貨幣交換経済に関する覚書

宮　田　亘　朗

1

貨幣交換経済において，貨幣は，価値尺度（計算単位），価格基準[(1)]として機能するとともに，交換手段，価値保蔵手段や繰り延べ支払の標準などの機能を果たしている[(2)]。このうち，貨幣の交換手段としての機能に着目して，貨幣をその他の財と区別できる形で，一般均衡理論の中に組み込もうとする試みは，数多くなされている[(3)]。本稿では，そのうち，クラウァー，スター，ギブソン等の試みを整理し考察することにする[(4)]。

周知の如く，パティンキンは，貨幣がそれ自身のためでなく，それによって購入される財の効用を提供するという特異な立場にあるとの認識に立脚して，貨幣Mおよび貨幣価格$p^1, \cdots, p^n$を効用函数に導入して，

$$U=U(x^1, \cdots, x^n, M, p^1, \cdots, p^n) \qquad (1)$$

となし，予算制約条件式

$$\Sigma_{i=1}^{n} p^i(x^i-\bar{x}^i)+M-\overline{M}=0 \qquad (2)$$

の下に極大にする個人を考えた。Uは，周知の連続性の仮定をもち，微分可能であり，凹条件を満しているものとする。さらに，上記の貨幣の機能からして，

（1） 新庄博「貨幣論」岩波全書　1954年

（2） 山下邦男，小泉　明「基礎経済学大系 8　金融論」青林書院新社　昭53年 13—16頁。

（3） Bernstein, J. I., Household Behavior and the Demand for Money (D. Fisher, *Monetary Theory and the Demand for Money*, 1978. Appendix A)

（4） Clower, P., A Reconsideration of the Microfoundations of Monetary Theory, *Western Economic Joural*, Vol. 8, Dec. 1967. pp. 1—9. Starr, R. M., The Structure of Exchange in Barter and Monetary Economies, *Q. J. E.* Vol. 86 no. 2, May 1972 pp. 290—302. Gibson, N. R., *The Case for International Money*, 1979.

$M, p^1, \cdots, p^n$ に関してゼロ次同次であると仮定される。[5] $\bar{x}^i$, x^i は i 財の初期賦存量と当期の需要量であり，$\overline{M}$ と M は期首の貨幣賦存量と期末の貨幣ストック保有量である。極大となる必要条件は

$$\begin{aligned} & U_i - \lambda p^i = 0 \\ & U_M - \lambda = 0 \\ & \textstyle\sum_{i=1}^n p^i(x^i - \bar{x}^i) + M - \overline{M} = 0 \end{aligned} \tag{3}$$

である。貨幣の価格 p^M は，その計算単位としての機能よりして，1 とされる。

（3）式より導出された財および貨幣の需要函数は

$$x^i = x^i(p^1, \cdots, p^n, \bar{x}^1, \cdots, \bar{x}^n, \overline{M}) \tag{4}$$

$$M = M(p^1, \cdots, p^n, \bar{x}^1, \cdots, \bar{x}^n, \overline{M}) \tag{5}$$

である。

（4）式は，貨幣価格 $p^1, \cdots, p^n$ と貨幣賦存量 $\overline{M}$ に関して，ゼロ次同次であり，（5）式は，同じ変数に関して一次同次である。それらは，ともに効用函数のゼロ次同次の性格から結果したものである。ちなみに，（5）式を

$$A = \sum \frac{\partial M}{\partial p^i} p^i + \frac{\partial M}{\partial \overline{M}} \overline{M} \tag{6}$$

とおき，$A = M$ となることで確かめてみよう。$\partial M / \partial \overline{M}$ を求めるために，μ で（3）式を偏微分して（$\mu = \bar{x}^1, \cdots, \bar{x}^n, \overline{M}$）

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{U''} & -\boldsymbol{P} \\ & \\ & \\ -\boldsymbol{P}^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dfrac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial \mu} \\ \dfrac{\partial M}{\partial \mu} \\ \dfrac{\partial \lambda}{\partial \mu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{O}_{n+1} \\ \cdot \\ -\delta \end{pmatrix} \tag{7}$$

