case Studies on the Difference-Finding Problems in First Grade : How is the Difference-Finding Problem Reduced to Residue-Finding Subtraction?

Junichi Hasegawa and Akihiro Takao*

Faculty of Education, Kagawa University, 1-1 Saiwai-cho, Takamatsu 760-8522

**Kagawa Prefectural Education Center, 2-4-18 Saiho-cho, Takamatsu 760-0004*

要 旨 小学校第1学年の児童を対象として実施された2つの求差の授業事例を報告した。それらの授業事例は各3時間で実施されたものであり、求差の問題場面を求残に帰着させることによって、求残をもとに導入された引き算の式表現が求差の問題場面にも適用可能であることの理解を目的としたものであった。但し、2つの授業ではブロック操作の方法が異なっていた。そのような事例を報告し、求差の指導について考察を加えた。

キーワード 求差 求残 引き算 式表現 算数

1 はじめに

第1学年の算数では、10までの数を学習した後、加減法の基礎的概念と式表現及びその計算が扱われる。減法については、「7個のおにぎりの内、5個を食べました。残りは何個でしょう」のように、取り去った残りの数量を求める求残によって減法の式表現が導入され、次いで「子どもが7人います。男の子は4人です。女の子は何人でしょう」のような、全体に対する補集合の数量を求める求補(求部分)が扱われ、最後に2つの対象の数量の差を求める求差が扱われる。「男の子が6人、女の子が4人います。

男の子は女の子より何人多いでしょう」や「青い朝顔の花が8つ、赤い朝顔の花が5つ咲きました。青い朝顔の花は赤い朝顔の花よりいくつ多いでしょう」は、求差の典型的な問題例であるが、第1学年の最初に扱われる加減法の中で、求差は十分な理解を図るのが困難な素材である。以下では求差の構造及び指導上の問題点を示し、本稿で報告する授業事例の構想を述べる。

1.1 求差の問題の解決過程

求差の問題場面は、次の段階を経て求残に帰着させることで、求残の場面を通して導入され

た引き算の式で表現できることが示される。

- ①比較場面の提示：上記の「男の子と女の子の人数の差」や「青い朝顔と赤い朝顔の花の個数の差」のように、問題場面は2つの対象の数量の差を問う形で提示される。
- ②1対1対応：個数の多い方の集合の中に、個数の少ない集合と1対1対応がつく部分集合を作る。例えば、男の子と女の子の人数の差の問題の場合、男の子と女の子が手をつなぐことによって、男の子の集合の部分集合として女の子と手をつないだ男の子の集合を作る。
- ③求残への帰着：個数の多い集合から、個数の少ない集合と1対1対応がついた部分集合を除去する。上の例であれば、男の子の集合から、女の子と手をつないだ男の子の集合を除去する。これによって求差の問題場面が求残に帰着され、求残をもとに導入された引き算の式表現によって求差の問題場面が表現される。

1.2 求差の指導に関する問題

上に述べた一連の過程を児童が理解するには、②の1対1対応づけの必要性や③の求残への帰着が自然に発想できる意味内容が最初の問題場面に含まれている必要がある。しかし、男の子と女の子の人数の差や青い朝顔と赤い朝顔の花の個数の差の問題には、児童にそのような発想を促す契機は含まれていない。そのため児童は、答えは分かるが、どのような演算で表せばいいか、引き算で表すにしても、なぜその場面が引き算で表現できるかが理解できないのである。以下では、そのような事例を示す。

「学校の庭で朝顔の花が5つ咲きました。先生の家の庭では朝顔の花が2つ咲きました。違いはいくつでしょう」の問題について、授業者はブロックで表すよう促した。それに対して、答えは「3つ」、「5引く2は3だから」との発言があり、授業者が説明を求めると、児童から次のような発言がなされた。

C：家にあった朝顔を2つ持ってきたので、2つ取る。

C：先生の家庭に2つあって、学校には2つあって（2個のブロックを対応させる）、残りは3つ。

C：学校には花が5つあって、2つが枯れたから、のける。

C：学校の庭には花が5つあったけど2つ散って、先生の庭の花も2つ散ったので、3つ。

C：学校の花2つと先生の庭の花2つが枯れたので、花は3つ。――

児童は、求差を学習する以前には求残の場面を通して「引き算」を学習している。つまり、全体から部分を取り去り残りの数量を求めるという場面を表す式として、引き算を学習している。一方、朝顔の花の個数の差の問題場面には、除去するという意味は含まれていない。しかし児童は、問題場面から「ちがひ」の数量は分かっており、5から2を引けば3になることやその式表現も知っている。そこで、花の個数の差の問題場面に対しても「 $5 - 2 = 3$ 」と立式するが、なぜ引き算になるのかと問われると、既知の引き算になるように最初の問題場面に修正を加えている。また、2つの花を対応づけて「枯れた」「散った」とすることで、対応づけができた2組のブロックを除去する根拠を示そうとしているようでもある（Hasegawa, 2002）。

求差の指導では、ブロック操作の困難さも問題となる。それまでに学習している足し算や引き算（求残、求補）については、問題場面をブロックなどの教具で表現し、教具の操作をもとに式表現が導入される。求残の場合、例えば「7個のおにぎりの内、5個を食べました。残りは何個でしょう」であれば、7個のブロックから5個を除去する操作をし、それを「 $7 - 5 = 2$ 」と表すとして式表現が導入される。

