

## プログラム荷重に対するFRPの 疲労寿命分布と信頼性

石 川 浩\*  
谷 本 敏 夫\*\*  
木 村 等\*\*\*

### ABSTRACT

Investigations were made on the fatigue properties of satin woven glass cloth FRP under multi-step program loading of rotating bending, with special emphases on the effects of the primary stress level, its cycle ratio and the sequence of loading. Rotating bending fatigue tests under constant stress amplitudes were also carried out to form the comparison basis. In each case, fatigue test under a certain loading condition was repeated several times so as to produce statistical fatigue life data for the analysis of fatigue life dispersion of the material with the aid of a two-parameter Weibull probability model.

To clarify the fatigue properties of the material under service loads, the effect of stress wave form would be one of the most interesting subjects which must be dealt with. Hence the associated investigation was incorporated in the present study.

The following delineates the main conclusions:

- 
- \* 香川大学商業短期大学部 (〒760 高松市幸町2-1)
  - \*\* Department of Civil Engineering and Engineering Mechanics, Columbia University, New York, N. Y. 10027 U. S. A.
  - \*\*\* 香川大学経済学部長 (〒760 高松市幸町2-1)

(1) According to the results of basic two-step program loading fatigue tests, the cycle ratio at the secondary stress level,  $n_2/N_2$ , is always equal to or greater than unity. Further, it is of practical interest to note that the fatigue life at the secondary stress level is longer than that at the same stress level under constant amplitude loading. This tendency was particularly observed in the case of High-Low type loading sequence. Hence, it would be considered that Miner's rule could not be applied for fatigue life estimation of the FRP under program loading. It has to be modified to an appropriate form, thus giving the proposed prediction formula.

(2) Fatigue life estimation by the proposed equation indicates that a fairly good agreement can be obtained between the experimental and the estimated fatigue lives throughout the present study.

(3) Sinusoidal stress wave form can cause a longer fatigue life in comparison with those triangular and/or pulse type.

## 1. 緒 言

近年における工業材料の発達には著しいものがあるが、なかでも、宇宙工学や重化学工業等のめざましい進歩にともない、ますます過酷となり来っている使用条件に充分対処できるような優れた材料の開発が大きな関心事となるに至っている。

さて、プラスチック材料が一見相矛盾するかに思われる強度的利用、あるいは構造用材料としての位置づけを確立したのは、複合材料 (composite material) としてのガラス繊維強化プラスチック (Fiberglass Reinforced Plastics; FRP) の登場以来である。すなわち1942年にアメリカの Pittsburgh Plate Glass 社で試作された、ガラス繊維布のアクリルエステル系のポリエステル樹脂による積層板が、すばらしい弾性と強さをもつことが発見され、これが今日のFRP材料の発展の端緒となって、当初の材料革命とまでいわれた初期の過熱時代から、いまでは宇宙航空機産業を基幹に、一般産業にまでゆっくりとではある

が着実に浸透，進展しつつあるのは周知の事実である。今や技術者にとって設計の合理化のためには，この種の材料を使用することが必須不可欠の肝要事となり至っているとと言っても過言ではないであろう。

ところで，FRPを上記のような構造用部材に用いるに際しての疲労設計にあたっては，実働荷重に対するFRPの疲労特性を正しく認識することが不可欠な重要課題となるが，<sup>(1)</sup>残念ながらこの点に関する研究は<sup>(2)</sup>いまだ極めて少なく，これまでのFRPの疲労寿命に関する研究のほとんどは一定振幅繰返し荷重に対するものであって，<sup>(3)</sup>現実の適用に当たって正確さを欠くきらいがある。一般に機械・構造物構成部材の実働荷重に対する疲労強度や疲労寿命を正しく推測するためには，構成部材に作用する実働荷重をその通り再現して部材に負荷させた，いわゆる実寸実働荷重疲労試験によるものが望ましいと考えられるが，このような実働荷重負荷装置が非常に高価であって簡単に設備しにくいこと，ならびに実働荷重が本来再現性のない確率過程的なものであること等を勘案すれば，その中に存在する統計的な規則性——たとえば荷重ひん度分布——に着目して，これを原則的には同一の統計的規則性をもつようなより簡便なプログラム荷重に置換し，それに基づく疲労特性を明らかにすることが合理的であろうとも考えられる。<sup>(4)</sup>この目的のためにはまず初めに，多段プログラム荷重下におけるFRPの疲労寿命に対して直線被害法則，いわゆるマイナー則<sup>APP. II</sup>が成立するか否かを知ることが重要な課題となる。

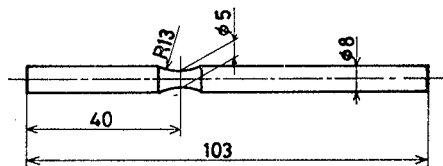
以上のような観点から，本研究では朱子織FRPについて回転曲げ疲労試験を実施し，初めに各応力レベルで20～26本の試料を用いてP-S-N線図を確立した。次に，この基礎となるP-S-N線図に基づいて，2段2重，3段3重，4段4重重複荷重下での疲労寿命と，さらには統計的観点よりその疲労寿命分布を求めた結果から，一次応力の大きさの影響，一次応力での繰返し数比の影響，荷重の負荷順序の影響等について検討を加えた。また，動電形実働荷重疲労試験機を設計試作し，それを用いて入力波形（正弦波，矩形波および三角波）がFRP材の疲労寿命に及ぼす影響についても検討したので併せて報告する。

## 2. 供試材料ならびに試験片

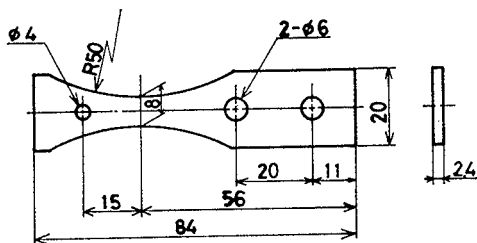
本研究に用いた材料は基材として不飽和ポリエステル樹脂、補強材として朱子織ガラス布から成る積層板である。なお、補強材のガラス布はその表面にクロム（ボロン）処理を施したものである。

積層板は、樹脂に触媒（樹脂重量の0.5%）、および硬化促進剤（樹脂重量の1%）を配合し、これを刷毛でガラス布に塗布し、つぎつぎに樹脂を塗布したガラス布を積層してゆく、いわゆる手積法を用い24時間常温硬化させて作った。積層途中、層内に残る気泡を除去するためガラス丸棒をころがして気泡を送り出す脱泡方法を用いた。できあがった積層板は電気炉で80°C、4時間のアフターキュアを施した。

試験片はこの積層板からガラス布の縦糸方向が試験片の長手方向になるようにして、ダイヤモンドカッタをセットしたフライス盤で矩形状に切断した後、回転曲げ疲労試験片は円筒研削盤によりFig. 1-(a)に示すような形状寸法に、さらに動電形実働荷重疲労試験片は砥石車をセットしたフライス盤によって



(a) Rotating bending fatigue test specimen.



(b) Random loading fatigue test specimen (cantilever type).

Fig. 1. Fatigue test specimens.

Fig. 1-(b) に示すような形状寸法にそれぞれ加工した。

Table 1 に積層板の素材構成を示す。Table 2 にはポリエステル樹脂の物性を示し、また Table 3 には、各試験に用いたFRP試験片のガラス含有率ならびに、静的特性をそれぞれ示す。

Table 1. Specification of the material.

Matrix	Polyester resin (polylite FG-284)
Reinforcement	Satin woven glass cloth (SLS-212)
Catalizer	Methyl ethyl ketone peroxide
Hardener	Cobalt naphthenate 0.6% solution

Table 2. Properties of polyester resin.

Specific density	1.21 (g/cm <sup>3</sup> )
Tensile strength	5.80 (kg/mm <sup>2</sup> )
Compressive strength	15.50 (kg/mm <sup>2</sup> )
Young's modulus	350.00 (kg/mm <sup>2</sup> )

Table 3. Glass fiber content of the specimen and its mechanical properties.

Type of test specimen	Rotating bending fatigue test specimen	Random loading fatigue test specimen
Weight content Wg	54.47%	40.99%
Volume content Vg	35.78%	24.83%
Tensile strength $\sigma_t$	30.0 (kg/mm <sup>2</sup> )	21.0 (kg/mm <sup>2</sup> )
Bending strength $\sigma_b$	40.2 (kg/mm <sup>2</sup> )	33.0 (kg/mm <sup>2</sup> )

### 3. 実験装置および実験方法

試験片は温度 $23^{\circ}\text{C} \pm 1^{\circ}\text{C}$ 、湿度 $65 \pm 5\%$ の恒温恒湿槽内に48時間以上保持した後、取り出して実験に供した。実験は室温条件下で実施するために、実験室内を昼夜 $20^{\circ}\text{C}$ に温度制御したもとで行なった。プラスチック材料の疲労試験は特に温度、湿度の影響が顕著に現われるので、この点に関しては十分な配慮を

払ってある。

### 3・1 回転曲げ疲労試験

回転曲げ疲労試験には Fig. 2 に示すような片持梁形回転曲げ疲労試験機を用いた。回転速度は3600r.p.m. である。実験の際、試験片の振れやモーメントアームには特に注意した。

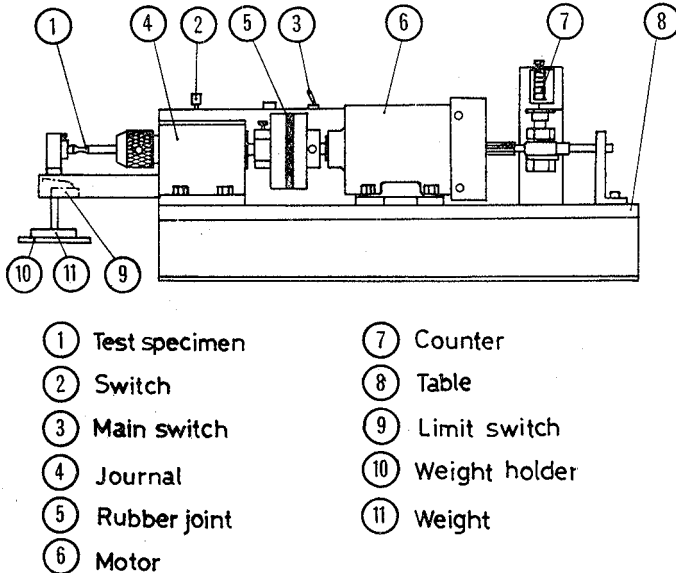


Fig. 2. Rotating bending fatigue testing machine.

多段多重重複荷重疲労試験における荷重の切り換えは試験機作動中に行なった。その際付加的な曲げモーメントがかかることのないよう細心の注意を払った。

載荷状況をFig. 3 に示す。

### 3・2 電動形実働荷重疲労試験

試作した実験装置を構成する主な機器は次の如くである。

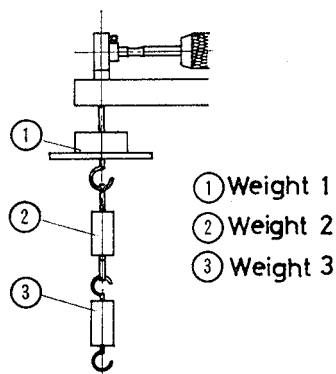


Fig. 3. Loading situation under three-step program loading.

- (i) 関数発生器 (Function generator)
- (ii) 振動制御器 (Vibration control amplifier)
- (iii) 電力増巾器 (Power amplifier)
- (iv) 動電形加振機 (Electro-dynamic transducer)

Fig. 4 に実験装置のブロックダイアグラムを示す。なお、ここでは各々の機器の機能に関する詳細は割愛する。

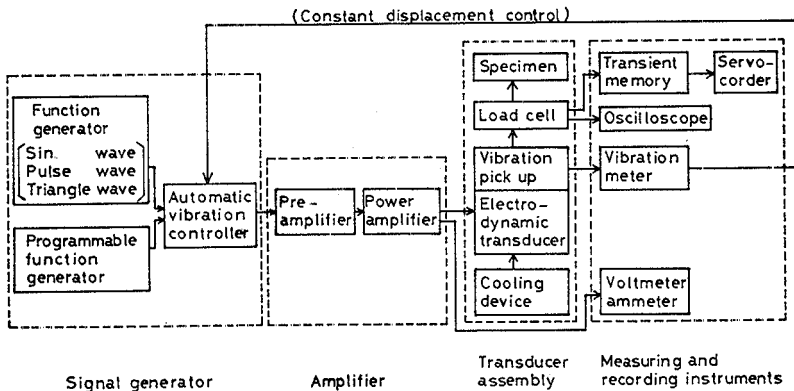


Fig. 4. Block diagram of the equipment.