を得て，左辺の行列の行列式を D としクラーメルの公式から

$$\frac{\partial x^i}{\partial \mu} = -\delta \frac{D_{x+2,i}}{D} \qquad \mu = \bar{x}^i \text{ のとき } \delta = p^i \tag{8}$$

（5） ゆえに，$p^1, \cdots, p^n$ の適当な加重平均 P を求めれば，$U = U(x^1, \cdots, x^n, \frac{M}{P})$ となる。

$$\frac{\partial M}{\partial \mu}=-\delta\frac{D_{x+2,n+1}}{D} \qquad \mu=\overline{M}\text{のとき } \delta=1 \quad (9)$$
$$i=1,\cdots,n$$

を得る。また，同様に（3）式を p^i で偏微分すれば

$$\frac{\partial M}{\partial p^i}=\frac{\lambda D_{i,n+1}}{D}-\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial U_j}{\partial p^i}\frac{D_{j,n+1}}{D}-\frac{\partial U_M}{\partial p^i}\frac{D_{n+1,n+1}}{D}+(x^i-\bar{x}^i)\frac{D_{n+2,n+2}}{D} \quad (10)$$

となる。これらを（6）式に代入して整理すれば $A=M$ となる。かくして，貨幣の需要函数が一次同次であれば，財の需要函数（4）は，当然ゼロ次同次となる。すなわち，予算制約から，$p^1,\cdots,p^n,\overline{M}$ がいずれも α の率で変化すれば，$\alpha\sum p^i(x^i-\bar{x}^i)+M-\alpha\overline{M}=0$ でなければならないからである。(6)

また，（7）（8）の両式で示される各個人の需要に与える効果は，貨幣の賦存量が変化するときと財の賦存量が変化するときとで，根本的な差異を見出し得ない。貨幣価格 p^M は1であるから，$\mu=\overline{M}$の場合 $\delta=1$ であり，$\mu=\bar{x}^i$ の場合 $\delta=p^i$ になるにすぎない。したがって，クラウァーの指摘のように，(7) 財は，有効需要の源泉として，貨幣と区別し難く，たとえ貨幣の賦存量が各個人でゼロとなったとしても市場での交換に特別の障害をもたらさないことになる。

クラウァーに従い，財集合 $C=(c^1,\cdots,c^n)$ の直積集合 (Cartesian product) すなわち，C の要素の順序対 (c^i,c^j) の部分集合を交換関係 E と定義し，二財 i と j の取引がこの E の要素であるとき，その取引を可能な (feasible) 取引として，c^iEc^j で示すものとする。この c^iEc^j は，財 i と j の直接取引を意味している。交換関係は，c^iEc^j と c^jEc^i が同じ取引であるから対称的 (symmetric) であり，c^iEc^i がなりたつことから反射的 (reflexive) である。さらに，物々交換経済においては，すべての財が他のすべての財と直接交換可能な経済，すなわち c^iEc^j がすべての i と j につき成り立つ経済であるから，c^iEc^j で c^jEc^k ならば c^iEc^k であるという推移性 (transitivity) も当然成り立つ。

（6） なお，このモデルでは，代替効果 $S_{i,k}$ は $S_{k,i}$ に等しくなく，$S_{ii}<0$ もなり立たない。

（7） Clower, P., op. cit.

貨幣を他のすべての財と直接取引され得る財と定義すれば，この物々交換経済は，すべての財が貨幣であるような経済といえる。これに対し，貨幣交換経済は，j のすべての値に対し $c^i\,E\,c^j$ が真であるような c の要素 c^i の i の値を特

第 1 図

(a) 物 々 交 換

	c^1	c^2
c^1	×	×
c^2	×	×

(b) 貨 幣 交 換

	c^1	c^2	c^3
c^1	×	×	×
c^2	×	×	0
c^3	×	0	×

(注) i と j の両財の取引が可能のとき，すなわち $c^i\,E\,c^j$ のとき，×で示し，そうでないとき，すなわち $c^i \not{E}\, c^j$ のとき 0 で示している。