求差の場合、例えば先に述べた男の子と女の子の人数の差の問題であれば、男の子の集合と女の子の集合間で1対1対応をつけ、対応がついたブロックのペアを除去する操作が行われることがある（図1）。

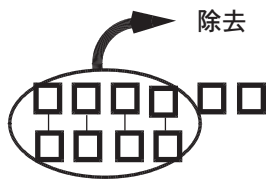


図1 対応のついたブロックをペアで除去

それを式によって表現すれば「 $6 - 4 = 2$ 」ではなく、「 $10 - 8 = 2$ 」となる。現在用いられている算数教科書を見ると、1対1対応をつけた後は、数の大きい集合を表すブロックから、その内の1対1対応のついたブロックを除去する図を示しているものがある。しかし、なぜ1対1対応をつけるのか、なぜ1対1対応のついたブロックを除去するのか、それらの理由を問題場面から読み取ることは困難である。

求差の第1時に扱われる問題に対しては、1対1対応をつけることや求残への帰着を児童が発想し得る問題場면을構成することが必要である。このとき、求差への導入から朝顔の花の個数の差のような求差の典型的な問題への問題の配列も検討課題になる。その中で、ブロック操作の方法についても検討する必要がある。

1.3 授業の構想

求差の授業について、本稿では以下の点を考慮した。

- ①求差への導入問題
- ②導入以降の展開
- ③ブロックでの表現

求差への導入問題は、長谷川(1990)、香川県算数教育研究会(2005)を参考に学生が作成したものである(学生が作成した経緯については後述する)。前者は、求差を扱った教育実習生の授業を報告したものであるが、その授業では「パンを食べた」という場面によって求残の復習が行われた後、「あんパン8個と豆パン2個ではどちらがどれだけ多いか」との問題が扱われた。問題が提示されると「あんパンの方が6個多い」との発言がなされたが、1対1対応

や求残への帰着に該当する考えは児童から発表されず、その時間内に求差の導入を終えることができなかった。

そこで、次時には問題場면을「9人の子どもがパン屋さんにクリームパンを買いにきたが、クリームパンは6個しかない。パンが買えない子どもは何人か」として、再度、求差が扱われた。この問題場面についても答え(3人)はすぐに発表されたが、足し算を含むいくつかの式表現が発表されるなど、正しい式はすぐには発表されなかった。授業後半になって、ある児童が黒板上に提示された子どもの絵にパン(の絵)を配り、パンをもらった子ども6人を子ども全体から除去するという考えを発表し、それをもとに、この問題場面も引き算で表せることが見いだされた。

後者(香川県算数教育研究会, 2005)は、7人の子どもが遊園地に遊びに行ったが、チケットが3枚しかない、遊園地に入れない子どもは何人かとの問題場面をもとに求差への導入を図ったものである。この事例では子どもとチケットの双方を色の異なるブロックで表し、ブロック間に1対1対応をつけることによって、求残への帰着を行ったものである。

前者の授業事例では、児童から「1個のパンを2人で分けたら全員がパンをもらえる」といった発言もみられたが、後者の事例では子どもにチケットを分配することで、「半分こ」といった発想は生じない。また、チケットを持っている子どもは遊園地に入場できるという場面によって、1対1対応や求残への帰着がより明確に示唆される。

Hudson(1983)は、保育園児、幼稚園児、小学校1年生を対象とし、鳥5羽、虫4匹を描いた絵をもとに、「鳥は虫よりいくつ多いか」と問う場合と「虫を捕まえられない鳥はいくつか」と問う場合の正答率を比較している(英語表現には助数詞がないことに留意)。その結果、後者の質問の方が正答率が格段に高かったという。先ほど紹介した授業事例では、「パンが買えない子どもの人数」や「遊園地に入れない子どもの数」が問われているが、このような問題

とすることで場面の意味理解が促されたと思われる。

但し、そのような問いは場面の意味理解を促すものではあったろうが、それが引き算の立式を促すものであるとは必ずしもいえない。実際、先に述べた長谷川（1990）が報告している事例では、第1時、第2時ともに、求差の問題場面が提示されると、児童からすぐに正しい答え（数値）が発表されたが、式表現については第1時では達成されなかった。「9人の子どもと6個のクリームパン」の例でいうなら、「クリームパン6個」を「子ども6人」に置き換えること、及び「9人から6人を除去する」ことの2点を発想することの困難さが窺える。それらの2点については、パン屋にパンを買いに行ったときに通常とられる行動である「パンを受け取る」や「パンを受け取ったらパン屋から出て行く」など、与えられた問題場面には記されていないが経験を通してよく知っている行動を問題解決の過程に持ち込むことで問題場面を補っていく必要がある。Hudsonの例であれば、「虫を捕まえた鳥は飛んでいく」などが考えられる。

これらの点を勘案し、以下で報告する第1事例の第1時は学生が指導案を作成し授業を実施した。その授業を引き継ぎ、同学級で第2執筆者が第2、3時の授業を行った。また、このときは、問題場面の意味を重視し、具体物の操作や動作での確認をもとに授業を展開した。