動電形実働荷重疲労試験は関数発生器により、ある特定の周波数で各種波形（正弦波、三角波、矩形波）を入力信号として発生させ、それを増巾して加振機を作動させ、加振機に取り付けられた **Vibration pick-up** により変位を検出し、振動計で一定たわみに設定した後、それを制御器にフィードバックして一定たわみ条件下での疲労試験を行なった。負荷方式は片持梁形平面曲げである。なお、第4・2節に後述するようにこの種のFRPのたわみ一定条件下での疲労試験においては、剛性低下に伴って実応力が減少し、疲労によって分離破断は生じないため、試験を開始した後、剛性低下に伴って減少する荷重検出用ゲージ出力が初期の値の7/8になったときの繰返し数を試験片の疲労寿命と定めた。

#### 4. 実験結果および考察

##### 4・1 回転曲げ疲労試験結果

## 4・1・1 一定応力振幅疲労試験結果

朱子織FRPの一定応力振幅疲労試験結果を Table 4 に示す。この結果に基づき、応力振幅と疲労寿命の関係を図示したもの（いわゆるS-N曲線）が Fig.

Table 4. Fatigue test results under constant stress amplitude.

$\sigma$ (kg/mm <sup>2</sup> )	12.0	11.0	10.0	9.0
$i=1$	$0.60 \times 10^4$	$4.17 \times 10^4$	$0.733 \times 10^5$	$0.7163 \times 10^6$
2	0.96	4.32	1.096	0.7818
3	0.97	4.65	1.222	1.4936
4	0.99	4.67	1.551	2.1825
5	1.36	4.76	1.910	3.3380
6	1.36	4.81	2.390	4.1189
7	1.41	4.81	4.175	4.1298
8	1.43	4.99	4.833	4.6739
9	1.53	4.99	5.904	4.7352
10	1.54	5.04	7.105	5.4441
11	1.56	5.09	7.304	6.1742
$T_i$ 12	1.61	5.13	7.305	6.4128
13	1.61	5.18	8.256	6.5336
14	1.63	5.41	8.956	6.7953
15	1.68	5.41	9.006	6.8846
16	1.68	5.69	9.106	6.9807
17	1.70	5.88	9.357	8.0704
18	1.76	5.88	9.807	8.7914
19	1.85	5.88	10.157	9.0442
20	1.87	6.02	10.257	9.6766
21	1.90		10.558	11.8815
22	4.58		12.059	12.5972
23			13.209	
24			21.470	
25			21.866	
26			36.087	
$\alpha$	3.327	10.517	1.178	1.440
$\beta$	$1.775 \times 10^4$	$5.399 \times 10^4$	$9.838 \times 10^5$	$6.923 \times 10^6$
$E(T)$	$1.593 \times 10^4$	$5.147 \times 10^4$	$9.300 \times 10^5$	$6.283 \times 10^6$
$V(T)$	$2.784 \times 10^7$	$3.486 \times 10^7$	$6.278 \times 10^{11}$	$1.963 \times 10^{13}$
$\sqrt{V(T)}$	$5.276 \times 10^8$	$5.905 \times 10^8$	$7.924 \times 10^5$	$4.430 \times 10^6$
CV	0.3312	0.1147	0.8520	0.7051

5である。4種類の応力レベルについて、それぞれ20～26本の試験片を用いて疲労寿命のばらつきを評価した。

本研究の目的とするFRPの多段プログラム荷重下での累積被害法則を把握するためには、その基礎となるS-N曲線をできるだけ正確に確立しなければならない事はいうまでもない。本研究では、各応力レベルでの寿命のばらつきを



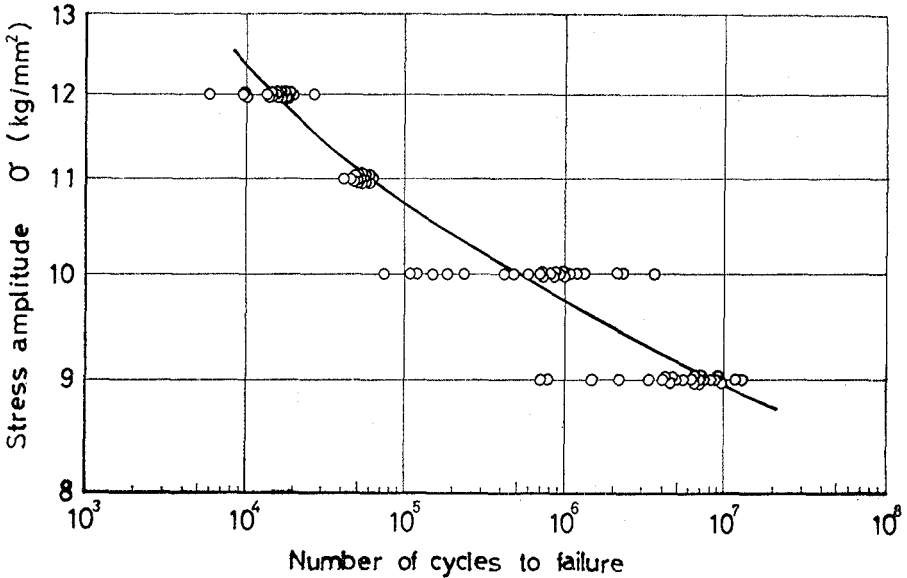


Fig. 5. Original S-N diagram.

評価するために、疲労寿命分布モデルとして2母数ワイブル分布を採用した。<sup>(5)(6)</sup>

周知のごとく2母数ワイブル分布は2つの母数—形状母数 $\alpha$ 、尺度母数 $\beta$ —によって特徴づけられ、確率密度関数 $f(t)$ 、累積分布関数 $F(t)$ 、ならびに信頼度関数 $R(t)$ はそれぞれ次式で表わされる。

$$f(t) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha-1} \exp\left\{-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha\right\} \quad (1)$$

$$F(t) = \int_0^t f(\xi) d\xi = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha\right\} \quad (2)$$

$$R(t) = 1 - F(t) = \exp\left\{-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha\right\}, \quad t \geq 0 \quad (3)$$

このような疲労寿命 $T$ の母集団より、 $n$ 個のランダムサンプルを抽出して、それらを大きさの順に並べた $n$ 個の順序統計量を $T_1 \leq T_2 \leq \dots \leq T_i \leq \dots \leq T_n$ とすると、第 $i$ 番目の順序統計量 $T_i$ の出現確率の期待値は、

$$E[F(T_i)] = E[P_r(T \leq T_i)] = \frac{i}{n+1} \quad (4)$$

である。また (2) 式より

$$\ln \ln \frac{1}{1-F(t)} = \alpha (\ln t - \ln \beta) \quad (5)$$

であるから、縦軸に  $\ln \ln \frac{1}{1-\{i/(n+1)\}}$ 、横軸に  $\ln t_i$  もしくは  $\log t_i$  を関数目盛でとって打点すれば、その直線性を調べることにより、疲労寿命がワイブル分布に従うか否かの検定ができる。

各応力レベルでのワイブル形状母数  $\alpha$ 、尺度母数  $\beta$  の値の推定は APP. III に付記した最小自乗法 (Least Square Method, L. S. M.) を用いコンピュータにより算出した。APP. III に示した (III-4), (III-5) 式に、先述の  $y_i = \ln \ln \{1/(1-F(t_i))\}$ ,  $x_i = \ln t_i$  を代入すると

$$a = \frac{n \sum_{i=1}^n \left[ \ln \ln \left\{ 1/(1-F(t_i)) \right\} \right]^2 - \left[ \sum_{i=1}^n \ln \ln \left\{ 1/(1-F(t_i)) \right\} \right]^2}{n \sum_{i=1}^n \ln t_i \cdot \ln \ln \left\{ 1/(1-F(t_i)) \right\} - \sum_{i=1}^n \ln t_i \cdot \sum_{i=1}^n \ln \ln \left\{ 1/(1-F(t_i)) \right\}} \quad (6)$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n \ln t_i \cdot \ln \ln \left\{ 1/(1-F(t_i)) \right\} \cdot \sum_{i=1}^n \ln \ln \left\{ 1/(1-F(t_i)) \right\} - \sum_{i=1}^n \ln t_i \sum_{i=1}^n \left[ \ln \ln \left\{ 1/(1-F(t_i)) \right\} \right]^2}{n \sum_{i=1}^n \ln t_i \cdot \ln \ln \left\{ 1/(1-F(t_i)) \right\} - \sum_{i=1}^n \ln t_i \cdot \sum_{i=1}^n \ln \ln \left\{ 1/(1-F(t_i)) \right\}} \quad (7)$$

となって、 $a$ ,  $b$  が推定され、その結果  $\alpha = a$ ,  $\beta = \exp(-a/b)$  より  $\alpha$ ,  $\beta$  が求まる。なお、実際のデータをその大きさの順に並べた各順位付きデータ  $t_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ) の確率  $F(t_i)$  は平均ランク法により  $F(t_i) = i/(n+1)$  で評価するものとした。

さらに、疲労寿命  $T$  の期待値  $E[T]$ , 分散  $V[T]$ , 変動係数  $CV$  はそれぞれ以下のように与えられる。

$$E[T] = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt = \beta \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \quad (8)$$

$$\begin{aligned} V[T] &= E[T^2] - (E[T])^2 \\ &= \beta^2 \left\{ \Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \right\} \quad (9) \end{aligned}$$

$$CV = \sqrt{V[T]/E[T]}$$

$$= \sqrt{\Gamma(1 + \frac{2}{\alpha}) - \Gamma^2(1 + \frac{1}{\alpha}) / \Gamma(1 + \frac{1}{\alpha})} \quad (10)$$

ここで  $\Gamma(\cdot)$  はガンマ関数を意味する。

平均ランク法により累積確率を評価し、各応力レベルでの疲労寿命（繰返し数）をワイブル確率紙上へプロットしたものが Fig. 6 である。図中、実験点

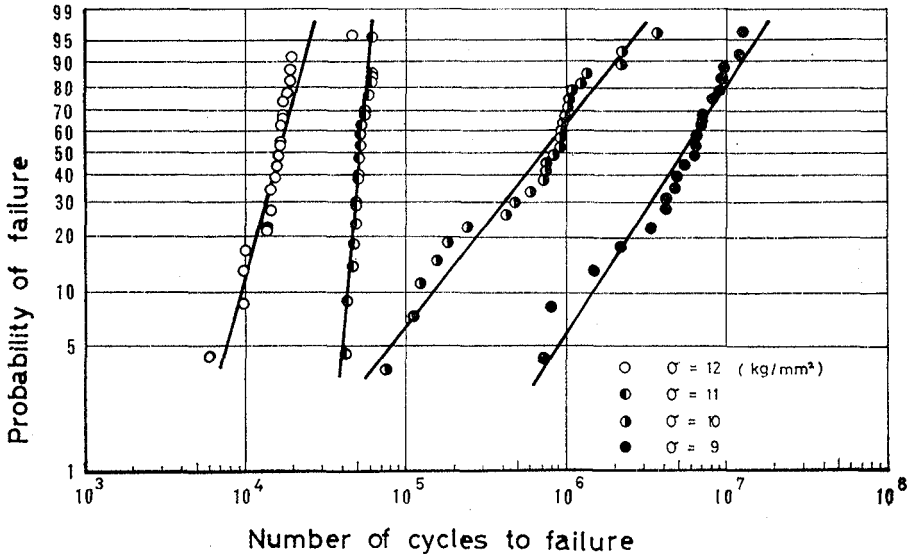


Fig. 6. Fatigue life dispersions (Weibull distribution).

に最小自乗法を適用した直線を実線で示しており、この直線の傾斜は言うまでもなく形状母数  $\alpha$  に関連したものである。図より明らかなように、中寿命領域 ( $10^5 \sim 10^6$  サイクル) において直線の傾きが緩やかとなり、形状母数  $\alpha$  の値は最も小さくなる。すなわち、ばらつき幅がこの領域で最も大きいことを示す。したがって、この領域において、設計安全寿命は低めに考えなければならない。この事については著者らの先の報告<sup>(7)(8)</sup>に詳しい。

さて、ここで参考までに得られた疲労寿命データに以下に示す対数正規分布 ( $\ln T$  の平均  $\mu$ , 標準偏差  $\sigma$ ) を適用し、その適合性を評価してみる。

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma t} \exp\left\{-\frac{(\ln t - \mu)^2}{2\sigma^2}\right\}, \quad t > 0 \quad (11)$$

$$F(t) = \int_0^t f(\xi) d\xi = \Phi\left\{\frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right\} \quad (12)$$

実験結果を対数正規確率紙上へプロットしたものが Fig. 7 である。図中、 $\hat{\mu}$ ,  $\hat{\sigma}$  はそれぞれ  $\mu$  と  $\sigma$  の推定値である。この場合も、全体的には比較的良い

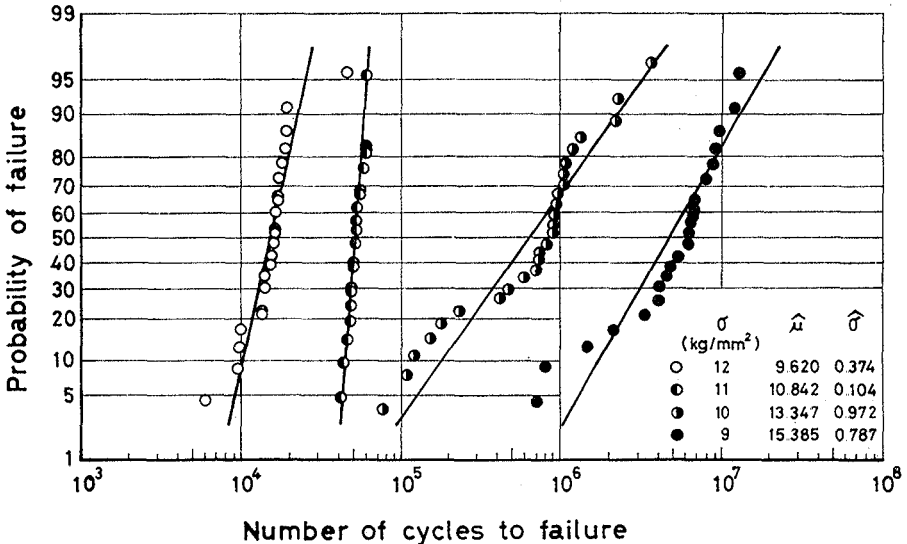


Fig. 7. Fatigue life distributions (Log-normal distribution).

