

中学校生徒の数学との様々な向き合い方

佐竹 郁夫・渡辺 宏司*・山田 真也*・大西 光宏*
(数学教育) (附属坂出中学校) (附属坂出中学校) (附属坂出中学校)
大前 和弘**・筒井 智雅***
(三豊市教育委員会) (城辰小学校)

760-8522 高松市幸町1-1 香川大学教育学部
*762-0037 坂出市青葉町1-7 香川大学教育学部附属坂出中学校
**767-8585 三豊市高瀬町下勝間2373-1 三豊市教育委員会(学校教育課)
***763-0091 丸亀市川西町北151 丸亀市立城辰小学校

Various Styles in Facing Mathematics in Junior High School Students

Ikuko Satake, Hiroshi Watanabe*, Shinya Yamada*, Mitsuhiro Onishi*
Kazuhiro Omae** and Tomomasa Tsutsui***

Faculty of Education, Kagawa University, 1-1 Saiwai-cho, Takamatsu 760-8522

**Sakaide Junior High School Attached to the Faculty of Education, Kagawa University, 1-7 Aoba-cho, Sakaide 762-0037*

***Board of Education of Mitoyo City, 2373-1 Shimokatsuma Takase-cho, Mitoyo 767-8585*

****Jyoshin Elementary School, 151 Kawanishi-cho kita, Marugame 763-0091*

要 旨 中学校生徒の数学理解は、観点別評価によって測られるが、その変化に着目すると、教員が授業などで接している際の生徒の数学との向き合い方が影響を及ぼしていることを指摘した。

キーワード 数学理解 数学との向き合い方

第1節 イン트로ダクション

中学校生徒の数学理解については、様々な研究があり、我々も、順序思考、俯瞰思考の立場から考察を行ってきた([4])。そして、理解の評価については、現在は観点別評価が定着している。一方で、現場の教員は、観点別評価と共に、生徒との授業内外でのやり取りから、生徒の数学との向き合い方に様々な様相があること、それが(短期的ないし長期的に)成績に影響を及ぼすことを経験則として感じとっている。これについて、第2節で観点別評価について述べ、第3節で教員から見た生徒の数学との

向き合い方について、経験則から得られていることを述べ、第4節で、観点別評価の時間変化と、アンケートから得られた生徒の数学との向き合い方の相関を調べた結果を述べる。第5節で個別インタビューの結果を述べ、第6節で今後の展望と提言を述べる。

第2節 観点別評価について

文部科学省が示した学習指導の過程における評価について述べる。1987年の教育課程審議会では、学習指導要領改定に関連して「日常の学習指導の過程における評価については、知識理解

面の評価に偏ることなく、児童生徒の興味・関心等の側面を一層重視し、学習意欲の向上に役立つようにするとともに、これを指導方法の改善に生かすようにする必要がある」との答申が発表された。また指導要録における各教科の評価についても、「教育課程の基準の改善のねらいを達成することや各教科のねらいがより一層生かされるようにする観点から、教科の特性に応じた評価方法等を取り入れるなどの改善を行う必要がある」と、指導要録の様式を改める旨の考えが示された。これを受け、文部省は指導要録の参考様式を提示した。この参考様式の中で各教科それぞれに4～5つの観点が定められ、絶対評価による3段階の評価を行うこととされた。

観点別評価については次のように定められた。1991年改訂の指導要録では、「観点別学習状況」の評価が新設され、目標に準拠した評価（絶対評価）への転換がはかられた。数学科における観点は「数学への関心・意欲・態度」、**「数学的な見方や考え方」**、「**数学的な表現・処理**」、**「数量、図形などについての知識・理解」**の4つであった（〔2〕、〔3〕）。学校教育法の一部改正を受けて改訂された新学習指導要領の総則に示された学力の3つの要素を踏まえて、評価の観点に関する考え方が整理された結果、これまでの観定の構成と比べると、「**思考・判断**」が「**思考・判断・表現**」となり、「**技能・表現**」が「**技能**」として設定されることとなった。これを受けて、現行の学習指導要領における数学科における4つの観点は、「**数学への関心・意欲・態度**」、**「数学的な見方や考え方」**、「**数学的な技能**」、**「数量や図形などについての知識・理解」**となった。