第2事例は、問題場面は一部を除き第1事例と同様のものが用いられたが、ブロック操作により重点をおいたところが第1事例と異なっていた。ブロック操作に重点をおいたのは、一般に小学校での算数の授業では、児童が加減法の立式を考え答えを得る際の有用な方法としてブロックでの表現と操作が強調されることを考慮したためである。常にブロックを用いなければならぬかどうかは演算や場面に応じて検討する必要があるが、小学校では特に加減法の導入時には必ずブロックを用いる必要があると受け止められているようにも思われる。そこで第2事例では、求差の指導を行う際のブロックの用

い方について検討するようにした。

2 授業事例

ここに紹介する授業は、香川大学教育学部附属高松小学校の第1学年2学級の児童を対象とし、2009年7月に実施されたものである。2学級の児童は、求残及び求補は既習であったが、求差は未習であった。

最初に報告する授業事例の第1時は、教育学部の3年次学生が授業を行った。学生は第1執筆者が教育学部で担当している教科教育関連の授業科目を受講しており、その授業科目の一環として受講生の代表者2名が教育学部附属小学校第1学年の児童を対象として授業を実施した（1時間の授業の前半と後半で授業者が交代し2名で1時間の授業を実施した）。授業者である学生は、それまでに小学校での授業を実施した経験はなかった（教育実習は9月に実施される）。指導案は、長谷川（1990）、香川県算数教育研究会（2005）を参考にして第1執筆者の指導のもとで学生が作成した。また授業方法の観点から、第2執筆者が事前指導に当たった。第2、3時は、先述したように、当該学級の担任であった第2執筆者が授業を実施した。このとき、第1時の授業を引き継ぎ操作活動の同等性・継続性を優先する方向で、授業を進めるようにした。第2事例は、第1執筆者が実施した。第1執筆者、第2執筆者は、授業を相互に観察し検討して授業を進めるようにした。

2.1 授業事例1

この授業事例は問題場面の具体的な意味理解に重点を置き、児童が操作活動を行ったり引き算の過程を動作で表現したりしたものである。

2.1.1 第1時：求差の導入

授業者は、遠足でおにぎりを7個持って行きお昼に5個を食べた、何個残っているかとの求残の問題を提示した。また、このような問題を考えるときはいつもブロックを使っているとの発言を児童から引き出し、ブロック操作を行う

よう促した。全員が机上でブロック操作を行い1人の児童が黒板上で提示用のブロックを操作して示した後、「食べた」といった場面ではブロックを除去する操作を行うことを、児童全員が手を動かす動作を行って確認した。また、授業者は児童にワークシートに式を書かせ、1人の児童には式を板書させた。その児童は「 $7 - 5 = 2$ 、2こ」と書き、他の児童が「おにぎりが最初7個あって5個食べたから、引き算です」と説明した。

次に授業者は、遠足ではお昼ご飯の後で動物園に行くという場面を設定し、「先生のお友達を紹介します」として子どもの顔を描いた絵を7枚、黒板に掲示した。次に動物園のチケットを手に持って示し何枚あるかを問うたところ、児童からは「4枚」「足りない」との発言がなされた。それをもとに授業者は、「どうぶつえんには入れないこどもはなんにんでしょう」との問題文を書いた用紙を示し、児童全員でそれを読みあげた。さらに子どもの顔の絵、及び「こどものにんずう□にん」、「にゅうじょうけん□まい」とかかれたワークシートを配布し、□に数値を記入させた。また、ワークシートに記されていた「どうぶつえんには入れないこどもはなんにんでしょう」の箇所を全員で読み、問われていることを確認した。その後、「子どもにチケットを配ったらいい」との児童の発言をもとに、ブロックをチケットに見立て、ワークシートの子どもの絵に各自がブロックを配るよう指示した。

問を取った後、児童に黒板上の子どもの絵にもブロックを配るよう求めたところ、2人の児童が前に出、1人の児童は1つおきに4個のブロックを置いて示し、もう1人の児童は子どもの絵の左から順にブロックを4個を置いて示した(図2)。

授業者は、両方とも4個のブロックを配っていること、チケットをもらえない子どもは3人であることを確認した上で、「はいれないうちこどものにんずうをもとめるしきをかんがえよう」と書かれた用紙を黒板上に貼って示し、ワークシートに式を書くよう促した。間をとつ



図2 ブロック(チケット)の分配

た後、発表を求めると、1人の児童が黒板に「 $7 - 4 = 3$ 、3こ」と板書し、「7引く4は3です」と発言した。以下は、それ以降の展開を示したものである。

T: 7引く4は3になった人?(多数が挙手する。)じゃ、みんなで7引く4は3はどんな数なのかを考えていきます。先ずこの7はどんな数だった?

C: 子どもの数です。

T: この4は何だった?

C: チケットです。

T: チケットと言ってくれました。ほかに、ない?じゃ、子どもからチケットって引けるのかな?引けると思う人?(半数弱が挙手)、引けないと思う人?(半数強が挙手)引けると思う人、説明してください。

C: 大きい数から小さい数を取ってという意味なんだけど…。7より4の方が小さいから7から4は引ける。

C: 子どもがチケットをもらう…。チケットが4枚あって、子どもに1枚ずつ配って…。

T: それじゃ、ここにチケットが4枚あります。これもらったらどうする?(入る——の声。)実際に動物園に入ってくれる人?(児童ら挙手、その中から7人が前に出る。用紙で作ったチケットを示しながら)どうする?(「配る」——の声。)配ります(4人に手渡す)。チケットをもらったらどうするか?(教室前方の右側に4人が移動す

る。)動物園に入れない子は何人? (「3人」
—の声。) 入った子は何人? (「4人」
—の声。) じゃこの4って何?

