寡占企業の最適広告政策について

阿　部　文　雄

I　はじめに

周知の如く，寡占的大企業の広告・宣伝活動は，非価格競争手段として研究開発活動（R&D）と並んで重要な企業戦略となっている。我国における最近の総広告支出も，軍事支出並みの対GNP比約1％近くを占めていると言われ[(1)]，テレビ，ラジオ，新聞，雑誌等いわゆるマスコミニュケーションの発達とともに，今後ともますます現代社会における重要性を高めていくものと思われる。一方その重要性を反映して，広告活動に対する経済分析もきわめて活発かつ多様に展開されている。古くは，マーシャル，ピグー，カルドアに始まり，いわゆる「カルドア仮説」の提示が見られたが，本格的な研究としては，実証面では，1950年代以降アメリカを中心に発達した産業組織論を背景としたアプローチ，理論面では，Dorfman & Steiner〔7〕，Nerlove & Arrow〔12〕による理論的研究を契機に，最適制御理論や微分ゲームといった新しい数学的手法を応用したアプローチがある。最近，Comanor & Wilson〔5〕，Butters〔3〕Sethi〔16〕，岩崎〔10〕等によるすぐれた展望論文が相次いで発表され，広告研究における1つのピークを迎えた感があるが，ここで特徴的なのは，実証的研究と理論的研究（あるいは産業組織論的アプローチと制御論的アプローチ）にはほとんど相互交流がないことである[(2)]。これはその方法論上の相異以上に，分析目的の相異が顕著であるためと思われる。即ち，実証的研究では，その先駆的研究としての1950年代のBain〔1〕は，主として広告と参入障壁との

---

(1) 昭和54年版『電通広告年鑑』によれば，昭和53年度の我国の総広告支出は1兆8,457億円であり，対GNP比は0.89％となっている。

(2) 例えば，Comanor & Wilson〔5〕には59論文，Sethi〔16〕には86論文が展望のために参照されているが，両者に共通した論文数は5つ程度しかない。

関係に，又1960年代のTelser〔18〕は，広告と市場集中，企業規模との関係の検証にそれぞれ重点を置いたとされるように，それらは産業組織論を背景に，広告と競争（あるいは独占）が相互に如何なる関連性をもつかが主要な関心事となっている。一方，Nerlove & Arrow〔12〕以来活発に展開された理論的分析での主要な関心は，所与の市場構造の下で，独占乃至複占企業の広告支出に関する最適性規準，及び時間を通じての最適径路の導出とその特徴の検討等にあったと言えよう。確かに分析の背景には，企業なり市場がその独占度を高める場合，広告誘因が増大するのではないかというカルドア仮説以来の基本的視点が存在するのかもしれないが，分析手法の制約もあり，これまで明示的な考察の対象となっていないと言えよう。

ところで，広告誘因（あるいは広告強度）と市場構造の間には何らかの一般的な関係が存在するのであろうか。実証的検証の示すところによれば，必ずしも独占と広告誘因との間に正の相関が存在していることを証拠づけていないようである。[(3)] そこで視点を変え，このような問題を理論的に接近しようとする場合，どのような条件をモデルが備えていなければならないだろうか。そのためには，①企業数が複数存在することを明示した寡占モデルであること，②市場構造を明示的に示す何らかのパラメータなり変数を含んでいること，等が考えられよう。小論文はこのようなことを念頭に置きつつ，Dorfman & Steiner〔7〕から，Nerlove & Arrow〔12〕を経て，Gould〔8〕へと展開された最適広告政策に関する理論的分析[(4)]を寡占市場を想定した場合に拡張する1つの試みである。このような理論的発展径路で特徴的なことは，広告を通常の資本設備への投資と同様に，グッドウィル（goodwill）と呼ばれるストックへの投資と考えることである。周知の如く，Dorfman & Steiner〔7〕は静学的状況の下での独占的企業の最適価格—広告政策を導出した。又，Nerlove & Arrow〔12〕

(3)　例えば，Comanor & Wilson〔5〕，Butters〔3〕，藤本〔9〕，岩崎〔10〕等を参照。
(4)　このような分析の詳細かつ広範なサーヴェイがSethi〔16〕でなされている。そこでは分析を次の4つのグループに分類している。①広告資本モデル，②販売高反応モデル③ミクロモデル，④制御論的実証研究，である。

はグッドウィルストックという概念を初めて導入し Dorfman & Steiner モデルの動学化を行なった。更に Gould〔8〕は Nerlove & Arrow モデルに広告のもつ情報拡散過程及び広告支出に関する非線型費用関数を導入することにより拡張を行なった。