直線性を示し、中寿命域においてやや直線からはずれる傾向はワイブル分布の場合と同様である。この領域については先の報告で考察を加えたごとく、試料の最終破断に対して層間はく離が主たる役割を果たした場合と、繊維破損の蓄積が主として支配した場合の二つの破断様式に分離することが予想され、したがってこの寿命域については、たとえば混合型分布を適用するなどの考慮が必要であると思われる。本論文では、FRPの疲労寿命がワイブル分布あるいは対数正規分布のどちらの単一分布によりよく従うかという点に関して明確な差異が認められないゆえ、一応幅広い適応性を有し、かつ数学的取扱いの簡便な2母数ワイブル分布に基づいて論議を進めることにする。

得られた疲労寿命データに基づき炭素繊維FRPについて、破壊確率がそれぞれ5, 10, 50, 90, 95%の場合のP-S-N線図をFig. 8に示す。なお、疲労寿

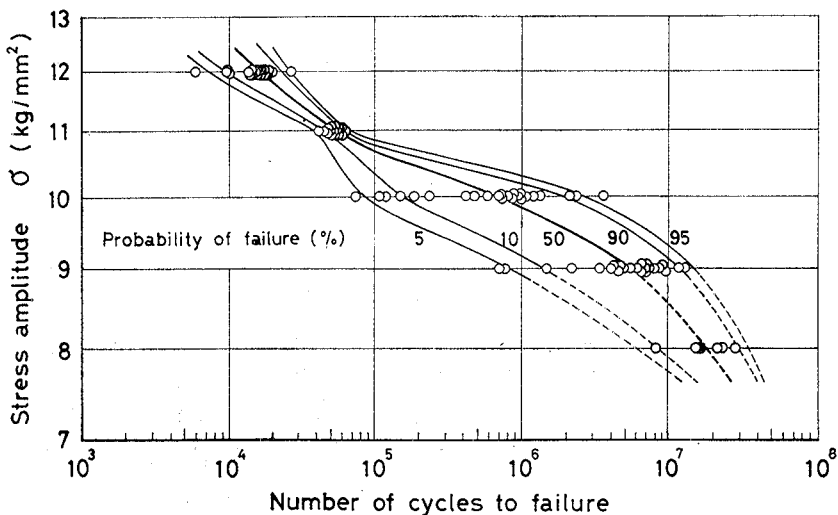


Fig. 8. P-S-N diagram.

命が $10^7$ 回以上のデータとしては、 $\sigma = 8 \text{ kg/mm}^2$  の場合のものを前報<sup>(7)</sup>より引用し、参考までに同図中に破線で示した。この図からも、中寿命領域 ( $10^5 \sim 10^6$  サイクル) においてばらつきの幅が大きいことが明らかである。

Fig. 9 に示す如く、応力レベルと寿命の期待値との間に直線性を仮定する

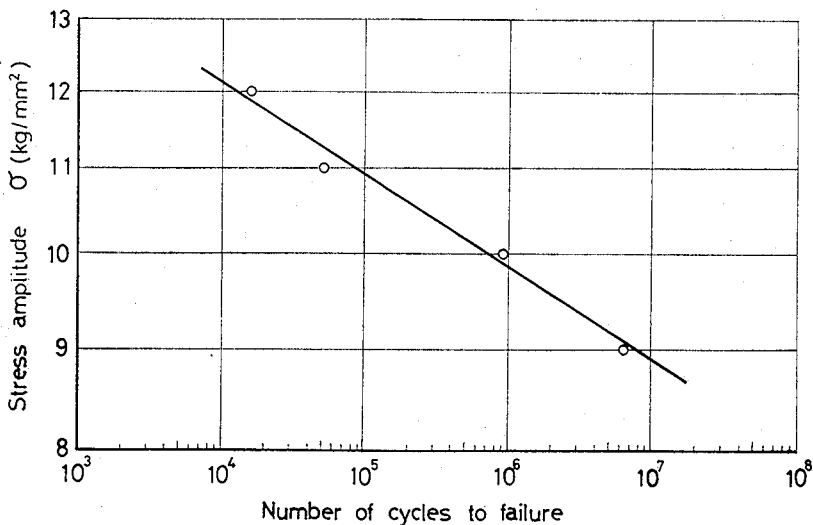


Fig. 9. Relation between applied stress level and expected fatigue life.

ならば、この関係は最小自乗法により次式で近似することができる。

$$\sigma_i^{22} \cdot N = 9.958 \times 10^{27} \tag{13}$$

4・1・2 多段多重重複（多段プログラム）荷重疲労試験結果

Table 5 は一次応力が  $\sigma_1$  で、その時の繰返し数比が  $n_1/N_1 = \frac{1}{2}$  の時点で  $\sigma_1$

Table 5. Fatigue test results under 2-step stress amplitude.  
(High-Low type,  $n_1/N_1=1/2$ )

<i>i</i>	$\sigma_i(\text{kg/mm}^2)$	$N_f(\times 10^2)$	$n_i(\times 10^2)$	$N_i(\times 10^2)$	$n_i/N_i$	$\Sigma(n_i/N_i)$
1 2	12 9	76220	80 76140	159.3 62830.0	0.50 1.21	1.71
1 2	12 9	90421	80 90341	159.3 62830.0	0.50 1.44	1.94
1 2	12 9	102807	80 102727	159.3 62830.0	0.50 1.63	2.13
1 2	12 9	156429	80 156349	159.3 62830.0	0.50 2.49	2.99
1 2	12 9	183953	80 183873	159.3 62830.0	0.50 2.93	3.43
1 2	11 9	71683	257 71426	514.7 62830.0	0.50 1.14	1.64
1 2	11 9	72828	257 72571	514.7 62830.0	0.50 1.16	1.66
1 2	11 9	73401	257 73144	514.7 62830.0	0.50 1.16	1.66
1 2	11 9	87203	257 86946	514.7 62830.0	0.50 1.38	1.88
1 2	11 9	99165	257 98908	514.7 62830.0	0.50 1.57	2.07
1 2	10 9	31087	4650 26437	9300.0 62830.0	0.50 0.42	0.92
1 2	10 9	36770	4650 32120	9300.0 62830.0	0.50 0.51	1.01
1 2	10 9	56344	4650 51694	9300.0 62830.0	0.50 0.82	1.32
1 2	10 9	79133	4650 74483	9300.0 62830.0	0.50 1.19	1.69
1 2	10 9	132080	4650 127430	9300.0 62830.0	0.50 2.03	2.53
1 2	10 9	132900	4650 128250	9300.0 62830.0	0.50 2.04	2.54

よりも小なる二段目の応力 $\sigma_2$ に落とした、いわゆる High-Low type の2段2重重複荷重疲労試験結果を示したもので、また同結果を用いて、破断までの総繰返し数に及ぼす一次応力の大きさの影響を調べたものが Fig. 10 である。

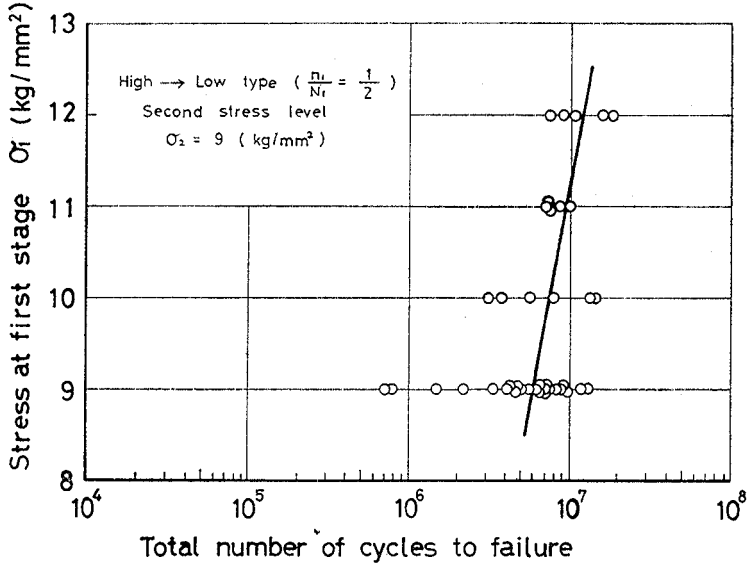


Fig. 10. Effect of primary stress level on actual fatigue life

一次応力が高いほど、トータル寿命は長くなる傾向が観察される。

Fig. 11 は二次応力下での繰返し数をワイブル確率紙上へ打点し、これと定応力疲労試験における応力が  $9 \text{ kg/mm}^2$  の場合の疲労寿命分布との比較を示したものである。いずれの場合も定応力疲労試験における応力が  $9 \text{ kg/mm}^2$  の疲労寿命よりも寿命が伸びており、一次応力と二次応力の差が大なる程両者の相違が顕著となる傾向がある。

さらに同じ結果から累積繰返し数比  $\sum_{i=1}^2 n_i/N_i$  に及ぼす一次応力と二次応力の比  $\sigma_1/\sigma_2$  の影響を Fig. 12 に示す。  $\sum_{i=1}^2 n_i/N_i$  は  $\sigma_1/\sigma_2$  の増大につれ、ほぼ直線的な増加を示した。そこで、一定応力疲労試験 ( $\sigma_1 = \sigma_2 = 9 \text{ kg/mm}^2$ ) に対する  $\sum_{i=1}^2 n_i/N_i$  の値を1として、この点を通る直線でこれらの関係を近似した結果、以下のような式で表わされることが分かった。

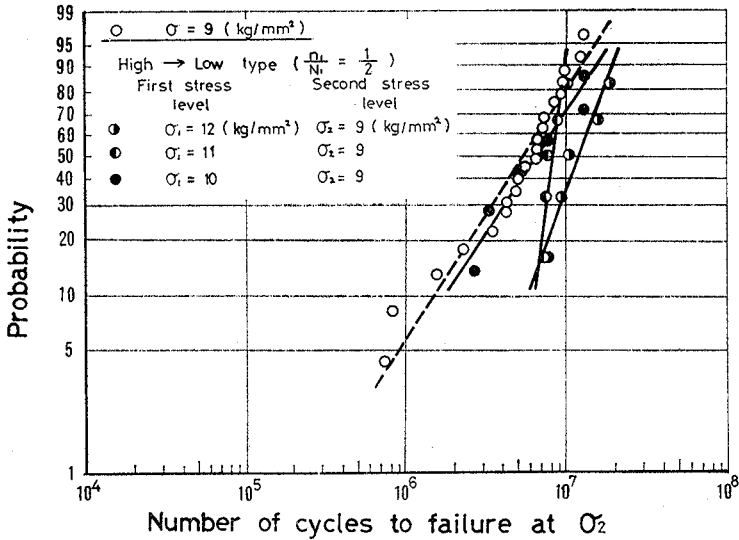


Fig. 11. Fatigue life distribution at secondary stress level  $\sigma_2$ . (High-Low type,  $n_1/N_1 = \frac{1}{2}$ )