C: 動物園に入れた人数とチケットの数—。



図3 子どもの絵を移動

このような児童との対話をもとに子どもの顔を
かいた絵を黒板上で移動させた後(図3),
授業者は「 $7 - 4 = 3$ 」の数値の意味を再度,
問うていった。特に「4」については, 児童から
の「動物園に入った子どもの人数かチケット
の数です」の発言をもとに, 授業者は「この4
はチケットを持って動物園に入った子どもの人
数です」とまとめた。ここで授業終了の時刻と
なったので, 前時までは「飛んで行った」「食
べた」などの場面を引き算の式で表したが, 「チ
ケットをもった子どもが動物園に入ったとい
うときも引き算が使える」と説明し授業を終了
した。

2.1.2 第2時

第2時は学生の実施した授業を引き継ぎ, 第
2執筆者が授業を行った。素材には, ケーキの
個数とそれを置くお皿の枚数の差, 及びコッペ
パンの個数と給食用バター個数の差が取り上
げられた。

まず授業者は, 1個のケーキの絵を示し他に
何があるかを聞くことで児童から「お皿」の発
言を引き出し, ついでケーキ6個の絵と紙のお
皿8枚をランダムに黒板上に示し, 「ちがいは
いくつでしょう」との問題を板書した。また,
それぞれの数を確認した後, ワークシートを配
付し, ケーキの絵の上にブロックを置くよう
に指示し, ブロックをケーキに見立てケーキとお

皿の数の違いを説明できるかと問うていった。

問を取った後, 発表を求めると, 1人の児童
が黒板上に示されていたお皿にブロックを置い
て示した(この時点ではケーキの絵は取り外
されていた)。それをもとに「ちがいはいくつ
と, 「2個」「2枚」の両方の発言がなされたた
め, 授業者がどちらに賛成かを問うと, 前者は
少数であった。ついで説明を求めると, 「2個」
については説明ができなかったが, 「2枚」に
ついては「ケーキがあってお皿の数が合わない
から」との発言がなされた。それをもとに授業
者は, 答えは「2枚」とまとめた上で式表現を
問いワークシートに記入するよう促した。問を
取った後, 「みんなの式にはこのようなものが
あった」として, 「 $6 - 8 = 2$ 」「 $8 - 6 = 2$ 」
「 $6 + 8 = 2$ 」の3つの式を板書した。それ
に対して意見を求めると, 「6たす8は2じゃ
ないから間違っています」「ケーキが6個あ
ってお皿が8枚あって2枚余るから引き算」,
「(『 $6 - 8$ 』の)8の方が大きいから, 引け
ないから」「大きい数は引けないから」とい
った意見が出された。それらをもとに授業者
は, 「お皿が8枚, ケーキが乗っているお皿
が6枚, 8枚から6枚を取るから, 式は
 $8 - 6 = 2$ 」とまとめていった。

次に, パン7個とバター4個をかいた絵を示
し, 「パン1個にバター1個を付けようと思
うが, 違いはいくつですか」と問いかけた。
また, ワークシートにかかれたパンの絵のそ
れぞれにバターに見立てたブロックを置いて
みるよう促した。同時に, 黒板上に示され
たパンの絵についても, 1人の児童にブロッ
クを対応させて置かせていった。式をワー
クシートに書かせ発表を求めると, 「7引く
4は3, 答え3個」との発言がなされた。

さらに, 男の子6人, 女の子4人がかかれ
た絵を黒板に示し「違いはいくつ」と問
いつつ, 男の子には青のブロック, 女の子
には赤のブロックを置くように指示し, 配
布したワークシートの絵にブロックを置き
「ちがいはいくつ」を求め式と答えを書
くよう促した。問を取った後, 授業者は
「みんなの式にはこのようなものが

あった」として、「 $6 - 4 = 2$ ，こたえ2にん」「 $10 - 4 = 6$ ，こたえ6にん」「 $10 - 6 = 4$ ，こたえ4にん」の3つを板書し、「間違っていると思うものには，どうして間違っているかを教えてあげましょう」と問うた。以下は，このときの様子を示したものである。

- C：男の子は6人，女の子は4人いるけど，男の子（のブロック）から4人を引くと，女の子（のブロック）使っていない。
- C：10引く6をすると残りが分からなくなるから，6引く4をして2個。
- C：男の子が6人いて女の子が4人いて，足りないところが2人。
- T：こっちは（「 $10 - 4 = 6$ 」）間違っている？
- C：男の子が6人いて女の子が4人いるので，10人は全部の数。
- T：10人いて女の子の4人を引くと，何が出ているの？
- C：女の子の4人を引いたら，6人は男の子。
- T：「6人」は何？
- C：答えです。
- C：男の子です。
- T：男の子を出す問題だけ，違いを出す問題だよな。じゃ，これは（「 $10 - 6 = 4$ 」）間違い？何で間違いなの？
- C：男の子を引いたら女の子になる。