一方広告に関する理論的研究にはもう1つの大きな流れとして, Vidale-Wolfe 型モデルがある。これはグッドウィルストックという概念を用いず, もっぱら広告と生産物のマーケットシェアの関係に着目するものである。更に Vidale-Wolf 型モデルを複占市場に拡張した興味深い研究して, Deal, Sethi and Thompson〔6〕, Leitmann & Schmitendorf〔11〕等がある。これらのモデルはゲーム理論的には微分ゲームの応用として興味ある結果を引き出してはいるが, 反面, 広告のもつマーケットシェア上昇効果（競争的効果）に重点を置き過ぎ, その市場規模拡大効果や広告が本来もつとされる長期的効果 (long lasting effect) を考慮していないといった問題点があると思われる。

小論文の構成は次のようになっている。II節でモデルの定式化と最適価格政策を述べ, III節で最適広告政策の導出とそのいくつかの特徴の検討を行ない, IV節で比較動学分析を行ない, あわせてある限定された範囲内ではあるが, グッドウィルシェアを独占度を表わす代理変数と見て, この上昇が広告誘因に対して負の効果をもつことを見る。

II モデルの定式化と最適価格政策

寡占的大企業の広告活動は, 周知の様に大別して次の2つの効果をもたらすと考えられている。即ち, ①情報提供的機能に基づく市場拡大効果, ②ライバル企業から顧客を奪う競争的効果, である。そこでこの2つの広告効果を明示的に考慮することができるように, 次のような需要関数を想定しよう。

$$\left.\begin{aligned} x_i(t) &= x_i\left[\mathbf{p}(t),\ A_i(t),\ a_i(t)\right] \qquad (1)\\ a_i(t) &= A_i(t)\Big/\sum_{j=1}^{N} A_j(t) \qquad (2)\end{aligned}\right\}\ i=1,\ 2,\ \cdots,\ N$$

$$\mathbf{p}(t)=〔p_1(t), p_2(t), \cdots\cdots, p_n(t)〕 \tag{3}$$

ここで，$x_i(t)$ は t 時点における第 i 企業の需要量，（Nは企業数），$A_i(t)$ は同じく第 i 企業の t 時点でのグッドウィルストック，$a_i(t)$ は第 i 企業のグッドウィルストックの，市場（産業）全体のそれに対するシェアを表わす。又，$\mathbf{p}$ は価格ヴェクトルを示している。さて，このような需要関数の下では第 i 企業のグッドウィルストックの微小1単位の増加は，価格ヴェクトル及び A_j $(j\neq i)$ を不変として，

$$\frac{\partial x_i}{\partial A_i}=\frac{\partial x_i}{\partial A_i}\bigg|\, a_i=\text{const.}+\frac{\partial x_i}{\partial a_i}\,\frac{\partial a_i}{\partial A_i}=\frac{\partial x_i}{\partial A_i}\bigg|\, a_i=\text{const.}+\frac{1-a_i}{\Sigma A_j}\,\frac{\partial x_i}{\partial a_i} \tag{4}$$

だけの需要の増加を誘発するであろう。ここで，$\partial x_i/\partial A_i \big|\, a_i=\text{const.}$ は第i企業のグッドウィルストックの増加がそのシェアの変化を伴なわないときの需要増加，即ち市場規模拡大効果を表わし，(4)式第2項は，グッドウィルストックの増加がそのシェア（a_i）を変化させた場合のライバル企業からの競争的効果に基づく需要のシフトを示している。このような仮定は又，次のような含意をも持っている。即ち各企業のグッドウィルストックの増大は市場規模を拡大させるが，その効果の分配は各企業の広告支出における貢献度に応じてなされるということである。さて需要関数(1)については以下の仮定が置かれる。

$$\frac{\partial x_i}{\partial p_i}<0,\quad \frac{\partial x_i}{\partial p_j}>0$$

$$\frac{\partial x_i}{\partial A_i}\bigg|\, a_i=\text{const.}>0,\quad \frac{\partial^2 x_i}{\partial A_i^2}\bigg|\, a_i=\text{const.}<0,\quad \frac{\partial x_i}{\partial a_i}>0,\quad \frac{\partial^2 x_i}{\partial a_i^2}\leqq 0 \tag{5}$$

次に費用関数として，この節では，

$$c_i(t)=c_i〔x_i(t)〕 \tag{6}$$

を仮定し，$c_i(x_i)>0$，$c_i'(x_i)>0$，$c_i''(x_i)>0$（すべての$x_i>0$に対して）とする。更に広告投資に関しては，Nerlove & Arrow〔12〕で示唆され，Gould〔8〕で採用された非線型費用関数 $W(I_i)$を仮定し，$W(I_i)>0$，$W'(I_i)>0$，$W''(I_i)>0$（すべての $I_i>0$ に対して），$W(0)=0$，$W'(0)\geqq 0$ とする。従って$W(I_i)$ は粗広告投資 I_i を行なうために必要な広告費用（貨幣支出）である。又広告投資については，$0\leqq I_i\leqq I_{i.\max}$ に従うものとする。ここで