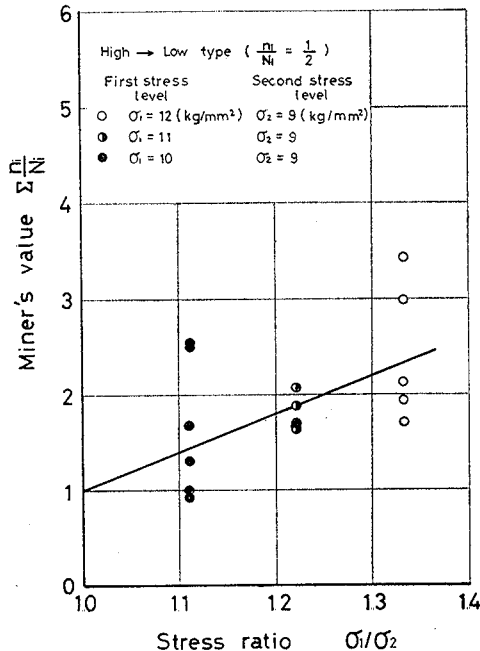


Fig. 12. Effect of stress ratio  $\sigma_1/\sigma_2$  on cumulative cycle ratio  $\sum(n_i/N_i)$



$$\sum_{i=1}^2 \frac{n_i}{N_i} = 3.97 \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right) - 2.97, \quad \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \geq 1 \quad (14)$$

また、この場合、一次応力での繰返し数比はすべて  $n_1/N_1 = \frac{1}{2}$  であり、この値を累積繰返し数比  $\sum_{i=1}^2 n_i/N_i$  から差し引いた値、すなわち、 $n_2/N_2$  はいずれの応力比においてもすべて1以上となるわけで、破断まで終始二次応力のみを負荷した場合の疲労寿命よりもさらに大きくなる現象は興味深い。

<sup>(10)</sup> Kommers らは0.3% Cの炭素鋼の2段2重重複荷重疲労試験において同様の傾向が得られたことをすでに報告している。

次に、2段プログラム荷重下での疲労寿命の分散について検討したのが Fig. 13である。縦軸に二次応力  $\sigma_2$  に対する寿命のばらつきをワイブル形状母数  $\alpha$

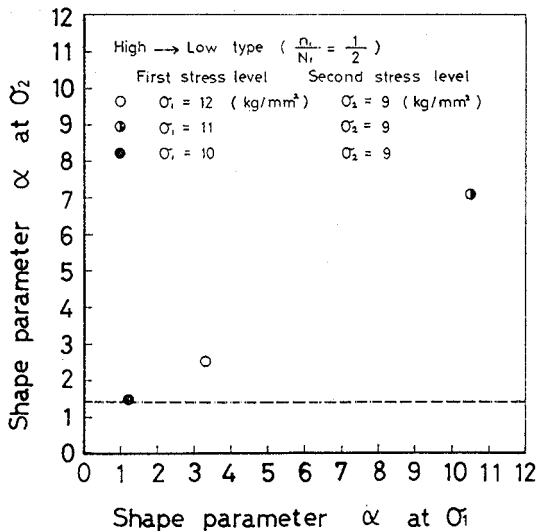


Fig. 13. Relation between shape parameters in the fatigue life distribution at the second step and at the foregoing first step in the two-step program fatigue test.

で代表し、横軸に一次応力  $\sigma_1$  に対する寿命のばらつきを定応力疲労試験結果の  $\alpha$  で示した。図中、参考のため、定応力疲労試験の  $\sigma = 9 \text{ kg/mm}^2$  に対する  $\alpha$  の値を破線で表わしてある。2段2重重複荷重下での寿命のばらつきは、ばらつきの小さい応力レベルを一次応力として用いるほど相対的に小さくなるということが判明した。言い換えると、二次応力での寿命の分散の量は、それ以

前に材料が経過してきた一次応力レベルでの寿命の分散と密接な関係があり、したがって先に寿命の分散が大きい応力レベルでの繰返し履歴を受けた場合ほどその後の応力レベルでの疲労寿命の分散も大きく現れる。

Fig. 14 は High-Low type の 2 段 2 重重複荷重疲労試験において、縦軸に実験で得た破断までの総繰返し数  $N_{ex}$ 、横軸に Fig. 5 の S-N 曲線から直線被害法則を用いて得た疲労寿命の計算値  $N_{th}$  を示したものである。二次応力はすべて  $9 \text{ kg/mm}^2$  である。いずれの一次応力の場合においても、総繰返し数 (実寿命) は直線被害法則による推定値よりもかなり大めになっていることが分かる。

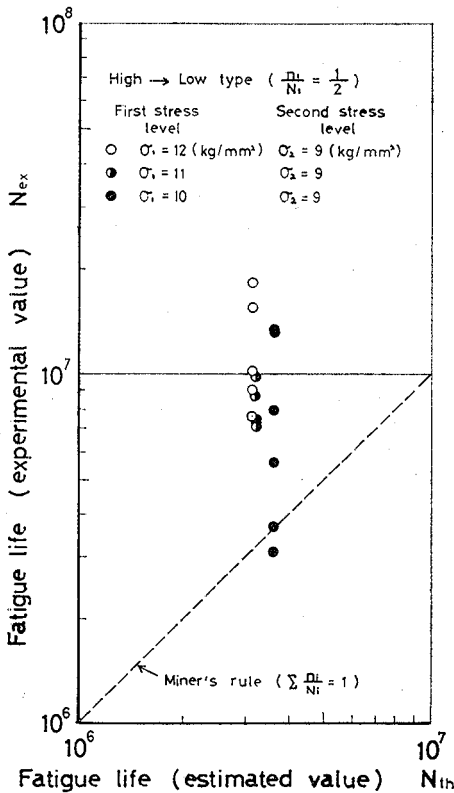


Fig. 14. Estimated fatigue life value vs. experimental data (High-Low type,  $n_1/N_1 = \frac{1}{2}$ ).

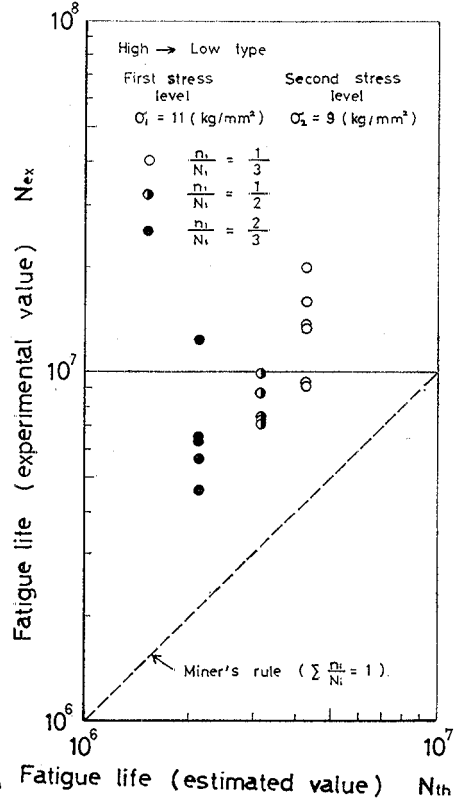


Fig. 15. Estimated fatigue life value vs. experimental data (High-Low type,  $\sigma_1 = 11 \text{ kg/mm}^2$ ,  $\sigma_2 = 9 \text{ kg/mm}^2$ ).

さて、同じ関係を一次応力の繰返し数比  $n_i/N_i$  をパラメータにとり実験した

Table 6. Fatigue test results under 2-step stress amplitude.  
(High-Low type;  $n_i/N_i$  is varied.)

$i$	$\sigma_i(\text{kg/mm}^2)$	$N_f(\times 10^2)$	$n_i(\times 10^2)$	$N_i(\times 10^2)$	$n_i/N_i$	$\Sigma(n_i/N_i)$
1 2	11 9	91173	172 91001	514.7 62830.0	0.33 1.45	1.78
1 2	11 9	92500	172 92328	514.7 62830.0	0.33 1.47	1.80
1 2	11 9	132712	172 132540	514.7 62830.0	0.33 2.11	2.44
1 2	11 9	132766	172 132594	514.7 62830.0	0.33 2.11	2.44
1 2	11 9	157796	172 157624	514.7 62830.0	0.33 2.51	2.84
1 2	11 9	198099	172 197929	514.7 62830.0	0.33 3.15	3.48
1 2	11 9	71683	257 71426	514.7 62830.0	0.50 1.14	1.64
1 2	11 9	72828	257 72571	514.7 62830.0	0.50 1.16	1.66
1 2	11 9	73401	257 73144	514.7 62830.0	0.50 1.16	1.66
1 2	11 9	87203	257 86946	514.7 62830.0	0.50 1.38	1.88
1 2	11 9	99165	257 98908	514.7 62830.9	0.50 1.57	2.07
1 2	11 9	46233	343 45890	514.7 62830.0	0.67 0.73	1.40
1 2	11 9	56373	343 56030	514.7 62830.0	0.67 0.89	1.56
1 2	11 9	63993	343 63650	514.7 62830.0	0.67 1.01	1.68
1 2	11 9	65112	343 64769	514.7 62830.0	0.67 1.03	1.70
1 2	11 9	123350	343 123007	514.7 62830.0	0.67 1.96	2.63

結果が Table 6 であり、それを図示したのが Fig. 15 である。この場合も各繰返し数比のいずれにおいても、計算値より実験値がかなり高めに現れた。

Low-High type に対する同様の実験結果を Table 7 に示し、その図示を Fig. 16 に与えた。パラメータは繰返し数比  $n_1/N_1$  である。この場合も各繰返し数比とも、 $N_{ex}$  は  $N_{th}$  よりも若干大きくなった。Low-High type の場合、実

Table 7. Fatigue test results under 2-step stress amplitude.

(Low-High type;  $n_1/N_1$  is varied.)

$i$	$\sigma_i(\text{kg/mm}^2)$	$N_f(\times 10^2)$	$n_i(\times 10^2)$	$N_i(\times 10^2)$	$n_i/N_i$	$\Sigma(n_i/N_i)$
1 2	9 11	21095	20943 152	62830.0 514.7	0.33 0.30	0.63
1 2	9 11	21180	20943 237	62830.0 514.7	0.33 0.46	0.79
1 2	9 11	21304	20943 361	62830.0 514.7	0.33 0.70	1.03
1 2	9 11	21492	20943 549	62830.0 514.7	0.33 1.07	1.40
1 2	9 11	31615	31415 200	62830.0 514.7	0.50 0.39	0.89
1 2	9 11	31726	31415 311	62830.0 514.7	0.50 0.60	1.10
1 2	9 11	31762	31415 347	62830.0 514.7	0.50 0.67	1.17
1 2	9 11	32059	31415 644	62830.0 514.7	0.50 1.25	1.75
1 2	9 11	32242	31415 827	62830.0 514.7	0.50 1.61	2.11
1 2	9 11	32328	31415 913	62830.0 514.7	0.50 1.77	2.27
1 2	9 11	42156	41887 269	62830.0 514.7	0.67 0.52	1.19
1 2	9 11	42279	41887 392	62830.0 514.7	0.67 0.76	1.43
1 2	9 11	42601	41887 714	62830.0 514.7	0.67 1.39	2.06

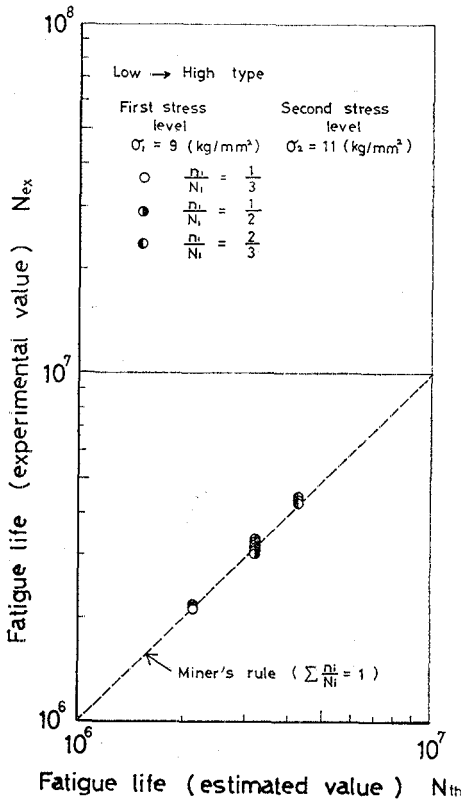


Fig. 16. Estimated fatigue life value vs. experimental data (Low-High type).