第3節 教員から見た生徒の数学との向き合い方の様相

観点別評価で生徒の理解が測られる一方で、生徒の数学との向き合い方には、様々な様相があることは、教員は普段の生徒とのやり取りから経験則として感じていると思われる。

ここでは、数学との向き合い方について、良い向き合い方、悪い向き合い方を、以下のように考え、それぞれがどのような生徒とのやり取りと関連するかを例示する。

1. 数学の内容や問題の解き方を、腑に落ちるよう理解するのは、良い向き合い方であると考え（東京大学の古田幹雄氏も、その著書〔1〕のまえがきで、指数定理を「腑に落ちるように」理解することの重要性を説いている）。

腑に落ちるような理解について、良い向き合い方の例として次を挙げる。

（例）図形の問題で補助線を引くことを、図形のある部分Aの性質と、その図形の別な部分Bの性質とを結びつけようとしていると考え、この補助線がその2つを関連させる役割を果たしているとして理解するのは、よい向き合い方であると考え。

腑に落ちるような理解について、悪い向き合い方の例として以下を挙げる。

（例）計算や作図ができるが、単なる作業でとどまっている。

（例）単に覚えているだけ、解く手順を知っているだけである。

（例）数値を変えたり、添え図の向きや形を変えたりすると問題が解けない生徒。

（例）先取り学習のおかげで、中学校数学レベルの問題は、難なくクリアできるが、先取り学習（市販されている学習教材）等に対応していない問題は解けない。

（例）意味もわからず公式を丸暗記して、そつなく数値を当てはめて問題を解決できる。

（例）「2 cm, 3 cm, 5 cmの三角形は、直角三角形ですか」という発問に対して、三平方の定理を当てはめて直角三角形でないことのみを確認し、三角形にならないことに気づかない。

2. 個別の「解き方」から普遍化、抽象化して「考え方」の把握に至るのは、良い向き合い方であると考え。

次のような発言をする生徒は、良い向き合い方をしていると考えられる。

(例) 普段のみとりで、「つながった」という。

(例) 「このとき(違う条件や図)は、こうなるんですか？」

(例) 「(ある図形の問題の証明が終わった後)他の図形ではどうなるのかな？」

次のような生徒は、悪い向き合い方をしていると考えられる。

(例) 数値を変えたり、添え図の向きや形を変えたりしても問題が解けるが、領域を統合したような問題を解くことや一般化することを苦手とする生徒。

(例) 違う条件や図にしても(本質的に同じ部分に着目せず)ひたすら解こうとする。

3. 不完全に学習単元をクリアしてきている(テストで点を取ることに執着している)ので、うまく他単元の学習が繋がらないのは、悪い向き合い方であると考えられる。

(例) 一般化したり、抽象化したりする事が多くなると、次第に問題が解けなくなる(特に、他領域との複合問題)。

(例) 自分なり(旧来)の解き方にこだわるために新しい知識を習得・活用しようとする力が作用せず、自分の数学感が狭い領域でとどまっていたり進歩しない。

(例) 「出会ったことがない問題なので、できません。」という生徒は、悪い向き合い方をしていると考えられる。逆に、はじめて出会った問題に対して、既習事項を思い出しながら考えるのは、良い向き合い方であると考えられる。

4. 問題を考察する過程を大事にする(説明できる)のは、良い向き合い方であると考えられる。

(例) 「先生、答えはあってたんですけど、この解き方は正しいですか？」という生徒は、良い向き合い方をしていると考えられる。逆に、「(解き方はさておき)答えは、ありますか？」というのは、悪い向き合い方であると考えられる。

(例) 他人の意見(自分と異なる考え方)に興味を示す生徒、疑問を投げかける生徒は、良い向き合い方をしていると考えられる。逆に、友だちと意見交換していても、先取り学習でより早く解ける考え方を知っていて、他の意見をあまり参考にしないため、テストで2通りの解き方を問うと、1問しかできないような生徒は、悪い向き合い方をしていると考えられる。

(例) テストの途中式も書く文章問題で、解の吟味をしっかりとしていない生徒や、答えがあっても、解き方の説明ができない生徒は、悪い向き合い方をしていると考えられる。

5. 過程でなく結論を素早く得るために、解法パターンとして覚えることで、柔軟な理解を阻み、覚えるパターン数も増え、異なる解法パターンが同じ考えに基づく場合にも異なったパターンとしてしか理解できず、解法の説明もできないのは、悪い向き合い方であると考えられる。