そこで授業者は、「みんなに協力してもらいます」として，男子6人，女子4人を前に出させ，2列に並ばせた後，「違いはどこか」と尋ねた。さらに男女でペアを作りペアが作れた女子が男子の手を引き，ペアでしゃがんで座ることで，式は「 $6 - 4 = 2$ 」であることを動作によって確認し授業を終了した。

2.1.3 第3時

第2時の授業後，ワークシートを回収し点検したところ，式を書いていない児童や間違いを訂正していない児童が散見されたため，第3時には第2時に扱われた問題をもう一度取り上げるようにした。このとき，数値の意味，求差の

問題場面，問題場面の求残への帰着とそこでの操作的活動，引き算の式表現の意味などについて再度確認するようにした。例えば，「男の子6人，女の子4人の人数比較」の問題であれば，次のようになる。

- ・式は「 $6 - 4$ 」となるが，「6は男の子の人数，4は女の子の人数」であり「 $-$ 」は除去する操作を表すとすると，「男の子から女の子を取り去ることはできない。」
- ・男の子と女の子が手をつなぎ，男の子の集合から，その部分集合である女の子と手をつないだ男の子の集合を除去することはできる。
- ・それを，求残の場面を通して学習した引き算の式によって表現すれば「 $6 - 4$ 」となる。

以下では本時の様子を要約して示すが，児童の発言をみると，具体的な対象を指しているのか，その数値について述べているのかが判然としないところもある（例えば「女の子」という場合，「女の子の集合」か「女の子の人数」かが必ずしも明らかではない）。そのような箇所について，授業者は，その意味をより明確にさせる方向で質問し，あるいは操作や動作を行わせるようにした。

冒頭，授業者は，今日は「ちがいはいくつでしょう」の問題を考えると述べつつ板書し，よく考えて答えるように注意を促した。最初の問題場面は前時のケーキの問題と同一であり，黒板上に紙のお皿を8枚，ケーキ（の絵）6個をランダムに貼って提示し，その枚数や個数を全員で数えて確認した。さらに「違いを出す式」を問うと，1人の児童が前に出て「 $8 - 6 = 2$ ，こたえ2まい」と板書した。授業者は，それぞれの数字の意味をプリントに記入させると共に，発言を求めた。児童からは「8はお皿の数，6はケーキの数」との発言があり，それをもとに授業者は「お皿からケーキは引けるんですか」と問うた。1人の児童が前に出，黒板上のお皿にケーキ（の絵）を1個ずつ分配しようとしたので，授業者はケーキの絵をブロックに置き換え，ブロックをケーキに見立てて再度

ケーキ（ブロック）をお皿に置かせた。以下は、それ以降の展開を示したものである。

- T：お皿からケーキを引いてみてください。
 C：のけちゃって（といいつつ、黒板上のお皿からブロックを取り出し、ついでお皿6枚を取り除いて示す）2枚。
 T：どのお皿をのけたの？
 C：ケーキをのけた。
 T：これケーキ？、どうみてもお皿にしか見えないんだけど。やっぱりケーキと思う人？お皿と思う人？
 C：ケーキをのせればいい（1人の児童が前に出てお皿の上にブロックを置く）。
 C：ケーキとお皿を一緒に…（除去してみせる）のけた。（図4）



図4 ケーキをのせたお皿を除去する

- T：何をのけたの？
 C：ケーキとお皿です。
 C：ケーキをお皿にのせる。
 T：ケーキをのせたお皿の数をのけたんだよね。じゃ、もう1題。（前時に扱われた男子6人と女子4人の人数の差を求める問題を絵で示す。）式を書いてください（問を取った後、発言を求める）。
 C：6引く4は2です。
 T：6って何でしょう、4って何でしょう。（ワークシートに記入させた後、次のように記入している人が多かったとして、黒板に例示した（図5）。）

$$\begin{array}{c}
 6 \quad - \quad 4 \quad = \quad 2 \\
 \Downarrow \quad \quad \quad \Downarrow \\
 \boxed{\text{おとこのこ}} \quad \boxed{\text{おんなのこ}}
 \end{array}$$

図5 数値の意味

- T：男の子から女の子、引いてみてください。…前に手伝ってくれた人、前に出て（前時、前に出た児童をもう一度前に立たせ、ついで女の子が対応する男の子の手を引いて座らせる（図6）。）



図6 男子と女子の1対1対応

- T：女の子、引きましたか？引いた人に聞きます。引いたのは女の子でしたか？
 C：女の子は引いていません。
 C：男の子を引きました。
 T：女の子が男の子を引いたんだよね、何て言ったらいいかな。
 C：男の子を引いた数。
 T：最初、どうしたかな。手をつないだよね、だから、手をつないだ男の子。（6個のブロックを黒板に並べ、その内の4個を示し）このブロックを引いたよね。このブロックは…女の子と手をつないだ男の子だよね（図7のように板書する）。

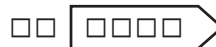


図7 求残の適用（人数の差の問題）

T：次に朝顔の問題を考えます（青の朝顔、赤の朝顔の絵を示し、それぞれ花がいくつ咲いているかを全員で数える）。青の朝顔は8個、赤の朝顔は5個。違い、分かった人？違いは何個ですか？（式と答えをワークシートに書くよう促す。）どんな式になりましたか？