験で得られた総繰返し数はマイナー則による計算値と比較に近い結果が得られた。しかしながら、この場合には  $\sigma_1$  に対する寿命 ( $N_1=6.283 \times 10^6$  サイクル) に比して  $\sigma_2$  での寿命が非常に小さく ( $N_2=5.147 \times 10^4$  サイクル)、少々の  $N_2$  の変動があっても総繰返し数  $N_{ex}$  に及ぼす影響は極めて小さいことを考えれば、一概に直線被害法則が適用できるかどうかは言えない。この点については、 $N_1$  と  $N_2$  にあまり差のない二次応力レベルを選んで確かめる必要があると考えられる。

さらに詳しくこれらの関係を調べるために、一次応力での繰返し数比  $n_1/N_1$  と二次応力での繰返し数比  $n_2/N_2$  の関係を Fig. 17 に示す。

図より明らかな如く、High-Low type, Low-High type とともにマイ

ナー則によるよりも高めになっている。特に、High-Low type の場合にこの傾向は顕著で、FRP に対しては直線被害法則は適用できないことが分かる。

さて、多段階プログラム荷重下での疲労損傷理論は周知のごとく以下のような基本的な形で表わされる。ここに  $D_i$  は損傷量を表す。

$$D_i = f\left(\frac{n_i}{N_i}\right) \tag{15}$$

例えば、Miner<sup>(11)</sup> 他は繰返し荷重によって生じる損傷の量が実際に作用した繰返し数比に等しいと考え、次式で損傷を定義している (Fig.18参照)。

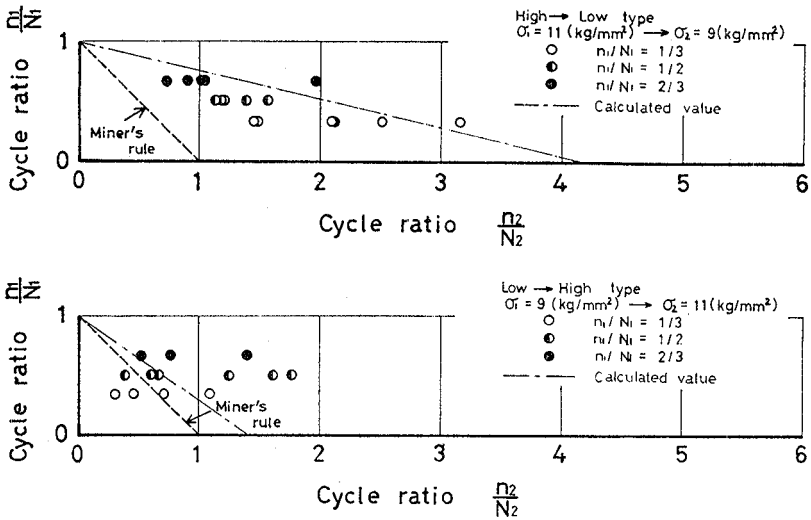


Fig. 17. Relation between  $n_1/N_1$  and  $n_2/N_2$  (two-step stress amplitude).

$$D_i = \frac{n_i}{N_i} \tag{16}$$

また、負荷応力の段数を  $m$  とするとき、総損傷量  $D$  が次式

$$D = \sum_{i=1}^m D_i = \sum_{i=1}^m \frac{n_i}{N_i} = 1 \tag{17}$$

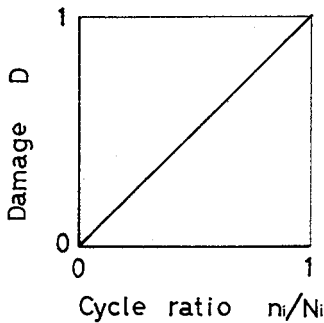


Fig. 18. Cycle ratio vs. damage curve (linear).

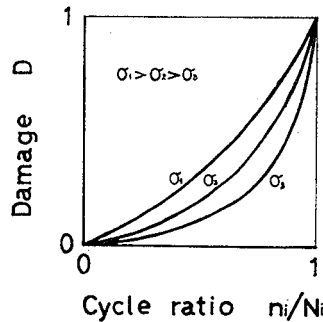


Fig. 19. Cycle ratio vs. damage curve (non-linear).

を満足したときに破壊が生じるとするのがマイナー則<sup>APP II</sup>あるいは直線被害法則と呼ばれるものである。

一方、たとえば Marco, Starkey<sup>(12)</sup>らによれば、Fig. 19に示す如く、被害の量と繰返し数比は必ずしも線形関係にないとして次式による表現を採用する。

$$D_i = \left( \frac{n_i}{N_i} \right)^{x_i}, \quad x_i > 1 \quad (18)$$

したがって、破壊が生じる条件は

$$\sum_{i=1}^m \left( \frac{n_i}{N_i} \right)^{x_i} = 1 \quad (19)$$

となる。ただし、 $m$ は先程と同じく負荷応力の段数を表す。

しかしながら、本研究においては、FRPに対する多段多重重複荷重下での疲労寿命は先述の如く、 $n_2/N_2$ が1より大きくなる場合が生じた。言い換えると、一次応力と異なる二次応力に切り換えると、なかには全く損傷を受けないばかりでなく、かえって強化される場合もあるわけで、この傾向は特に一次応力が二次応力よりも大きい場合に顕著であった。また、著者らは、先にある適度の繰返し荷重を受けた後のFRPの残留強度はときには元の強度の100%あるいはそれ以上の強度を保持することがあることを報告しており、また Sturgeon<sup>(14)</sup>も炭素繊維強化プラスチック (Carbon Fiber Reinforced Plastics, CFRP) について同様の傾向があることを指摘している。本研究の2段2重重複荷重疲労試験においてもFRP特有とも思えるこれと類似した傾向が得られたわけで、したがってFRPにおいては損傷という言葉の意味には一般性がなくなり、前記の(17)、(19)式の関係式をそのままFRPの累積被害法則として適用することは妥当でないことを示唆するものである。以上のような観点からFRPに対しては以下に示すマイナー則の修正式を用いるのが妥当だと思われる。

$$\sum_{i=1}^{m-1} \frac{n_i}{N_i} + \delta \frac{n_m}{N_m} = 1, \quad \sum_{i=1}^{m-1} \frac{n_i}{N_i} > 0 \quad (20)$$

ところで、材料の疲労限度以上の応力に対して基本S-N曲線の形が

$$\sigma^b \cdot N = C \quad (21)$$

なる関係にある場合には(20)式は次のように変形できる。

$$\sum_{i=1}^{m-1} \frac{n_i}{N_i} + \delta \frac{n_m}{N_1} \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_1} \right)^b = 1, \quad \sum_{i=1}^{m-1} \frac{n_i}{N_i} > 0 \quad (22)$$

特に2段2重重複荷重に対しては次のようになる。

$$\frac{n_1}{N_1} + \delta \frac{n_2}{N_1} \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right)^b = 1, \quad \frac{n_1}{N_1} > 0 \quad (23)$$

ここで、 $\delta$  は一次応力、および二次応力の大きさ、さらには一次応力の繰返し数比等に関連した修正係数である。 $\delta < 1$  ならば、累積繰返し数比は  $\sum_{i=1}^m n_i/N_i > 1$  となり、 $\delta > 1$  ならば、 $\sum_{i=1}^m n_i/N_i < 1$  となる。また、 $\delta = 1$  でマイナー則に帰着する。

実験結果より、 $\delta$  の値と、一次応力と二次応力の比  $\sigma_1/\sigma_2$  との関係調べたのが Fig. 20 である。各応力比とも一次応力の繰返し数比は  $n_1/N_1 = 1/2$  である

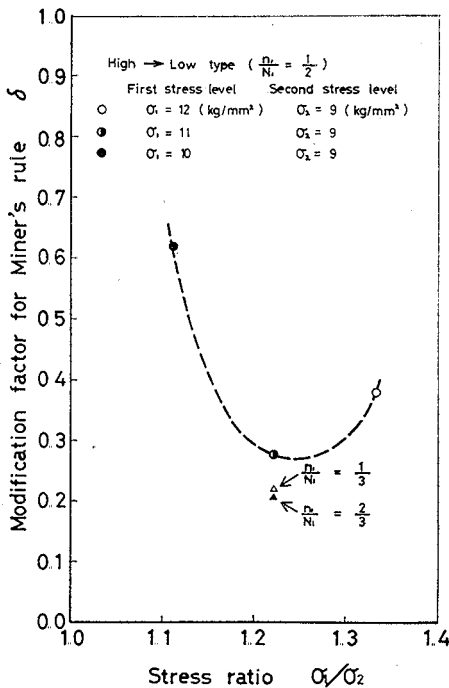


Fig. 20. Modification factor  $\delta$  for various stress ratios.

が、比較のため  $\sigma_1/\sigma_2 = 1.22$  ( $\sigma_1 = 11 \text{ kg/mm}^2$ ,  $\sigma_2 = 9 \text{ kg/mm}^2$ ) の場合について  $n_1/N_1 = 1/3$ ,  $2/3$  の結果を示した。その結果、 $\delta$  の値は応力比  $\sigma_1/\sigma_2$  によって大きく変わるが、繰返し数比  $n_1/N_1$  による影響は小さい。

応力比  $\sigma_1/\sigma_2 = 1.22$  ( $\sigma_1 = 11 \text{ kg/mm}^2$ ,  $\sigma_2 = 9 \text{ kg/mm}^2$ ) について得られた係数  $\delta$  の値を用いて (23) 式による計算結果と実験結果を比較したのが Fig. 21 である。ただし、 $\delta$  の値は  $n_1/N_1$  によってほとんど影響を受けないと仮定し、3つの繰返し数比 ( $n_1/N_1 = 1/3, 1/2, 2/3$ ) に対する  $\delta$  の値の平均値を用いた。



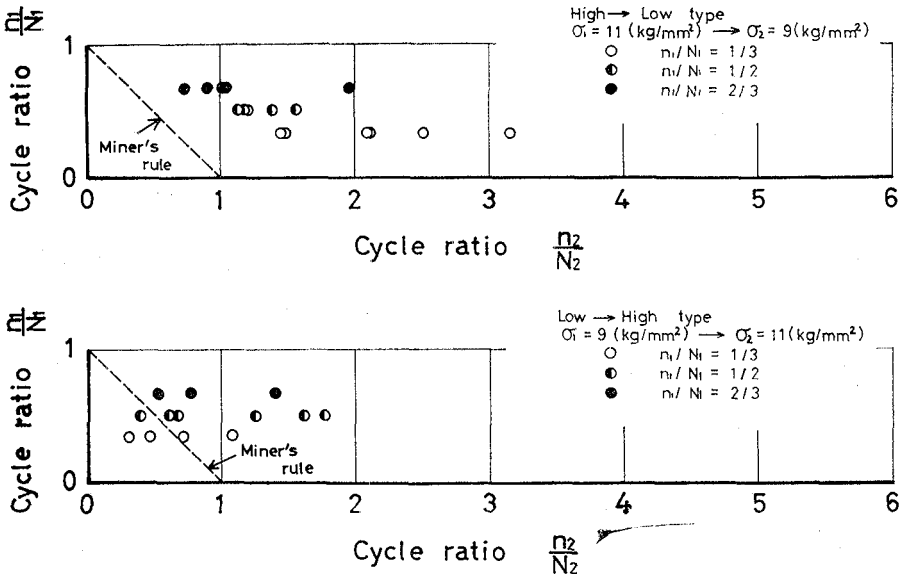


Fig. 21. Comparison between experimental data and calculated value.

その結果、計算結果は実験結果の全体的傾向を比較的良く表わしており、FRPの2段2重重複荷重下での被害法則は(23)式で推定できるものと思われる。一方、先に示した(14)式は累積繰返し数比が応力比σ<sub>1</sub>/σ<sub>2</sub>と線形関係にあるというもので、これが成り立つという仮定のもとでは

$$\frac{n_2}{N_2} = 3.97 \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right) - 2.97 - \frac{n_1}{N_1} \quad (24)$$

となり、さらに

$$\delta = \left( 1 - \frac{n_1}{N_1} \right) \frac{N_2}{n_2} \quad (25)$$

となる。したがって、(25)式に(24)式を代入すれば種々の応力比σ<sub>1</sub>/σ<sub>2</sub>について、一次応力の繰返し数比n<sub>1</sub>/N<sub>1</sub>の各場合に対するδの値が一応求まることになるが、これに関しては本研究で調べた応力比σ<sub>1</sub>/σ<sub>2</sub>が1.11~1.33でn<sub>1</sub>/N<sub>1</sub>=1/2という範囲内では(24)式の関係が成り立ったが、さらに広範囲のσ<sub>1</sub>/σ<sub>2</sub>およびn<sub>1</sub>/N<sub>1</sub>の場合について確認する必要がある。

また、信頼度がRでの各応力レベルにおける破壊までの繰返し数をN<sub>R1</sub>, N<sub>R2</sub>, …, N<sub>Rm</sub>とし、X<sub>Ri</sub>=N<sub>Ri</sub>/N<sub>i</sub>と表わすことにすれば、要求される信頼度

に応じた寿命の推定が可能となる。この場合  $X_{Ri}$  は一種の安全率のような役割をはたすものと考えることができる。

$$\sum_{i=1}^{m-1} \frac{n_i}{N_i X_{Ri}} + \delta \frac{n_m}{N_m X_{Rm}} = 1, \quad \sum_{i=1}^{m-1} \frac{n_i}{N_i} > 0 \quad (26)$$

$$N_{Ri} = \beta_i \left( \ln \frac{1}{R} \right)^{\frac{1}{\alpha_i}} \quad (27)$$

ここで、 $\alpha_i, \beta_i$  はそれぞれ  $i$  段目の応力レベルでの寿命分布（ワイブル分布）の形状母数と尺度母数の値を意味する。

次に、3段3重および4段4重重複荷重疲労試験の結果を Table 8 および Table 9 に示した。また、それらの結果を用いて、得られた累積繰返し数比  $\sum_{i=1}^m n_i/N_i$  を2段2重の場合とともに比較したが Fig. 22 である。2段2重の場合の応力は  $12\text{kg/mm}^2 \rightarrow 9\text{kg/mm}^2$  (繰返し数比は1/2), 3段3重の場合には  $12\text{kg/mm}^2 \rightarrow 10.5\text{kg/mm}^2 \rightarrow 9\text{kg/mm}^2$  (繰返し数比は1/3), 4段4重の場合には  $12\text{kg/mm}^2 \rightarrow 11\text{kg/mm}^2 \rightarrow 10\text{kg/mm}^2 \rightarrow 9\text{kg/mm}^2$  (繰返し数比は1/4) という応力順序で切り換えた。一次応力と最終次応力の比は各段疲労試験ともその値は9/12

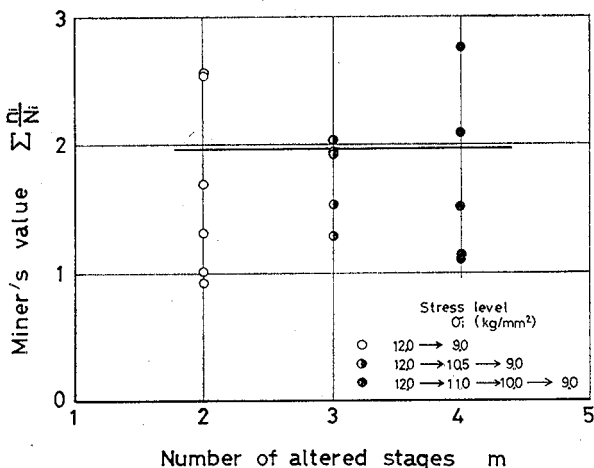


Fig. 22. Miner's value  $\sum(n_i/N_i)$  as regards the number of stress steps  $m$ .