I_i. max は第 i 企業に課せられた粗広告投資率の上限であり正の有限値として外生的に与えられているものとされる。

以上のことから第 i 企業の t 時点における利潤 $\pi_i(t)$ は次のように示される。

$$\pi_i(t)=p_i(t)x_i(t)-c_i[x_i(t)]-W[I_i(t)] \tag{7}$$

次にグッドウィルストックに関する動学方程式は，Nerlove & Arrow 〔12〕に従い，

$$\dot{A}_i(t)=I_i(t)-\delta A_i(t),\ \delta>0 \tag{8}$$

$$A_i(0)=A_i^0(\text{given}) \tag{9}$$

で示されるものとする。ここで δ はグッドウィルストックの減耗率である。そこで第 i 企業の最大にすべき目的汎関数は計画（ゲーム）期間を通じて予想される利潤総額の割引現在価値

$$M_i=\int_0^T \pi_i(t)e^{-\rho t}dt,\ \ \rho>0$$

で示される。ここで δ は割引率（利子率）である。更に各企業は Nash 均衡戦略をとるものと仮定される。かくして上述のモデルは有限固定期間にわたる非ゼロ和 N 人微分ゲームである。又このモデルの最適解を各企業が実際上計算できるようにするために次のような 2 種類の情報構造を仮定する。(5) ① perfect information（完全情報），②complete information（完備情報)。①は自社及びライバル企業の過去及び現在の価格水準とグッドウィルストックの水準がすべて既知であること，②は自社及びライバル企業の費用関数及び需要関数が既知であることをそれぞれ意味している。

さて各企業は価格水準に関して $\dot{p}(t)$ に何らの制約も課せられていないので，ライバル諸企業の価格水準を既知として各時点で自らの現在利潤を最大にするように調整することができる。従って各時点における最適価格水準は，グッドウィルストックの水準を与えられたものとしたとき，通常の独占分析と同様

(5) ここで仮定されている情報構造の訳語及び詳細な内容については，例えば鈴木光男「ゲーム理論の基礎1」（BASIC 数学 1980,2），同「情報のゲーム理論，Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ」（数理科学，No.195,1979）等を参照。

に，

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial p_i}=0 \iff p_i{}^*=\frac{\eta_i}{\eta_i-1}c_i{}'(x_i) \tag{10}$$

で与えられる。ここで η_i は第 i 企業の需要の価格に関する弾力性であり，正の価格を成立させるため慣例により $\eta_i>1$ が仮定される。このときすべての $x_i>0$ に対して，$p_i{}^*-c_i{}'(x_i)=\dfrac{p_i{}^*}{\eta_i}>0$ が成立する。上記(10)式の関係は所与のグッドウィルストックに対する最適な価格と生産量との組合わせを示すものであり，従ってそれはグッドウィルストックの水準と需要の価格弾力性に依存することになる。それではグッドウィルストックが変化する時最適価格水準はどのように変化するであろうか。この問いに対し，一般的にはそれは需要の価格弾力性に対してグッドウィルストックの変化が及ぼす効果に依存するといえよう。従ってヨリ特定化された需要関数を用いることなしにはこの問いに答えることができないであろう。Nerlove & Arrow〔12〕では，比較動学分析を行なうに際して，線型の費用関数及び対数線型の需要関数を仮定することにより，グッドウィルストックの変化に対し，価格及び需要の価格弾力性が不変のケースを取扱っている。そこで以下の分析では，分析上の簡単化のために費用関数は線型であるとし，グッドウィルストックの変化は最適価格水準及び需要の価格弾力性を変化させないものと仮定しておこう。

Ⅲ　最適広告政策

この節では Starr & Ho〔17〕で定式化された非ゼロ和N人微分ゲームに対する必要条件を適用して最適広告政策を導出し，そのいくつかの特徴を明らかにしていく。まず第 i 企業の current-value のハミルトニアンを

$$H_i(t)=\pi_i(t)+\sum_{j=1}^{N}\lambda_{ij}(t)\left[I_j(t)-\delta A_j(t)\right],\quad i=1,\ 2,\ \cdots,\ N \tag{11}$$

とすれば，我々のモデルに対する最適広告政策の満すべき必要条件は，以下の条件 (i), (ii), (iii) を満す連続な関数 $\lambda_{ij}(t)$ が存在することである。

$$\text{(i)}\quad \dot{\lambda}_{ij}(t)-\rho\lambda_{ij}(t)=-\frac{\partial H_i(t)}{\partial A_j(t)} \tag{12}$$

(ii) $H_i(I_1^*, I_2^*, \cdots, I^*_N) \geqq H_i(I_1^*, I_2^*, \cdots, I^*_{i-1}, I_i, I^*_{i+1}, \cdots I^*_N)$ (13)