定化する経済である。この場合，第1図(b)にみるように，$c^1\,E\,c^2$ で $c^2\,E\,c^3$ が $c^1\,E\,c^3$ を意味することはない。すなわち，そこでは二財の直接交換 $c^2\,E\,c^3$ は否定され，いわば間接交換のみとなり，交換の推移性はなりたたない。しかも，その貨幣交換経済では，少くとも三財の存在を必要とする。もし二財のみであれば，必然的に推移性が成り立ち，物々交換経済となる。そこで，例えば，国際経済における二財モデルの比較生産費原理は，必然的に物々交換の原理であり，貨幣交換経済を分析した原理ではないということになる。

上記のように，ある特定の財以外の財の貨幣の役割を否定した経済を，貨幣交換経済とすれば，貨幣は財を買い，財は貨幣を買うが，財は財を買わないという関係を定式化せねばならない。クラウァーは，すべての財の順序対を取引可能とする上掲（1）（2）式に代表されるモデルを拒否し，貨幣の賦存量 $\overline{M}$ と財の賦存量 $\bar{x}^i$ とが全く同じ形で導入されている予算制約式にその難点を見出し，予算制約式（2）に代って，財と貨幣との間の取引を表わした二種の制約式を置いた。すなわち，貨幣支出制約（財の購入）を表す (11) 式と貨幣所得制約（財の売却）を表す (12) 式である。期間内の貨幣受取りを m とすれば，

$$\Sigma_{i=1}^{l} p^i(x^i-\bar{x}^i)+M-\overline{M}=0 \qquad (11)$$

$$\Sigma_{i=l+1}^{n} p^i(x^i-\bar{x}^i)+m=0 \qquad (12)$$

両式から

$$\sum_{i=1}^{n} p^i(x^i-\bar{x}^i)+M+m-\overline{M}=0 \tag{13}$$

を導く。(12) と (13) 式の両式を制約条件として効用函数[8]

$$U=U(x^1, \cdots, x^n, M, m, p^1, \cdots, p^n) \tag{1'}$$

を極大化すれば

$$\begin{aligned}
&U_i-\lambda_1 p^i=0, \qquad i=1, \cdots, l\\
&U^i-(\lambda_1+\lambda_2)p^i=0, \qquad i=l+1, \cdots, n\\
&U_M-\lambda_1=0, \qquad U_m-(\lambda_1+\lambda_2)=0,\\
&-\sum_{i=1}^{n} p^i(x^i-\bar{x}^i)-M-m+\overline{M}=0,\\
&-\sum_{i=l+1}^{n} p^i(x^i-\bar{x}^i)-m=0
\end{aligned} \tag{14}$$

を得る。そこで，財および貨幣の需要函数は

$$\begin{aligned}
&x^i=x^i_i(p^1, \cdots, p^n, \bar{x}^1, \cdots, \bar{x}^n, \overline{M})\\
&M=M(p^1, \cdots, p^n, \bar{x}^1, \cdots, \bar{x}^n, \overline{M})\\
&m=m(p^1, \cdots, p^n, \bar{x}^1, \cdots, \bar{x}^n, \overline{M})
\end{aligned} \tag{15}$$

となる。ここに期末ストックMは，次期へ繰越す貨幣のストック需要であり，他方貨幣の受取りmは，その期間内での取引に必要な貨幣フローへの需要であり，取引動機による貨幣の需要である。クラウァーは，前者を貨幣の留保需要(reservation demand)，後者を所得需要（income demand）と名付けた。

財の賦存量の変化の影響をみるため，(14) 式を$\bar{x}^k$で偏微分すれば，

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{U} & -\boldsymbol{P} & -\boldsymbol{q} \\ & & \\ -\boldsymbol{P}^T & 0 & 0 \\ -\boldsymbol{q}^T & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dfrac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial \bar{x}^k} \\ \dfrac{\partial M}{\partial \bar{x}^k} \\ \dfrac{\partial m}{\partial \bar{x}^k} \\ \dfrac{\partial \lambda_1}{\partial \bar{x}^k} \\ \dfrac{\partial \lambda_2}{\partial \bar{x}^k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{O}_{n+2} \\ \\ -p^k \\ -p^k \end{pmatrix} \tag{16}$$