Table 8. Fatigue test results under multi-step stress amplitude.

$i$	$\sigma_i(\text{kgmm}^2)$	$N_f(\times 10^2)$	$n_i(\times 10^2)$	$N_i(\times 10^2)$	$n_i/N_i$	$\Sigma(n_i/N_i)$
1 2	12 9	76220	80 76140	159.3 62830.0	0.50 1.21	1.71
1 2	12 9	90421	80 90341	159.3 62830.0	0.50 1.44	1.94
1 2	12 9	102807	80 102727	159.3 62830.0	0.50 1.63	2.13
1 2	12 9	156429	80 156349	159.3 62830.0	0.50 2.49	2.99
1 2	12 9	183953	80 183873	159.3 62830.0	0.50 2.93	3.43
1 2 3	12 11 10	9656	53 172 9431	159.3 514.7 9300.0	0.33 0.33 1.01	1.67
1 2 3	12 11 10	13284	53 172 13059	159.3 514.7 9300.0	0.33 0.33 1.40	2.06
1 2 3	12 11 10	15730	53 172 15505	159.3 514.7 9300.0	0.33 0.33 1.67	2.33
1 2 3	12 11 10	20818	53 172 20593	159.3 514.7 9300.0	0.33 0.33 2.21	2.87
1 2 3 4	12 11 10 9	24571	40 129 2325 22077	159.3 514.7 9300.0 62830.0	0.25 0.25 0.25 0.35	1.10
1 2 3 4	12 11 10 9	27055	40 129 2325 24561	159.3 514.7 9300.0 62830.0	0.25 0.25 0.25 0.39	1.14
1 2 3 4	12 11 10 9	49489	40 129 2325 46995	159.3 514.7 9300.0 62830.0	0.25 0.25 0.25 0.75	1.50
1 2 3 4	12 11 10 9	86552	40 129 2325 84058	159.3 514.7 9300.0 62830.0	0.25 0.25 0.25 1.34	2.09
1 2 3 4	12 11 10 9	129293	40 129 2325 126799	159.3 514.7 9300.0 62830.0	0.25 0.25 0.25 2.02	2.77

Table 9. Fatigue test results under multi-step stress amplitude.

$i$	$\sigma_i(\text{kg/mm}^2)$	$N_f(\times 10^2)$	$n_i(\times 10^2)$	$N_i(\times 10^2)$	$n_i/N_i$	$\sum(n_i/N_i)$
1	12	76220	80	159.3	0.50	1.71
2	9		76140	62830.0	1.21	
1	12	90421	80	159.3	0.50	1.94
2	9		90341	62830.0	1.44	
1	12	102807	80	159.3	0.50	2.13
2	9		102727	62830.0	1.63	
1	12	156429	80	159.3	0.50	2.99
2	9		156349	62830.0	2.49	
1	12	183953	80	159.3	0.50	3.43
2	9		183873	62830.0	2.93	
1	12.0	40480	53	159.3	0.33	1.30
2	10.5		776	2330.0	0.33	
3	9.0		39651	62830.0	0.63	
1	12.0	55636	53	159.3	0.33	1.54
2	10.5		776	2330.0	0.33	
3	9.0		54807	62830.0	0.87	
1	12.0	79821	53	159.3	0.33	1.93
2	10.5		776	2330.0	0.33	
3	9.0		78992	62830.0	1.26	
1	12.0	79924	53	159.3	0.33	1.93
2	10.5		776	2330.0	0.33	
3	9.0		79095	62830.0	1.26	
1	12.0	86766	53	159.3	0.33	2.04
2	10.5		776	2330.0	0.33	
3	9.0		85937	62830.0	1.37	
1	12	24571	40	159.3	0.25	1.10
2	11		129	514.7	0.25	
3	10		2325	9300.0	0.25	
4	9		22077	62830.0	0.35	
1	12	27055	40	159.3	0.25	1.14
2	11		129	514.7	0.25	
3	10		2325	9300.0	0.25	
4	9		24561	62830.0	0.39	
1	12	49489	40	159.3	0.25	1.50
2	11		129	514.7	0.25	
3	10		2325	9300.0	0.25	
4	9		46995	62830.0	0.75	
1	12	86552	40	159.3	0.25	2.09
2	11		129	514.7	0.25	
3	10		2325	9300.0	0.25	
4	9		84058	62830.0	1.34	
1	12	129293	40	159.3	0.25	2.77
2	11		129	514.7	0.25	
3	10		2325	9300.0	0.25	
4	9		126799	62830.0	2.02	

で一定である。同図に見られるように、2段2重、3段3重、4段4重とも

$\sum_{i=1}^m n_i/N_i$  の値は1以上となっている。

Fig. 23 は各種多段多重重複荷重疲労試験結果より、縦軸に実験値  $N_{ex}$  を、横軸に Fig. 5 の S-N 曲線から直線被害法則を用いて得た寿命の計算値  $N_{th}$  を示したものである。2段2重、3段3重、4段4重のいずれの場合にも、実験値は計算値よりもかなり高めになっていることが明らかである。

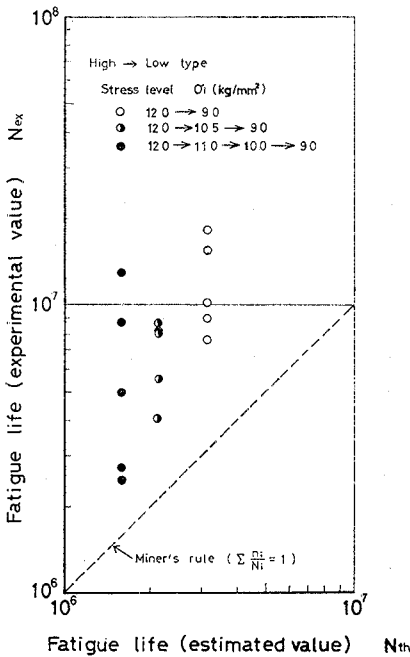


Fig. 23. Estimated fatigue life value vs. experimental data.

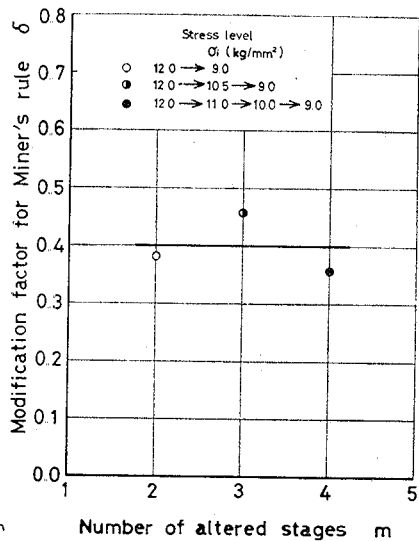


Fig. 24. Modification factor  $\delta$  as regards the number of stress steps  $m$ .

Fig. 24 は  $\delta$  の値と途中切り換えた応力レベルの数  $m$  の関係を示したものである。 $\delta$  の値は本研究の範囲内ではほぼ一定で約0.4付近となった。

さらに詳しくこれらの関係を調べるため、最終応力レベル前までの繰返し数比の総和  $\sum_{i=1}^{m-1} n_i/N_i$  と最終応力レベルでの繰返し数比  $n_m/N_m$  の関係を Fig. 25 に示す。図より明らかなように、各段ともマイナー則より高めになっており、この傾向は  $\sum_{i=1}^{m-1} n_i/N_i$  の値が小なるほど明確である。なお、図中、先に一定とみ

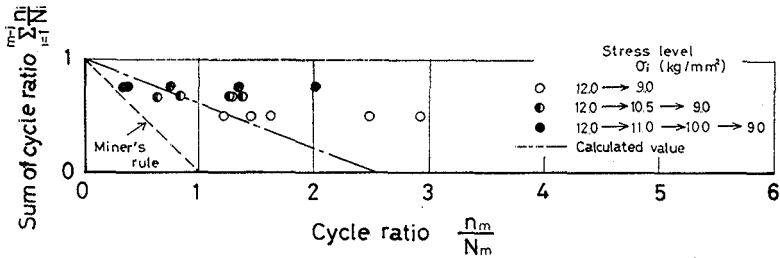


Fig. 25. Comparison between experimental data and calculated value.

なした  $\delta$  の値 ( $\delta=0.4$ ) を用い、マイナー則を修正した形の (22) 式による推定値を一点鎖線で示し、実験結果との比較を試みたが、この場合も良い一致性が観察された。

以上示したごとくFRPに対する多段多重重複荷重下での累積被害法則は (22) 式によって、いちおう現象論的には実験結果を忠実に表現することが可能である。今後はさらにこの現象の物理的意味づけのための研究をすすめていく必要があるものと考えられる。

#### 4・2 動電形実働荷重疲労試験結果

##### 4・2・1 FRPの疲労寿命の荷重波形依存性

実際の実働条件下においては材料、あるいは構造物に加わる荷重波形は極めて多種多様であるが、一般に実験室的には正弦波が疲労試験の波形として代表的に用いられるのが普通である。そこで、本節ではその他の波形がFRPに作用した時、その疲労寿命にどのような影響をもたらすのか、特にパルス波のような断続的な荷重波形のもとでFRPの界面状態に及ぼす影響が剛性低下としてどのように現れるのかという観点から、Fig. 4のブロックダイアグラムに示したような動電形実働荷重疲労試験機を設計試作し、FRPの疲労寿命に及ぼす入力波形の影響について検討した。

Function generator により加振機への入力波形を正弦波、パルス波、三角波の3種類に変化させ、変位一定制御のもとで、片持梁形両振り平面曲げ疲労試験を実施した。ところで、変位一定制御条件下での疲労試験では剛性低下に伴ない試験片に加わる実応力が減少するため、FRPのように曲げ弾性率の小さ

い複合材料では剛性低下が進んでも最終的には試験片は分離破断を起こさない。繰返し荷重負荷後、試験片内ではまず樹脂領域内で微視き裂が多数生じ、繰返し数の増加につれそのき裂密度はますます増加し、外観的には白化度を増<sup>(15)(16)</sup>す。剛性はそれに対応して徐々に低下してゆき、繊維—樹脂間の層間強度に著しい影響が生じた時、層間剝離により剛性は急激に低下することになる。しかしながら、積層板においては樹脂部に重大な損傷を受けたとしても、もう一方の構成材料であるガラス布を曲げの繰返して分離破断をひき起こすことは事実上不可能なことである。そこで、剛性の一定量低下の時期を疲れ破壊の時期とする方法が従来より用いられている。

Fig. 26~Fig. 28は入力波形がともに正弦波で、周波数が18Hz, 30Hz, 45Hzの3種類の場合の炭素繊維FRPの疲労試験中における剛性低下曲線である。剛性が低下する様子はロードセルからオシロスコープを通して連続的に観察、もしくは写真撮影する方法がよく用いられるが、本研究ではより正確な値を測定するため、一度トランジェントメモリに記憶させ、それをサーボコード上に逐時記録させる方法をとった。ASTM D671-63T に剛性保持率が 87.5% (7/8)

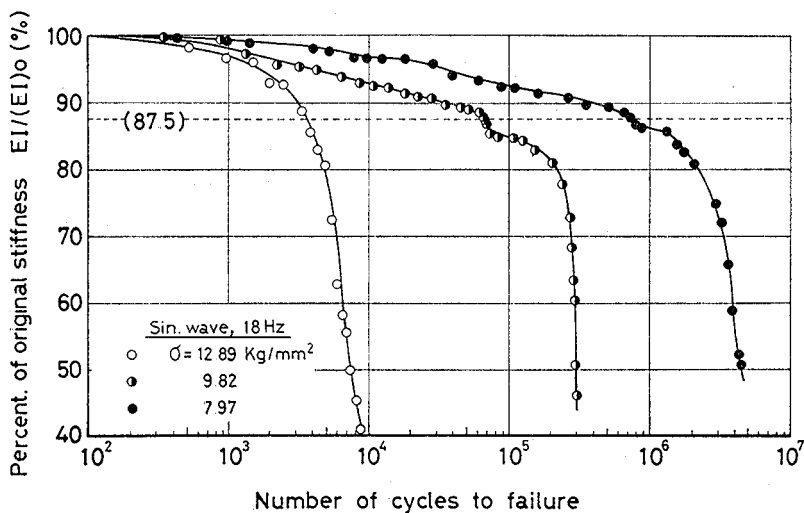


Fig. 26. Stiffness decay during fatigue (Sinusoidal wave, 18Hz).