(iii) $\lambda_{ii}(T)=0$ (14)

$(i=1, 2, \cdots, N)$

このとき費用関数 $W(I_i)$ の I_i に関する strictly convexity より，H_i に関して strictly concave であることが分る。従って条件(ii)は，クーン・タッカー条件 $\left(\frac{\partial H}{\partial I} \geqq 0,\ I\frac{\partial H}{\partial I}=0,\ I \geqq 0\right)$ より，

$I_i^*(t)=0 \quad \text{if } \lambda_{ii}(t) \leqq W'(0)$ (15)

$I_i^*(t)>0 \quad \text{if } \lambda_{ii}(t) > W'(0)$ (16)

$\lambda_{ii}(t)=W'(I_i) \quad \text{if } I_i^*>0$ (17)

であることを示す。 このとき次の命題が成り立っている。即ち，補助変数 $\lambda_{ii}(t)$ は計画期間を通じて非負でなければならない。(6)

さてここで上記(12)式が示す最適性規準の経済学的意味を考えておこう。(12)式より，

$$\dot{\lambda}_{ii}(t)=(\rho+\delta)\lambda_{ii}(t)-\frac{\partial \pi_i(t)}{\partial A_i(t)} \tag{18}$$

を得るが，この(18)式の両辺に $\exp[-(\rho+\delta)t]$ を乗じて整理すれば次式を得る。

$$\frac{d}{dt}\left[\lambda_{ii}(t)e^{-(\rho+\delta)t}\right]=-\frac{\partial \pi_i}{\partial A_i}e^{-(\rho+\delta)t} \tag{19}$$

そこでこの両辺を区間 $[t, T]$ $(0 \leqq t \leqq T)$ について積分して整理すれば次式が得られる。

$$\lambda_{ii}(t)=\int_t^T \frac{\partial\left[\pi_i(s)e^{-\rho(s-t)}\right]}{\partial A_i(s)} e^{-\delta(s-t)}ds \tag{20}$$

---

(6) このことの証明は次のようにされる。
今任意の t_1 時点 $(t_1 \in [0, T])$ において $\lambda_{ii}(t_1)<0$ であるとすれば，(18)式より $\dot{\lambda}_{ii}(t_1)<0$ である。故に $t>t_1$ なる t に対して，$\lambda_{ii}(t)<0$ となる。このことは横断条件 $\lambda_{ii}(T)=0$ と矛盾する。従って，$\lambda_{ii}(t) \geqq 0$, $t \in [0, T]$ でなければならない。

即ち$\lambda_{ii}(t)$はt時点でグッドウィルストックを微小1単位増加させたときそれによって増加する，利子率と減耗率で割引かれた現在価値の総和に他ならないことを示している。それ故$\lambda_{ii}(t)$はt時点におけるグッドウィルストックの帰属価格（影の価格）と解釈される。一方，$W'(I_i)$はグッドウィルストックを微小1単位増加させるのに必要とされる広告支出（費用）を意味し，かくして上記最適性規準は伝統的経済理論にきわめて適合的解釈を与えるものである。

次に動学体系

$$\dot{\lambda}_{ii}(t)=(\rho+\delta)\lambda_{ii}(t)-(p_i-c_i')\frac{\partial x_i}{\partial A_i} \tag{18}$$

$$\dot{A}_i(t)=I_i(t)-\delta A_i(t) \tag{8}$$

には，(λ_{ii},A_i)－空間の正の領域でユニークな定常解が存在することを見ておこう。まず(4)式を考慮して，$\dot{\lambda}_{ii}=0$を満足する曲線がA_iに関して減少関数であることが分る。$\dot{\lambda}_{ii}=0$のとき，

$$\lambda_{ii}\Big|_{\dot{\lambda}_{ii}=0}=\frac{p_i-c_i'}{\rho+\delta}\left\{\frac{\partial x_i}{\partial A_i}\Big|_{a_i=\text{const.}}+\frac{1-a_i}{\Sigma A_j}\frac{\partial x_i}{\partial a_i}\right\} \tag{21}$$

であるから，

$$\frac{\partial\lambda_{ii}}{\partial A_i}\Big|_{\dot{\lambda}_{ii}=0}=\frac{p_i-c_i'}{\rho+\delta}\left\{\frac{\partial^2 x_i}{\partial A_i^2}\Big|_{a_i=\text{const.}}+\frac{\partial^2 x_i}{\partial a_i^2}\left(\frac{\partial a_i}{\partial A_i}\right)^2+\frac{\partial x_i}{\partial a_i}\frac{\partial^2 a_i}{\partial A_i^2}\right\}<0 \tag{22}$$