C：8引く5は3です。

T：なんで8引く5は3になるか、説明できますか？

C：8の中から5を引いて3になります。

C：青い花から赤い花を引いたら、答えが3になります。

T：男の子と女の子のときは、どうやったんだっけ。

C：赤い朝顔から引かれた青い朝顔。

T：プリントに線を入れてごらん。

その後、1人の児童が黒板上に提示された青い朝顔と赤い朝顔の花の絵に対して1対1対応を示す線を書き入れ、ついで授業者が青い朝顔の花の上にブロックを置き、それを取り出して1列に並べ直した上で、1人の児童が黒板に並べられた8個のブロックから対応のついた5個のブロックを除去する操作を行った。また授業者は、それを図7と同様の図に表し板書した。

授業者が児童に、この5個はどんな朝顔かと問うと、「青い朝顔」「人間にたとえて言うと…」といったつぶやきがあり、さらに「人間でたとえて言うと、男の子が女の子と手をつないだ」との発言もなされた。そこで授業者は「朝顔になってくれる人」を前に出して動作で確認するようにした。つまり、男子8名（青い花）、女子5名（赤い花）が1人ずつ手をつなぎ、手をつないだペアが教室前右側に移動し、残った男子の人数を数えて「青い花」が3個であることを確認し、授業を終了した。

2.2 事例2

本事例はブロックの操作に重点をおいたものである。扱われた問題は、事例1と一部は異なるが同趣旨のものであった。

2.2.1 第1時

「最初にあめが5個あり、その内の2個を食べた」という問題を示し、「残り」を求めるには引き算で計算すること、「 $5 - 2 = 3$ 」と式表現できること、○の図をかくて考えることやブロックによる表現では除去する操作を行うことなどを復習した。ついで、7人の子どもが動物園に行ったがチケットが4枚しかないという場面を示した。「3枚足りない」「3人が動物園に入れない」との発言があり、それをもとに授業者は「どうぶつえんには入れないこどもは、なんにんでしょう」との問題を板書した。また、ワークシートを配付し式を書くよう促すと、ほぼ全員の児童が「 $7 - 4 = 3$ 」と記入した。

そこで、ブロックを子どもだと考えようと伝え、子どもの人数分のブロックを机の上に置くよう指示し、さらに「チケットがない」「チケットは4枚だけ」という児童の声をもとにチケットの代わりとして1人に4枚の小さな付箋紙を配付し、説明を考えるよう促した。式の発表を求めると、1人の児童が「式は $7 - 4 = 3$ になる」といいながら式を板書した。そこで授業者がそれぞれの数値の意味を問うと、「7は子どもの人数」「4はチケットの数」との発言がなされた。「式は $7 - 3 = 4$ 、答えは4人だと思います」との発言もあったが、それに対して他の児童から「どうして3を引いたのですか」との質問がなされ、「 $7 - 3$ 」と発言した児童は「動物園に行けない人です」と答えた。そこで授業者が「動物園に行けない人は何人ですか」と問うと「3人」との発言があり、それをもとに動物園に入れない人数は3人であることを確認した。

その上で授業者が、「なぜ引き算をしていいのか」「子どもからチケットは引けるのか」と問うと、「4枚はチケットを持っている子どもだから」との発言があった。授業者が「チケットを持っている子だから引き算していいの?」「4枚のチケットをどうするの?」と問うと、ある児童が「式を足すに変えます、 $7 + 4 = 11$ 、11枚」と発言した。そこで授業者が、「チケットを持っている子どもといってくれたよ

ね、(紙で作った4枚のチケットを示しつつ)ではこのチケット、どうしたらいいの?と問うと、「チケットをあげる」との返答があり、それに従って黒板上に提示された子どもの顔をかいた用紙の上に、それぞれ1枚ずつチケットを貼って示した。

さらに授業者が「チケットをもらった子どもはどうするの?」と問うと「3人おいて行くか、みんなでチケット買いに行く」との発言があり、授業者が「『4人は先に行つていい』というのをブロックでできますか」と問いつつ、ブロックの操作を促した。間を取り児童のブロック操作を確認した後、授業者は黒板上に示した7個のブロックの内の4個にそれぞれ1枚ずつ付箋紙を貼って示し、付箋紙はチケットであり、チケットをもらった子どもはどうするかを問いかけて、児童の発言に従って4個のブロックを除去する動作を演示した。さらに式がどうなるかを問い「 $7 - 4 = 3$ 、3人」「7人から4人を引く」といった発言を引き出して授業を終了した。

2.2.2 第2時

本時には、ケーキの個数とフォークの本数の差を求める問題が扱われた。授業者が6個のブロックを黒板に示し、その数を確認した上で、「ケーキがあります。お客様にケーキを出したい、どのようにして出せばいいか」と尋ねた。それに対して児童から「フォークとお茶」との発言があり、授業者は「フォークをつけて出そう」と言い、紙で作ったフォーク4本を示した。児童から「2本足りない」との声があり、それを受けて授業者は、「ケーキの数とフォークの数の違いはいくつかを考えよう」と問いかけた。「どちらが多いか?」との質問には「ケーキ」との返答があり、式を尋ねると「6引く4です」との発言があった。さらに児童から「答えは2個」「2本」の両方の発言があり、授業者は「けえきのほうが□おおい」と板書し、空欄には「2個」が入るとの発言を元に、□の中に「2こ」と記入した。