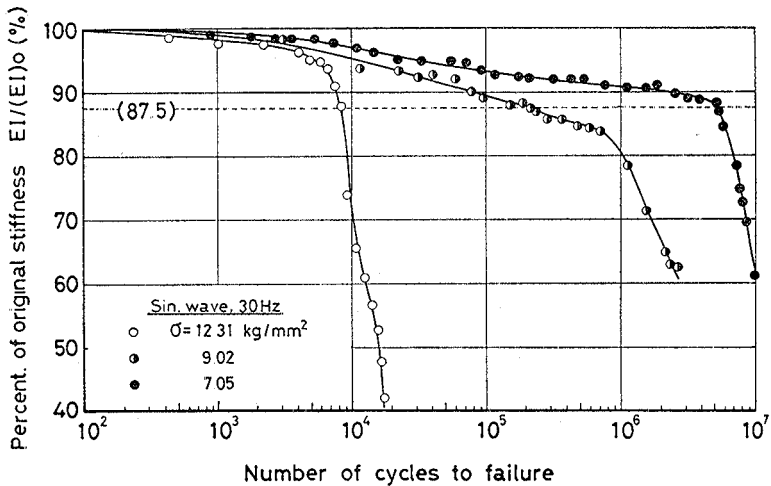


Fig. 27. Stiffness decay during fatigue (Sinusoidal wave, 30Hz).

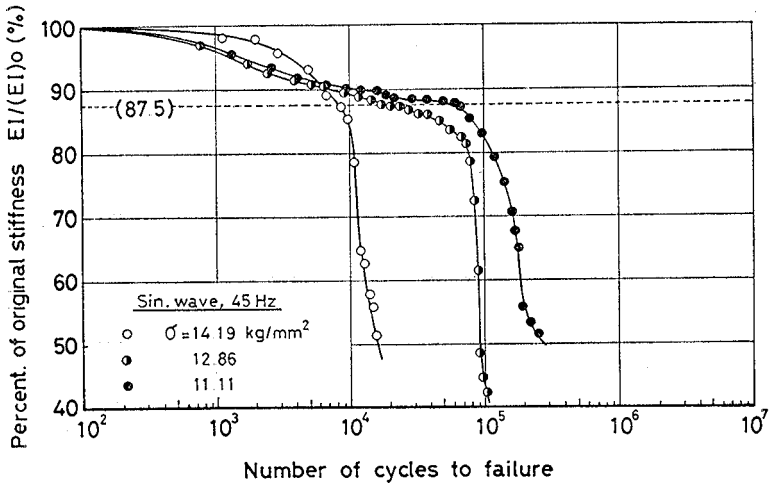


Fig. 28. Stiffness decay during fatigue (Sinusoidal wave, 45Hz).

に達したときを疲れ破壊の時期とすることが規定されており、また、FRPにおいては保持率が80%、もしくはそれ以下を疲れ破壊のクライテリアとして採用すべきだという説もある<sup>(17)</sup>。本実験によると、負荷応力レベルが高い場合には



剛性低下率が急増する時期は保持率で87.5%よりも高く、約95%程度のところである。この剛性低下率が急増する時期は応力レベルによってさまざまであり、中応力程度ではその時期は80%くらいの時である。それゆえに、一義的に一定値を設定することは困難で、むしろそれは設計基準に応じて決定されるべきものであると考えられる。たとえば、より安全側の設計をするためには87.5%よりも高い保持率で疲労破壊とみなさなければならない。

Fig. 29 および Fig. 30 は周波数がともに30 Hz で三角波およびパルス波を入力波形として用いた場合の剛性低下曲線である。この場合も剛性低下率の急増する時期は負荷応力レベルによってさまざまで、保持率が7/8より大きい場合も逆にそれよりも小さい場合もある。したがって全体的にみると、剛性低下率の急増する時期、すなわち、疲れ破壊の時期に対するクライテリアとして87.5% (7/8) をとるのは一応妥当であると考えられる。をれゆえ、以後はこれに基づいて議論を進めることにする。

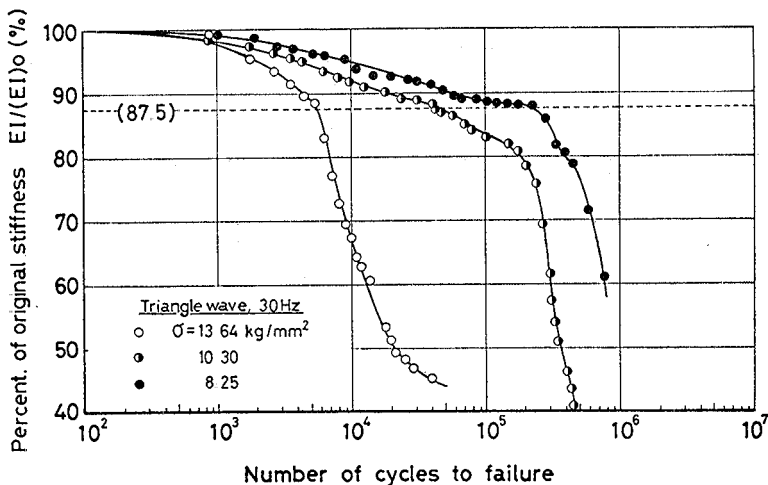


Fig. 29. Stiffness decay during fatigue (triangular wave, 30Hz).

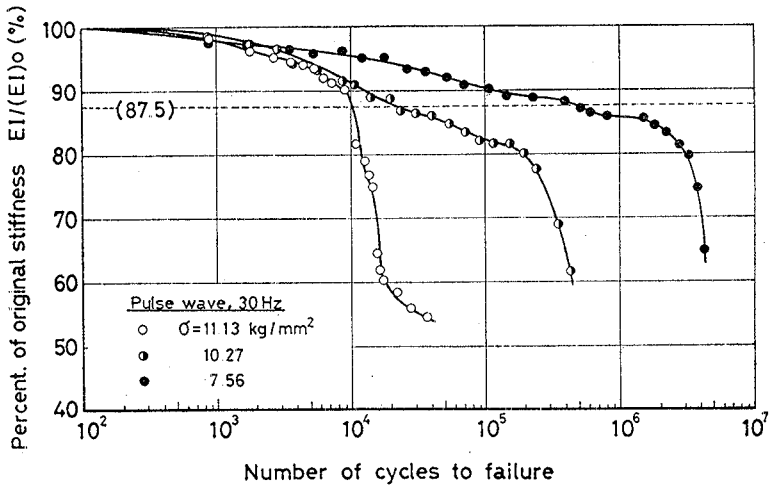


Fig.30. Stiffness decay during fatigue (pulse wave, 30Hz).

Table 10. Repeated bending fatigue test results. (Frequency;30Hz)

Wave type	$\sigma_a$ (kg/mm <sup>2</sup> )	N
Sinusoidal wave	12.31	8.56 × 10 <sup>3</sup>
	12.19	11.78
	11.59	17.30
	11.41	13.57
	10.99	18.86
	10.92	19.23
	10.83	21.43
	10.42	37.31
	10.14	43.71
	9.02	207.12
	8.94	216.17
8.61	451.79	
7.05	5140.15	
Triangular wave	13.64	5.54 × 10 <sup>3</sup>
	11.62	16.09
	10.30	43.15
	9.04	106.50
	8.25	240.12
Pulse wave	11.55	8.18 × 10 <sup>3</sup>
	11.13	9.57
	10.42	26.79
	10.27	22.04
	8.70	111.41
	7.56	471.95

Table 10 は疲労試験中に試験片の剛性保持率が7/8を切る時の繰返し数を疲労寿命と定めた場合の、各種入力波形に対する疲労試験結果を示したものである。また、この疲労寿命を横軸にとり、縦軸に最初に設定した応力振幅（繰返しに伴ない実応力は低下する）をとった、いわゆる S-N 曲線を示したものがFig. 31 である。なお、参考のため、Fig. 32 に初期応力振幅と片持梁先端部変位（これが疲労試験中、一定に制御される）との関係を示す。この図より設定した初期応力振幅から試験中一定

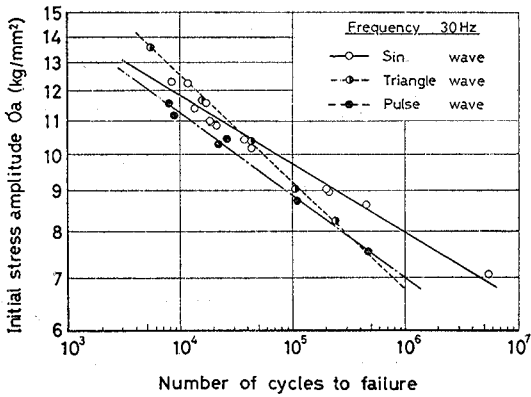


Fig. 31. S-N diagram.

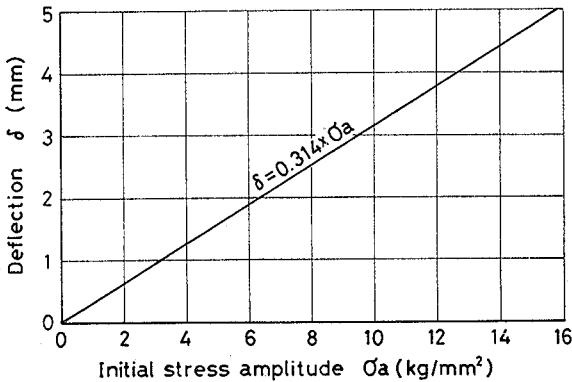


Fig. 32. Deflection to be controlled vs. initial stress amplitude.

に制御されるたわみ振幅の値を換算できる。Fig. 31 から周波数が30 Hz で一定の場合、入力波形（正弦波、三角波、パルス波）の違いによって疲労寿命がどのように異なるかを評価することができる。すなわち、高応力レベルでは波形による影響はほとんど見られず、低応力レベル（長寿命域）になると差が現われる傾向がある。正弦波の場合に最も寿命が長く、三角波とパルス波はほと

Table 11. Repeated bending fatigue test results. (Wave type; Sin. wave)

Frequency	$\sigma_a$ (kg/mm <sup>2</sup> )	$N$
45 Hz	14.19	8.26 × 10 <sup>8</sup>
	12.86	17.55
	11.70	55.12
	11.69	40.80
	11.12	56.02
	11.11	63.54
	10.40	140.33
	7.55	1813.24
30 Hz	12.31	8.56 × 10 <sup>8</sup>
	12.19	11.78
	11.59	17.30
	11.41	13.57
	10.99	18.86
	10.92	19.23
	10.83	21.43
	10.42	37.31
	10.14	43.71
	9.02	207.12
	8.94	216.17
	8.61	451.79
	7.05	5140.15
18 Hz	12.89	3.55 × 10 <sup>8</sup>
	10.73	22.20
	10.56	27.50
	9.82	65.60
	7.97	723.49

んど差がない。連続的に滑らかに加わる正弦波荷重に比べ、三角波荷重およびパルス波荷重は断続的で多少衝撃的な荷重が加わる波形であるため、界面剝離が生じやすくなりこれが蓄積される長寿命域において差が生じてくるように思われる。

なお、Table 11 は正弦波入力波形の場合に、繰返し速度が疲労強度に及ぼす影響を実験した結果である。

#### 4・2・2 多段プログラム荷重下での疲労寿命の実際の推定例

第4・1・2節で多段荷重下での FRP の疲労寿命の推定に関して、2 段 2 重、3 段 3 重、4 段 4 重重複荷重下での疲労試験結果に基づいて評価を行なった。ここでは、さらに実際の荷重条件

に近づけるため、段数を増やしたプログラム荷重条件に対する応用例を示すことにする。

Table 12 と Table 13 は 8 段 8 重重複荷重をそれぞれ漸減的、漸増的にプロ  
Table 12. Repeated bending fatigue test result (High-Low type).