(例) この問題は、この補助線を引くものだと覚えこむ。

(例) 中学校数学での問題(入試問題や定期考査等の学力テスト)に限りがあるため、多くのパターンを鍛錬し、解くスキルをたくさん身につけた生徒。

(例) (ただ単に早く終わらせたいので)次の問題に移る。

(例) 「得点が高い=得意である」と判断しているため、ドリル学習によって培われた力を信じ切っている。

(例) 課題克服のために、苦手分野の問題量を大量にこなすことにより、「習うより慣れよ」でいつの間にか問題が解ける自分ができあがっている。

数学への向き合い方は、変化することもあり、良い方向への変化もあるが、逆に、学外での学習などにより、却って数学との向き合い方について悪い癖がついてしまうことも考えられる。

第4節 アンケート調査

前節は、教員の側からの見取りであったので、より詳しく実態を把握するため、以下の調査を行った。

1. 調査対象および内容

調査は、国立大学附属中学校第2学年120人において、後期（3月）に観点Ⅱ（数学的な見方や考え方）：A、観点Ⅲ（数学的な技能）：A、観点Ⅳ（数量や図形などについての知識・理解）：A（以降AAA）であった数学の成績が優秀であると思われる生徒34人を抽出した。これについて、アンケートを行い、その半年後の経過（AAAを維持・BAAやCAAなどに低下）について調査したことを報告する。図1が数学アンケートの抜粋である。

2. アンケート結果および分析

表1 興味・関心が高かった単元・授業

	AAAを維持している	BAAやCAAなどに低下
1)	20.0%	5.3%
2)	0.0%	5.3%
3)	6.7%	15.8%
4)	6.7%	31.6%
5)	66.6%	42.0%

表2 興味・関心が低かった単元・授業

	AAAを維持している	BAAやCAAなどに低下
1)	6.7%	15.8%
2)	0.0%	10.5%
3)	13.3%	15.8%
4)	0.0%	15.8%
5)	80.0%	42.1%

表1, 2より、AAAを維持している生徒の方が、良い学習法を行っている割合が高く、観点別評価の低下した生徒の方が、良い学習法で数学と向き合っていない傾向が強いことがわかる。

評価が下がった生徒の数学への意識分布（表3, 4）を見てみると、計算問題の方が「好き・得意」と答える生徒の割合が高い。図形問題に対して「嫌い・得意」と回答する生徒の割合が2番目に高いこともわかる。中学校数学における思考力を要する場面が多い図形の問題で、腑に落ちていないまま課題に対して取り組むため、嫌いだけど得意であるといった違和感を持っている生徒の割合が多いのではないかと思われる。

また、AAAを維持している生徒でも、1)を選んだ20%の生徒については、詳細に分析すると、全員、思考力の観点について評価が低下していることが確認できた。

質問項目

Q. 学習済みなのにやり方を習っていないような問題に出会ったら、あなたはどのようにしますか？

回答項目

- 1) やり方を知らないと解けないのでやり方を先生に教えてもらって解く。
- 2) 自分で考えても先生のやり方は自分では思いつかないと思うので、先生にやり方を教えてもらったほうがいい。
- 3) 自分で考えることは大事だけど、間違ったやり方になるかもしれないから、正しいやり方を教えてもらったほうがいい。
- 4) 自分で考えることは大事だと思うけど、時間がないのでやり方を教えてもらってそのやり方を他の問題で練習したほうがいい。
- 5) 自分の知識をいろいろ試したり組み合わせたりして解こうとする。

図1 数学アンケート（2016.12 実施）抜粋

表3 計算問題について (BAAやCAAなどに低下)

好き・得意	好き・不得意	嫌い・得意	嫌い・不得意
73.7%	10.5%	5.3%	10.5%

表4 図形問題について (BAAやCAAなどに低下)

好き・得意	好き・不得意	嫌い・得意	嫌い・不得意
42.1%	10.5%	26.3%	21.1%

それに対して、評価を維持している生徒の数学への意識分布(表5, 6)を見ると、図形問題の方が「好き・得意」と答える生徒の割合が若干高く、図形問題で「嫌い・得意」と解答する生徒の割合が最も低い。観点別評価が下がった生徒に比べると、腑に落ちていないまま、違和感を持ったまま課題に取り組む場面が少ないのではないかと考える。計算問題で「嫌い・得意」と回答する生徒の割合が2番目に高いのは、意外であったが、「嫌い・得意」と回答した生徒の多くが、「ただ単にやらされているだけの計算トレーニングは、嫌いである」と答えた。