ついで、板書された式の「 $6 - 4 = 2$ 」のそれぞれの数値の意味を考えさせた。児童から

「6はケーキ、4はフォーク」との発言があり、それに対して授業者は「ケーキからフォークが引けるのですか」と問うていった。1人の児童から「6から4を引きます」との発言があったので、授業者が再度「ケーキからフォークは取れますか」と問うと、児童から「フォークをケーキのお皿において余りを見たらいいと思います」との発言がなされた。そこで、児童との問答を通して前時に扱われた子どもへのチケットの分配を想起させた上で、本時はブロックをケーキと考えて説明すること、フォークがあるのでそれを児童1人ひとりに渡すとして、1人に4枚の付箋紙を配布した。

間を取って発表を求めたところ、1人の児童が黒板上の6個のブロックの内の4個に1つずつフォーク(の絵)を配って示した。さらに、他の児童から「フォークのあるケーキは食べられてしまうので、フォークが配られたところは寄せたらいいと思います」「フォークを配ったケーキを動かしたらいいと思います」との発言があり、それを受けて授業者は「お客様に出すのだから、ケーキとフォークを一緒に持って出したらいいね」とまとめた。式の数値の意味を再度問うと「6はケーキの数、4はフォークの数」との発言があったので、授業者は「フォークだけ出したの?」と問いつつ、1人の児童のブロックを手にとって示し、ブロックやその内の付箋紙をつけたブロックは何を意味するかを問うことで、「ケーキが6個あります」「フォークをつけたケーキが4個あります」との発言を取り出していった。最後にブロック操作を示しつつ「フォークをつけてお客様に出す、ケーキからフォークは取れないけど、ケーキの中からフォークをつけたケーキは取れる、6はケーキの数、4はフォークをつけたケーキの数」などとまとめて授業を終了した。

2.2.3 第3時

本時には、男の子と女の子の人数の差を求める問題、及び朝顔の花の数の差を求める問題が扱われた。

先ず授業者は、教室内の座席の列で2列の児

童を起立させ、男子は6人、女子が4人であることから、「男の子6人、女の子4人、どちらが何人多いか」との問題を取り出し板書した。式を問うと、児童から「 $6 - 4 = 2$ 」との発言がなされた。それぞれの数値は何を表しているかを授業者が問うと、「6は男の子の数、4は女の子の数」との発言があった。授業者が、この式（ $6 - 4 = 2$ ）でいいかと尋ねると、児童からは「今習っているから」「男の子が2人多いから引き算」「違いは何人ですかは、引く問題になるから」との発言があった。そこで授業者は先ほど起立した男子6人を再度起立させ、「男の子6人、ここから女の子を引きます…。女の子4人取れんよ、困ったね」と問いかけた。それに対して、ある児童が「男の子と女の子がペアにすると答えが出ると思います」と発言した。そこで授業者は「今言ってくれたことを実際にやってみましょう」とし、男の子6人、女の子4人を前に出し、事例1と同様に、黒板前で手をつないでペアを作らせるようにした。

授業者はこのことをブロックで表現するよう促したが、このとき、男の子を表すブロックでペアになったものには「目印をつける」として付箋紙を配り、それを貼って示すよう指示した。さらに「ペアを作って座った男の子」はどれかを問いつつ、付箋紙がついているブロックを除去すればいいこと、男の子6人からペアが作れた男の子4人を除去していることを児童との問答を通して説明した。

次に「鉢に植えた朝顔に花が咲いた。1つの鉢の朝顔には青い花が8つ、もう1つの鉢の朝顔には赤い花が5つ咲いた。どちらがどれだけ多いか」との問題を口頭で説明しつつ、黒板に絵を描いて示した。このとき植木鉢はチョークで描き、花は提示用の青、赤のブロックで表すようにした。これに対して児童からは「青い花は赤い花より3つ多い」との発言があり、授業者はそれを板書した上で、式やブロックで表すよう促した。式を問うと「 $8 - 5 = 3$ 」、「8、5は青い花、赤い花の数」との発言があった。さらにブロック操作の方法を尋ねると、ある児童が黒板に提示されたブロックをもとに、

赤いブロックと青いブロックをペアにして示した。

それに対して、児童から「答えが3になるのはどうして」との質問がなされた。他の児童が黒板上でペアにならなかった3個の青いブロックを動かして見せたが、授業者は、それだと式は「 $8 - 5$ 」になるか、本時の最初の問題ではどのように考えたかを尋ね、「手をつなぐ」ことが重要であったことから、この問題でも花と花が手をつないでみたらどうかと問いかけた。児童からは「つるが伸びた」との発言があり、それを受けて授業者は、「手をつないだ」青い花に目印をつけるとして、赤いブロックとペアになっている5個の青いブロックに付箋紙を貼って示した。その上で、付箋紙が貼られた青いブロックを除去することで、式が「 $8 - 5$ 」になること、青い花から赤い花は取れないが赤い花と手をつないだ青い花（付箋紙で印をつけたブロック）は取れる、答えは「青い花は赤い花より3つ多い」となることを確認し授業を終えた。