である。次に$\dot{A}_i=0$曲線がA_iに関して増加関数であることも次の如く示される。$\dot{A}_i=0$のとき，

$$A_i=\frac{1}{\delta}I_i>0 \tag{23}$$

従って，

$$\frac{\partial A_i}{\partial\lambda_{ii}}\Big|_{\dot{A}_i=0}=\frac{1}{\delta}\frac{\partial I_i}{\partial\lambda_{ii}}=\frac{1}{\delta W''(I_i)}>0 \tag{24}$$

故に，

$$\frac{\partial\lambda_{ii}}{\partial A_i}\Big|_{\dot{A}_i=0}>0 \tag{25}$$

である。かくて第1図から明らかな様に定常点（解）E_iが(λ_{ii},A_i)―空間の

正の領域でユニークに存在することが分る。

さて上記定常点 E_i は鞍点 (Saddle Point) である。即ち

$$\left.\frac{\partial\dot{\lambda}_{ii}}{\partial\lambda_{ii}}\right|_*=\rho+\delta$$

$$\left.\frac{\partial\dot{\lambda}_{ii}}{\partial A_i}\right|_*=-(p_i-c_i')\left[\left.\frac{\partial^2 x_i}{\partial A_i^2}\right|_{a_i=\text{const.}}+\frac{\partial^2 x_i}{\partial a_i^2}\left(\frac{\partial a_i}{\partial A_i}\right)^2+\frac{\partial x_i}{\partial a_i}\frac{\partial^2 a_i}{\partial A_i^2}\right]=K>0$$

$$\left.\frac{\partial\dot{A}_i}{\partial\lambda_{ii}}\right|_*=\frac{1}{W''(I_i)}$$

$$\left.\frac{\partial\dot{A}_i}{\partial A_i}\right|_*=-\delta$$

であるから(*印は定常点での評価を示す), 定常点 E_i で評価した動学体系(18), (8) の特性方程式の固有根 (θ) は,

$$\theta=\frac{\rho}{2}\pm\left[\left(\frac{\rho}{2}\right)^2+\delta(\rho+\delta)+\frac{K}{W''}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{26}$$

で示され, 符号の相異なる2実根をもつことが分る。

ところで定常点 E_i におけるグッドウィルストック A_i^* は, その販売高に対する比として示せば,

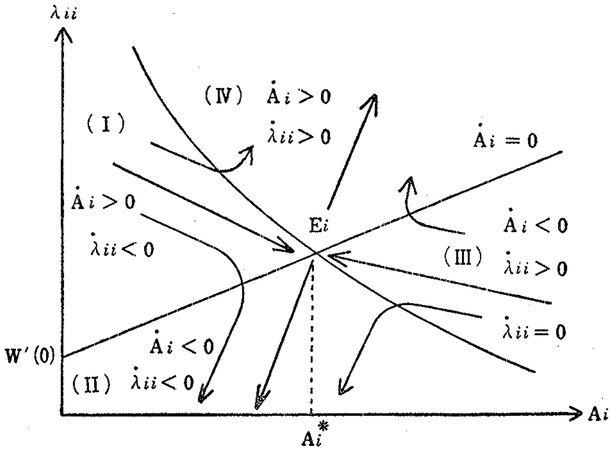
$$\frac{A_i^*}{p_i^*x_i^*}=\frac{\beta_i}{(\rho+\delta)\eta_i W'(I_i)} \tag{27}$$

となる。ここで $\beta_i=\frac{A_i}{x_i}\frac{\partial x_i}{\partial A_i}$ であり, 需要のグッドウィルストックに関する弾力性を表わしている。

かくて第1図の位相図からも推察されるように最適広告政策の特徴として, 任意の初期点 A_i^0 から出発して計画期間中の大部分を定常点 A_i^* の近傍内で費やすという「ターンパイク性」が見られるであろう。(7)

---

(7) このことの証明は, Cass, D〔4〕で用いられたのと本質的に同様の方法でなされる。



第 1 図

Ⅳ 比較動学分析

この節ではまず最初に，Oniki〔13〕で示された手法を使って諸パラメータの変化が企業の割引現在価値に如何なる影響を及ぼすかを検討し，次いでTreadway〔19〕,Gould〔8〕で示された方法によりグッドウィルストックのシェアの高低が広告投資に如何なる影響を与えるかを調べてみよう。

まず，新しい変数 $V(t)$ を次のように定義する。

$$\dot{V}(t)=\left[p_i(t)x_i(t)-c_i(x_i)-W(I_i)\right]e^{-\rho t}=\beta(A_i,\ \lambda_{ii},\ \theta) \tag{28}$$