$i$	$\sigma_a$ (kg/mm <sup>2</sup> )	$N_f$ (×10 <sup>8</sup> )	$n_i$ (×10 <sup>8</sup> )	$N_i$ (×10 <sup>8</sup> )	$n_i/N_i$	$\Sigma(n_i/N_i)$
1	12.10	2552.190	0.928	7.42	0.125	2.382
2	11.46		1.750	14.00	0.125	
3	10.83		3.390	27.12	0.125	
4	10.19		6.909	55.27	0.125	
5	9.55		14.746	117.97	0.125	
6	8.92		32.746	261.97	0.125	
7	8.28		78.190	625.52	0.125	
8	7.64		2413.531	1601.97	1.507	

Table 13. Repeated bending fatigue test result (Low-High type).

$i$	$\sigma_a(\text{kg/mm}^2)$	$N_f(\times 10^8)$	$n_i(\times 10^3)$	$N_i(\times 10^8)$	$n_i/N_i$	$\Sigma(n_i/N_i)$
1	7.64	347.970	200.246	1601.97	0.125	2.222
2	8.28		78.190	625.52	0.125	
3	8.92		32.746	261.97	0.125	
4	9.55		14.746	117.97	0.125	
5	10.19		6.909	55.27	0.125	
6	10.83		3.390	27.12	0.125	
7	11.46		1.750	14.00	0.125	
8	12.10		9.993	7.42	1.347	

グラムし (Fig. 33—(a), (b) 参照), 実働荷重疲労試験機 (両振り平面曲げ)

を用いて疲労試験を行なった結果である。各段とも繰返し数比は  $\frac{1}{2}$  で次の段に切り換えた。その結果, この場合もやはり累積繰返し数比 (トータルマイナー値) はともに 1 以上 (漸増型で 2.222, 漸減型で 2.382) となった。第 4・1・2 節の 2 段 2 重重複荷重疲労試験結果で示された傾向がここにも反映されている。

Table 14 は Fig. 33—(c) に示すような 8 段でのランダム負荷順序をプログラムし, FRP に負荷した場合の疲労寿命を測定したものである。その結果も, マイナー則による推定値よりも大きめに現われた。

以上, 本論文で示したごとく

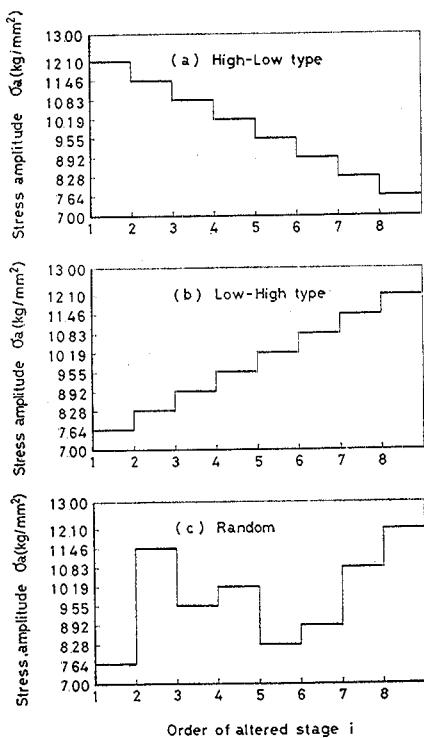


Fig 33. Programmed loading (8-step).

Table 14. Randomly programmed fatigue test result.

$i$	$\sigma_a$ (kg/mm <sup>2</sup> )	$N_f(\times 10^3)$	$n_i(\times 10^3)$	$N_i(\times 10^3)$	$n_i/N_i$	$\Sigma(n_i/N_i)$
1	7.64	353.285	200.246	1601.97	0.125	2.938
2	11.46		1.750	14.00	0.125	
3	9.55		14.746	117.97	0.125	
4	10.19		6.909	55.27	0.125	
5	8.28		78.190	625.52	0.125	
6	8.92		32.746	261.97	0.125	
7	10.83		3.390	27.12	0.125	
8	12.10		15.308	7.42	2.063	

多段プログラム荷重下でのFRPの疲労寿命の推定に際しては現象論的には従来からよく用いられるマイナー則をそのままの形では適用できないことが判明した。他方、本研究の範囲内では累積繰返し数比の値が常に1以上に現われたことを考慮に入れると、実用的観点からはマイナー則を用いた疲労寿命推定を行えば一応安全側の設計ができることも確かである。

さらに今後、白色雑音発生器等を用いた擬ランダム荷重下でのFRPの疲労寿命やプログラブルファンクションジェネレータなどによってシミュレートされた実働荷重条件下でのFRPの疲労寿命に関する研究を重ねることによって、ますます合理的な寿命予測手法が確立されるものと考えられる。

## 5. 結 言

本研究においては、ガラス繊維強化プラスチックの多段多重重複荷重疲労試験を行ない、疲労寿命とさらには統計的観点から寿命分布を調べ、一次応力の大きさ、一次応力の繰返し数比、応力負荷順序等の影響について検討した。さらに入力波形の違いが疲労寿命に及ぼす影響についても検討を加え、以下のような知見を得た。

(1) FRPの2段2重重複荷重疲労試験においては、二次応力レベルの繰返し数比  $n_2/N_2$  が1よりも大きくなる。すなわち、二次応力レベルでの疲労寿命が二次応力のみを終始負荷した場合の疲労寿命よりも大きくなるということを示しており、非常に興味深い。特に、High-Low typeの場合にこの傾向は顕

著に観察される。したがって、マイナー則や Marco-Starkey らの累積被害法則は、FRPの疲労寿命推定に際して適用することは妥当ではない。

(2) 2段2重重複荷重下での疲労寿命のばらつきについて検討した結果、一次応力としてばらつきの小さい応力レベルを採用するほど、二次応力での寿命のばらつきは相対的に小さくなることが明確となった。

(3) 本文中に示したマイナー則を修正した形の(22)式を用いて推定した計算結果は、2段2重、3段3重、4段4重重複荷重疲労試験ともに、実験結果とよく一致した。

(4) 片持梁形両振り平面曲げ疲労試験の結果、入力波形として正弦波荷重を用いた場合は他の荷重波形(三角波およびパルス波)を用いた場合に比べて、FRPの疲労寿命は長寿命領域において長くなることが判明した。

#### APPENDIX I ガラス含有率の測定

FRP試験片のガラス含有率の測定は、焼却法(Burn-out method)によって試験片を電気炉で焼却して求めた。焼却前の試験片の重量を $W_1$ とし、500~600°Cの電気炉内で2~3時間焼くと、ガラス繊維のみが残り、その重量を $W_2$ とすると、ガラス重量含有率は $W_g = W_2/W_1$ で表わされる。ガラス繊維の比重を $\gamma_g$ 、ポリエステル樹脂の比重を $\gamma_m$ とすれば、ガラス重量含有率 $W_g$ から体積含有率 $V_g$ が次式で換算できる。

$$V_g = \frac{\gamma_m W_g}{\gamma_g - (\gamma_g - \gamma_m) W_g} \quad (I-1)$$

本研究で使用したガラス繊維の比重は $\gamma_g = 2.545$ 、ポリエステル樹脂の比重は $\gamma_m = 1.21$ である。

#### APPENDIX II マイナー則(直線被害法則)

マイナー則は以下の仮定のもとで成り立つものである。<sup>(19)</sup>

- (1) 繰返し荷重は正弦波とする。
- (2) 試験片に吸収された全仕事量が一定値 $W$ に達したとき破壊が生じる。
- (3) き裂の発生を認めたととき破壊とみなす。

(4) 一般に破壊までの繰返し数が $10^7$ 回を越えるような応力は考えない。すなわち、破壊までの繰返し数が $10^7$ 回となる応力を材料の疲労限度と考え、それより大きい振幅をもつ応力を考える。

材料が振幅 $\sigma_i$  ( $i=1, 2, 3, \dots, m$ ) の応力をそれぞれ $n_i$  ( $i=1, 2, 3, \dots, m$ ) 回受ける場合、一定応力振幅 $\sigma_i$ での破壊までの繰返し数を $N_i$ とすると、応力振幅 $\sigma_i$ で $n_i$ 回の繰返しの間に吸収される仕事量 $w_i$ と $n_i$ の間には

$$\frac{w_i}{W} = \frac{n_i}{N_i} \quad (\text{II-1})$$

なる関係が成立するというのがマイナーの仮説である。(II-1)式が成立すれば仮定(2)より

$$w_1 + w_2 + w_3 + \dots + w_m = W \quad (\text{II-2})$$

したがって

$$\sum_{i=1}^m \frac{w_i}{W} = 1 \quad (\text{II-3})$$

(II-1)式を代入すれば

$$\sum_{i=1}^m \frac{n_i}{N_i} = 1 \quad (\text{II-4})$$

となる。上述の仮定の下で(II-1)式が成立したとき、累積被害の一つの表現形式が(II-4)式で与えられ、(II-4)式が成立したときに破壊が生じることになる。これがマイナー則、あるいは直線被害法則と呼ばれているものである。

### APPENDIX III 最小自乗法による直線の当てはめ

一般にデータの組 $(X, Y)$ に $Y = aX + b$ なる直線関係が予想されるとして、データ $(x_i, y_i)$ についてどちらか一方の自乗変動誤差の総和が最小になるように $a, b$ の値を定める方法である。たとえば、横軸についての変動誤差 $\Delta x_i$ を考えれば

$$\Delta x_i = x_i - \frac{y_i - b}{a} \quad (\text{III-1})$$

であり、その自乗和 $I_x$ は



$$I_x = \sum_{i=1}^n \Delta x_i^2 = \sum_{i=1}^n \left( x_i - \frac{y_i - b}{a} \right)^2 \quad (\text{III-2})$$

である。この  $I_x$  が  $a, b$  に関して極値をとればよいから、 $I_x$  を  $a, b$  で偏微分してそれらが 0 となるようにすればよい。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial I_x}{\partial a} &= \sum_{i=1}^n 2 \left( x_i - \frac{y_i - b}{a} \right) \left( \frac{y_i - b}{a^2} \right) = 0 \\ \frac{\partial I_x}{\partial b} &= \sum_{i=1}^n 2 \left( x_i - \frac{y_i - b}{a} \right) \left( \frac{1}{a} \right) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{III-3})$$

(III-3) 式を整理して、 $a, b$  を求めると (これを推定値ということによって  $\hat{a}, \hat{b}$  と書く)

$$\hat{a} = \frac{n \sum_{i=1}^n y_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)^2}{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i} \quad (\text{III-4})$$

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i^2}{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i} \quad (\text{III-5})$$

となる。

#### 参 考 文 献

- (1) 河本 実, 石川 浩ほか共著, 金属の疲れと設計, (昭47), p. 114, コロナ社.
- (2) たとえば, 増田雄一郎, 日本材料学会誌, 25-277 (昭51), p. 984.
- (3) 谷本敏夫, 高分子複合材の疲労特性に関する研究 (昭50), 昭和堂印刷所.
- (4) 文献 (1) の p. 99 および p. 132.
- (5) Weibull, W., Journal of Applied Mechanics, Vol. 18 (1951), p. 293.
- (6) 石川 浩, 日本材料学会誌, 24-260 (昭50), p. 477.
- (7) 谷本敏夫, 網島貞男, 石川 浩, 日本材料学会誌, 28-304 (昭54), p. 40.
- (8) Tanimoto, T., Amijima, S. and Ishikawa, H., Proc. of Third International Conference on Mechanical Behaviors of Materials, Vol. 3 (1979), p. 207.
- (9) 田中道七, 藤井 勉, 日本材料学会誌, 25-276 (昭51), p. 909.
- (10) Kommers, J. B., Proc. ASTM, Vol. 45 (1945), p. 532.

- (11) Miner, M. A., Trans. ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 67 (1953), p. A-159.
- (12) Marco, S. M. and Starkey, W. L., Trans. ASME, Vol. 68 (1954), p. 627.
- (13) Tanimoto, T. and Amijima, S., Journal of Composite Materials, Vol. 9 (1975), p. 380.
- (14) Sturgeon, J. B., Proc. of 28-th Annual Conference, SPI, Reinforced Plastic Division (1973).
- (15) Tanimoto, T. and Amijima, S., Proc. of 29-th Annual Conference, SPI, Reinforced Division (1974).
- (16) Broutman, L. J. and Sahu, S., Proc. of 24-th Annual Conference, SPI, Reinforced Division (1969).
- (17) 島村昭治, 機械技術研究所報告 第80号 (1974).
- (18) 遠藤吉郎, 吉田治夫, 日本材料学会誌, 21-228 (昭47), p. 884.
- (19) 田中道七, 柴田俊忍, 日本材料学会誌, 17-174 (昭42), p. 56.