3 考察

ここでは2つの事例について、最初に述べた求差への導入問題、導入以降の展開、ブロックでの表現の3点について検討する。

3.1 求差への導入問題

2つの授業事例ともに、第1時の求差の問題場面に対して、殆どの児童が動物園に入れない人数は3人であることや、式表現は「 $7 - 4 = 3$ 」であること、式表現中の「7」が全部の子どもの人数であることは分かっていた。しかし、「4」はチケットの数だとし、それによって「7人からチケット4枚を取る」となってしまふことに疑問を感じていないようであった。求残によって引き算の式表現が導入されるが、求差の問題場面に対しても、場面の意味を考慮せずに「7と4から3を求める方法」として引き算で立式しているかのような傾向は、計算に習熟するに従って強くなることも想

定される。

第1時にはチケットを子どもに配るとすることで「4枚」を「4人」に変換し、さらにチケットを持った子どもが動物園に入るとすることで求残への帰着を示すようにした。事例1第1時の「4は動物園に入った人数かチケットの数です」との児童の発言は、チケットの数として与えられた数値を、子どもにチケットを配りチケットを持っている子どもが動物園に入場するというストーリーにそくして数値の意味を解釈し直す過程を示すものであろう。

3.2 導入後の扱い

第1時の導入以降は、1対1対応の意味が明確なもの、続いてやや不明確なものが扱われた。その際、例えば同じ「 $6 - 4 = 2$ 」の式について、事例2第2時の「ケーキ6個とフォーク4本」の問題では「6はケーキ、4はフォーク」との発言が、事例2第3時の「男の子6人、女の子4人」の問題では「6は男の子、4は女の子」の発言がみられた。それらの発言は、それぞれの数値については正しいが、求残に基礎をおく引き算の式の観点からは正しいとはいえない。2つの事例ともに第1時には求差の場面の求残への帰着が扱われたが、上記の児童の発言は、第1時で扱われた内容をふまえたものとはいえない。そのような発言がなされることには、次のような事項に対する理解が関与していると考えられる。

- ・ 求残の意味
- ・ 第1時の問題場面と求残への帰着
- ・ 数値の意味の変換

求残の場面やそれに基づく引き算の立式の理解が進むに従って、部分の除去を伴わない求差の場面に対する引き算の適用に困難を感じるようになることが想定される。逆に、求残の意味理解は十分ではないが引き算の計算については習熟が進んでいる場合は、先にも述べたように、求差の場面も引き算の式で表す傾向が強くなるだろう。

また、第1時に扱われた求差の求残への帰着を十分に理解していなければ、第2時以降で扱われた問題に対して、引き算の立式の適切性を説明できないことは当然である。さらに、求残への帰着は、問題場面にそくした数値の意味の再解釈を要する。そのため、第1時に扱われた問題については求残への帰着の考え方を理解していても、それを第2時以降に扱われた問題に適用できないことも想定される。

先に述べた第2, 3時の児童の発言は、このような要因が複合的に作用したものであろう。典型的な問題場面を通して繰り返して検討させることによって、求差の求残への帰着をもとに引き算での立式の理解を図るようにすることが望まれる。

3.3 ブロックでの表現と操作

2つの授業事例で扱われた問題は同様のものであったが、ブロックの扱い方が異なっていた。事例1の第1時、及びそれを引き継いで行われた第2時では、ブロックはそれぞれチケット、ケーキとして意味づけられ、分配されるものとして扱われた。その上で、子ども（の絵）やお皿を除去することで、求残への帰着が図られた。そのため、児童にとって操作の意味はより明確であったと思われる。

第2の事例では、チケットやフォークが付箋紙で表され、それを分配した上で、ブロック操作が行われた。そのようにして求残の操作をブロックを用いて行なえるようにしたのであるが、事例1では比較対象の2つの集合の内、除去操作の対象となる集合が具体物で表されていたのに対して、事例2では比較対象の2つの集合がともに具体物から半具体物ともいえるブロックと付箋紙に置き換えられた。そのため、具体的な意味づけの観点からは抽象度が高くなった。

最初に述べたように、加減法を扱う際にはブロックの使用が強調されることがある。またそれは、児童の理解を促すことが目的である。そうであれば、教科内容や児童の様子によっては、事例1のように具体物の操作に基づいた理

解の促進も考えられてよい。ブロックを用いる場合は、どのような操作を行わせることが児童の理解を促すかを十分に考慮する必要がある。

事例2第3時は、夏休み前の最後の授業時間に行われたので、事後調査を行うなどして授業内容の理解の様相を確認することができなかった。そのため、本稿では授業構想の提案と事例の提示にとどまらざるを得ない。2つの授業事例で扱われた教材の改善やそれを用いた授業の実施、その効果の検証については今後の課題としたい。

文献

- Hudson, T. (1983) "Correspondences and numerical differences between disjoint sets." *Child Development*, 54, pp. 84-90.
- 長谷川順一 (1990) 「教育実習生による算数の授業－教育実習における授業研究を目指して－」香川大学教育実践研究, 13, pp. 31-39.
- Hasegawa, J. (2002) "Case studies on the symbolism of difference-finding problems in first grade." *For the Learning of Mathematics*, 22 (1), pp. 21-28.
- 香川県算数教育研究会 (2005) 「ちがいはいくつ」「子どもと算数を創る」所収, pp. 38-45.

付記

本稿で報告した授業が実施されたとき、第2執筆者は授業の実施校に在職していた。第1執筆者は本稿を作成するに当たり、一部、科学研究費の補助を得た。