更に，

$$\dot{A}_i(t)=I_i(t)-\delta A_i(t)=\alpha(A_i,\ \lambda_{ii},\ \theta) \tag{29}$$

$$\dot{\lambda}_{ii}(t)=(\rho+\delta)\lambda_{ii}-(p_i-c_i')\frac{\partial x_i}{\partial A_i}\gamma=(A,\ \lambda_{ii},\ \theta) \tag{30}$$

とおく。上記 (28)，(29) から

$$\dot{A}_\theta=\alpha_A A_\theta+\alpha_\lambda\lambda_\theta+\alpha_\theta=-\delta A_\theta+\frac{1}{W''}\lambda_\theta+\alpha_\theta \tag{31}$$

$$\dot{V}_\theta=\beta_A A_\theta+\beta_\lambda\lambda_\theta+\beta_\theta=\left[p_i-c_i'(x_i)\right]\frac{\partial x_i}{\partial A_i}e^{-\rho t}A_\theta-\frac{W'}{W''}e^{-\rho t}\lambda_\theta+\beta_\theta \tag{32}$$

を得る。ここで $\dot{A}_\theta=\partial\dot{A}/\partial\theta$であり，他の変数についても同様である。そこで(31)$\times W'e^{-\rho t}+$(32)により，$W'(I_i)=\lambda_{ii}$ も考慮すると次式を得る。

$$\dot{V}_\theta+\frac{d}{dt}\left[A_\theta\lambda e^{-\rho t}\right]=\lambda e^{-\rho t}\alpha_\theta+\beta_\theta \tag{33}$$

これを区間〔t_1，t_2〕($t_1<t_2$) について積分すれば，

$$V_\theta(t_2)-V_\theta(t_1)+A_\theta(t_2)\lambda(t_2)e^{-\rho t_2}-A_\theta(t_1)\lambda(t_1)e^{-\rho t_1}$$

$$=\int_{t_1}^{t_2}\lambda(t)e^{-\rho t}\alpha_\theta dt+\int_{t_1}^{t_2}\beta_\theta dt \tag{34}$$

を得る。そこで今，$t_1=0$，$t_2=T$ とし θ として ρ，δ，A_0, a_0 をとり上式(34)に代入して計算すれば以下のことが得られる。

$$\frac{\partial V}{\partial\rho}=-\int_0^T\pi_i(t)t\,e^{-\rho t}dt<0 \tag{35}$$

$$\frac{\partial V}{\partial\delta}=-\int_0^T\lambda_{ii}(t)A_i(t)\,e^{-\rho t}dt<0 \tag{36}$$

$$\frac{\partial V}{\partial A_0}=\lambda_{ii}(0)>0 \tag{37}$$

$$\frac{\partial V}{\partial a_0}=\frac{\Sigma A_j{}^0}{1-a_i{}^0}\lambda_{ii}(0)>0 \tag{38}$$

即ち時間割引率 ρ とグッドウィルストックの減耗率 δ の上昇は企業の割引現在価値を減少させ，初期グッドウィルストック及びそのシェアの上昇はそれを増大させるであろう。

さて次に，第 i 企業のグッドウィルストックのシェア (a_i) の変化が広告投資に如何なる影響を及ぼすかを検討しよう。広告投資 $I_i(t)$ に関してその微分方程式を陽表的に表わせば，(17)，(18)式により次のようになる。

$$\dot{I}_i(t)=\frac{1}{W''(I_i)}\left[(\rho+\delta)W'(I_i)-(p_i-c_i')\frac{\partial x_i}{\partial A_i}\right] \tag{39}$$

そこで，

$$\frac{\partial I_i(t)}{\partial a_i(t)}=\frac{\partial I}{\partial A_i}\frac{\partial A_i}{\partial a_i}=\frac{\dot{I}_i}{\dot{A}_i}\Big/\frac{\partial a_i}{\partial A_i}=\frac{\Sigma A_j}{1-a_i}\frac{\dot{I}_i}{\dot{A}_i}$$

$$=\frac{\Sigma A_j}{1-a_i}\frac{(\rho+\delta)W'(I_i)-(p_i-c_i')\dfrac{\partial x_i}{\partial A_i}}{W''(I_i)\,[I_i-\delta A_i]} \tag{40}$$

であるから，この式の符号は第1図における4つの領域で区分される。

(i) 領域Ⅰ，Ⅲでは，$\dfrac{\partial \mathrm{I}_i}{\partial a_i}<0$

(ii) 領域Ⅱ，Ⅳでは，$\dfrac{\partial \mathrm{I}_i}{\partial a_i}>0$

である。但し領域Ⅳは最適径路が通過しないから事実上排除される。残りの3つの領域の内で最も興味ある領域は，Ⅰである。ここでグッドウィルストックがその最適水準以下であり，活発に広告投資を行なおうとする状況にあるからである。この場合にグッドウィルストックのシェアが上昇する時，広告投資は減退する。今このグッドウィルストックのシェアを独占度を表わす一種の代理変数と見なすことができるならば，それは広告誘因と独占との間の負の相関関係を示すことになるであろう。