表5 計算問題について (AAAを維持している)

好き・得意	好き・不得意	嫌い・得意	嫌い・不得意
60.0%	13.3%	20.0%	6.7%

表6 図形問題について (AAAを維持している)

好き・得意	好き・不得意	嫌い・得意	嫌い・不得意
66.7%	13.3%	6.7%	13.3%

第5節 個別インタビュー

教員の見取りとアンケート調査を踏まえ、数人の生徒をピックアップして数学との向き合い方についてインタビューを行った。

Aさん

小学校時代は、非常に優秀。中学校入学時の順位もトップクラスであったが、中学校数学で、躓きを経験した(第2学年 図形領域)。原因として、今まで、公式中心に暗記物のように学習してきたため、一般化、抽象化することが多くなってきた図形分野で、自分の受け入れ可能容量を越えてしまったのではないかと推測される。本人の言葉では、「今まで、手のひらで転がしていた感じの図形達が、一気に巨大化した、図形を見ると、挑んでくる(迫ってくる)感じがして、図形とは仲良くなれない。(将来、何の役にも立たないし・・・)」とのことである。考えることは好きだと言っているが、それが数学を考えることにうまく結びついていない。しかし、自分の気持ちをインタビューで吐き出して安心したのか、その後変容が見られ、三平方の定理について「こいつなら仲良くしてもいい」という発言があった。

Bさん

長時間塾で学習させられている一方、自宅学習はしていない。その結果、塾に通う前よりは成績は向上しているが、インタビューしてみると「座標平面の第1象限以外の所に、意味を感じないし、イメージがわからない」「円の単元は、公式を覚えていないので苦手だ」など、意味を考えて理解を深めるような向き合い方はしていない。ただ、本人は数学との向き合い方が悪いとか、向き合い方を改善するべきとは考えていないようである。

Cさん

計算問題をただやらされていると感じたときは、そこに意味を見出せず苦痛だったと言っているが、全般に数学は楽しい、好きと言っており、これから高校に進学してさらに数学を学ぶことにも期待をもっており、良い向き合い方をしているように思われる。

Dさん

夜中まで起きており、学校や塾でもよく眠た

くなる。問題を解くのは好きで、決して能力は低くはないが、図形問題でも解くのは好きだが証明を書くのは嫌いである。問題や証明を書くことについて「面倒くさい」を連発する。数学を学習することと、自分の将来の姿、職業とが繋がらないため、強い意欲を持ってないでいる。

第6節 まとめと今後の展望

数学の理解を数値化するには、観点別評価も込めたテストによる評価がある一方で、今回の共同研究を行った教員の側では、生徒にはよい数学との向き合い方をしてほしい、それが長期的に良い結果を生むはずであるという暗黙のコンセンサスがあった。しかしこの教員側の考えはこれまで明確に数値化できず、生徒の側も直近のテストの点に着目するあまり、一時的、短期的な効果のため数学との向き合い方を悪化させてしまうことを受け入れる傾向があったように思われる。これについて、今回の研究は、小規模ではあるが我々が暗黙に持っていた考えを数値化、言語化できたと考えている。

今回は中学校数学の範囲での調査であったが、たとえば中学校時代には数学の成績は良かったが、必ずしも数学との良い向き合い方をしておらず、高校に入って数学の成績が悪化するなどの事例が（少なからず）あると考える。これについて、調査範囲を小学校、中学校、高等学校にまで広げ、時間経過も込めて調査し、提言を行っていくことで生徒指導に役立てていけたらと考えている。

参考文献

- 1) 古田幹雄, 指数定理1 (1999), 岩波講座 現代数学の展開, 岩波書店
- 2) 中学校学習指導要領解説 数学編 (2008), 文部科学省
- 3) 学習指導要領の変遷 (2011), 文部科学省
- 4) 佐竹郁夫・大前和弘・大西光宏・風間喜美江 (2016), 数学科授業研究における順序思考・俯瞰思考の役割, 香川大学教育実践総合研究 第33号, pp.113-123

付記

この研究は、科学研究費15K13234と香川大学教育学部における平成28年度学部・附属学校園共同研究プロジェクトからの補助を受けた。記して感謝する。