そこで最後に，このグッドウィルシェアと独占度との関係について検討し，上述の見方がある範囲内で正当化されることを見ておこう。今第 i 企業の独占度を示す指標として販売高のシェア(X_i)をとると，それは次の様に示される。

$$X_i=p_ix_i\Big/\sum_{j=1}^{N}p_jx_j \tag{41}$$

さて第 i 企業のグッドウィルシェアが変化する場合，第 i 企業の販売高シェアは次の様に示されよう。（ここで $\Sigma\cdot=\sum_{j=1}^{N}\cdot$，$\sum_{j\neq i}\cdot=\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N}$ である）

$$\frac{\partial X_i}{\partial a_i}=\left\{p_i\frac{\partial x_i}{\partial a_i}\Sigma p_jx_j-p_ix_i\frac{\partial\Sigma p_jx_j}{\partial a_i}\right\}\Big/(\Sigma p_jx_j)^2$$

$$=\left\{p_i\Sigma p_jx_j\frac{\partial x_i}{\partial a_i}-p_ix_i\left(\sum_{j\neq i}p_j\frac{\partial x_i}{\partial a_i}+p_i\frac{\partial x_i}{\partial a_i}\right)\right\}\Big/(\Sigma p_jx_j)^2$$

$$=\left\{p_i\Sigma p_jx_j\frac{\partial x_i}{\partial a_i}-p_ix_i\sum_{j\neq i}p_j\frac{\partial x_j}{\partial a_j}\frac{\partial a_j}{\partial a_i}\right\}\Big/(\Sigma p_jx_j)^2 \tag{42}$$

ところで第 i 企業のグッドウィルシェアが変化する場合，それは次の3つのケースの結果として生じる。

(i)　$\dot{A}_i \neq 0$，$\dot{A}_j = 0$

(ii)　$\dot{A}_i = 0$，$\dot{A}_j \neq 0$

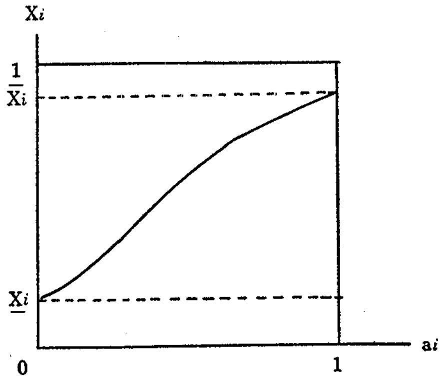
(iii)　$\dot{A}_i \neq 0$，$\dot{A}_j \neq 0$

（j は i 以外の $N-1$ のうち少なくとも1つ以上を示す）

それぞれのケースにより，$\frac{\partial x_i}{\partial a_i}$，$\frac{\partial x_j}{\partial a_j}\frac{\partial a_j}{\partial a_i}$ は A_i ないし A_j を媒介するか否かの相異が生じるけれども，いずれの場合でも

$$\frac{\partial X_i}{\partial a_i} > 0 \quad (0 \leqq a_i \leqq 1) \tag{43}$$

が成立していることが明らかである。従ってこの関係を典型的なケースで図示するならば第2図の如く示されよう。ここで $\underline{X}_i$ は全く広告活動をしない場合の販売高シェア，$\overline{X}_i$ はその反対に他企業が全く広告活動をしない場合の販売高シェアである。かくして，$\underline{X}_i < X_i < \overline{X}_i$ という範囲で独占度を考えるならば，それはグッドウィルシェアと正の関係が存在することを示しているといえよう。



第　2　図

V　あとがき

以上により我々は，Nerlove & Arrowが導入したグッドウィルストックを用いた広告モデルを寡占市場を想定した場合に応用した。このモデルによって得た特徴的な主な事柄は，第1に広告投資即ちグッドウィルの増加は市場規模拡大効果と競争的効果の和として販売高増加を期待できること，第2に各企業は各々の最適グッドウィルストック水準を目ざしてターンパイク的政策をとること，第3に任意のある企業にとって，グッドウィルストックのシェアの上昇は広告誘因を引下げること（定常点に向けてグッドウィルストックが調整される局面では），である。

一方このモデルの問題点及び限界についていくつか述べておこう。第1にゲーム論的観点からの問題点として，各企業の最適広告戦略がライバル企業のとる広告戦略に間接的にしか反応しないこと，即ち任意の t 時点におけるある企業の広告戦略がその時点でとられるライバル諸企業の広告政策には依存せず，過去の累積広告量としてのグッドウィルに依存していることが挙げられよう。これは需要関数等にグッドウィルストックが入っており，現在時点での自社及びライバル諸企業の広告支出が入っていないためである。従って数学的には微分ゲームの形でモデルを定式化したけれども，本質的には通常の最適制御理論の適用となっているのはこのためである。

第2に先に指摘した第3の特徴と関連して，グッドウィルストックのシェアが低下した場合広告誘因は増大することになるけれども，では完全競争の状態が最も激しい広告を行なうかといえばそうではない。というのは我々の分析では寡占市場を想定し，価格水準及び需要の価格弾力性を一定として取扱かっている。この仮定は分析上の一般性を失うけれども非価格競争としての広告戦略を考えるという限定された範囲では現実性はかえって増大するであろう。しかしながら一般的には市場がヨリ競争的になるにつれて，需要の価格弾力性は無限に上昇し，かくて価格水準は下落し次第に限界費用に接近する。従ってこの

場合広告投資の限界的効果は，広告のもつ2つの効果が大きくなると予想されるにもかかわらず，消滅することになろう。このような文脈での分析を詳細に検討していないことも小論文の1つの限界と考えられる。

更に第3に以上の広告と競争との正の関係に関連して注意すべきことは広告に関する規模の経済性についてである。従来広告と競争との負の関係を主張する論者は広告に関する規模の経済性を根拠としているようである。小論文では逆にグッドウィルに関して逓減的な場合を想定している。規模の経済性が働くような状況を想定した広告戦略については，その現実妥当性の検討とともに残された課題である。

参考文献

〔1〕 Bain, J. S. *Barriers to New Competition : Their Character and Consequences in Manufacturing Industries*, Harvard University Press, 1956.

〔2〕 Bensoussan, A., Hurst, E. G., and Näslund, B. *Management Applications of Modern Control Theory*, chap. 7, North-Holland Publishing Company, 1974.

〔3〕 Butters, G. R. "A Survey of Advertising and Market Structure," AER, Vol.66, No.2 1976, pp.392—97.

〔4〕 Cass, D. "Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation : A Turnpike Theorem," Econometrica, Vol. 34, No. 4, 1966, pp. 833—50.

〔5〕 Comanor, W. S. & Wilson, T. A. "The Effect of Advertising on Competition : A Survey," JEL, Vol. XVII, No. 2, 1979, pp.453—76.

〔6〕 Deal, K., Sethi, S. P., and Thompson, G. L." A Bilinear-Quadratic Differential Game in Advertising" in *Cortrol Theory in Mathematical Economics*, Edited by Liu, P. T. & Sutinen, J. G., Marcel Dekker, Inc., 1979, pp.91—109.

〔7〕 Dorfman, R. & Steiner, P. O. "Optimal Advertising and Optimal Ouality", AER, Vol. 44, No. 5, 1954, pp. 826—36.

〔8〕 Gould, J. P. "Diffusion Processes and Optimal Advertising Policy", in *Microeconomic Foundations of Employment and Inflation Theory*, Edited by Phelps, E. S., Macmillan Company, 1970, pp. 338—68.

〔9〕 藤本保太『非価格競争の理論』東洋経済新報社，1971.

〔10〕 岩崎晃「広告の経済分析（上・下）—競争促進の観点からの評価—」公正取引 No. 348, No. 350, 1979, pp. 32—40, pp. 30—41.

〔11〕 Leitmann, G. & Schmitendorf, W. E. "Profit Maximization Through Advertising : A Nonzero Sum Differential Game Approach," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-23, No. 4, 1978, pp.645—50.

〔12〕 Nerlove, M. & Arrow, K. J. "Optimal Advertising Policy Under Dynam Conditions," Economica, Vol. 29, No. 114, 1962, pp. 129—142.

〔13〕 Oniki, H. "Comparative Dynamics in the Theory of Optimal Growth," 東北大学研究年報『経済学』第30巻, 第3・4号, 1969, pp. 48—57.

〔14〕 Pauwels, W. "Optimal Dynamic Advertising Policies in the Presence of Continuously Distributed Time Lags," JOTA, Vol. 22, No. 1, 1977, pp. 79—89.

〔15〕 佐久間昭光「寡占における非価格的競争の動学的分析」ビジネス・レビュー, Vol. 23, No. 4, 1976, pp. 34—47.

〔16〕 Sethi, S. P. "Dynamic Optimal Control Models in Advertising: A Survey," SIAM Review, Vol. 19, No. 4, 1977, pp. 685—725.

〔17〕 Starr, A. W. & Ho, Y. C., "Nonzero-Sum Differential Games," JOTA, Vol. 3, No. 3, 1969, pp. 184—206.

〔18〕 Telser, L.G., "Advertising and Competition," JPE, Vol.72, 1964, pp.537—62.

19〕 Treadway, A. B., "On Rational Entrepreneurial Behaviour and the Demand for Investment," RES, Vol. 36, No. 2, 1969, pp.227—39.