(8) 効用函数 (1′) を，$M, m, p^1, \cdots, p^n$ に関してゼロ次同次とすると，(1′) 式は，$U=U(x^1, \cdots, x^n, M/P, m/P)$ となしうる。これはクラウァーの設定した効用函数そのものである。

ただし $\boldsymbol{P}=(p^1, \cdots, p^n, 1, 1)^T$, $\boldsymbol{q}=(0, \cdots, 0, p^{l+1}, \cdots, p^n, 0, 1)^T$ となり

$$\frac{\partial x^i}{\partial \bar{x}^k}=-p^k\frac{D_{n+3, i}}{D}, \qquad k=1, \cdots, l \tag{17}$$

$$=-p^k\left(\frac{D_{n+3, i}}{D}+\frac{D_{n+4, i}}{D}\right), \qquad k=l+1, \cdots, n \tag{18}$$

となる。同様にして，(14) 式を $\bar{M}$ で偏微分し，クラーメルの公式を用いると

$$\frac{\partial x^i}{\partial \bar{M}}=-\frac{D_{n+3, i}}{D} \tag{19}$$

となるので，

$$\frac{\partial x^i}{\partial \bar{x}^k}=p^k\frac{\partial x^i}{\partial \bar{M}}, \qquad k=1, \cdots, l \tag{17'}$$

$$=p^k\frac{\partial x^i}{\partial \bar{M}}-p^k\frac{D_{n+4, i}}{D}, \qquad k=l+1, \cdots, n \tag{18'}$$

を得る。すなわち，初期の財賦存量の変化が市場で購入する財 ($k=1 \cdots, l$) で生じたときと，その期間市場へ供給する財 ($k=l+1, \cdots, n$) で生じたときとでは，財の需要に与えるその効果を異にする。前者は (17) 式で示され，後者は (18) 式で示される。両者の差は $-p^kD_{n+4, i}/D$ である。初期の貨幣賦存量の変化が財の需要に与える効果は，(19) 式である。したがって，初期の財賦存量の変化が市場で購入する財で生じた場合，その効果は，(17′) 式のように貨幣の賦存量変化のときと全く同じになる。しかし，それが市場へ供給する財で生じた場合は，貨幣の賦存量の変化のときより，(18′) 式にみるように $p^kD_{n+4, i}/D$ だけ小さい。かくして，財の需要に与えるこの賦存量変化の差異こそが，クラウァーの二種の制約条件を設けた結果である。(9)

なお，$\lambda_2=0$ は成立しない。なぜなら，この場合，(12) 式の制約が存在しないに等しいこととなり，二種の制約条件を設けた意味がなくなるからである。したがって，(14) 式から $U_M+\lambda_2=U_m$ が導出され，ストックおよびフローに

(9) この結果は，形式的には分離定理を用いても同じである。

関して，貨幣の限界効用が異なることとなる。そこで市場で購入される財と市場へ供給する財との間の加重限界効用は，均等でなくなり，また両者の間の財の限界効用比としてみた二財の限界代替率も，それら財の価格比に等しくならなくなる。[10] また売却される財と購入される財の二つのグループの間の，k 財の価格変化が i 財の需要に与える代替効果は，改めて考察するまでもなく，$\lambda_2 \neq 0$ であるから，非対称的 $(S_{ik} \neq S_{ki})$ になる。しかしながら，同じグループ内の財については，少くとも相似的に分離可能な (homothetically separable) 効用函数 $U=U[\varphi(x^1, x^2, \cdots, x^n), M, m, p^1, \cdots, p^n]$ を設けるならば，対称的である。ベルンシュタインの導出したものを結果のみ掲げれば，[11]

$$\left.\frac{\partial x^i}{\partial p^k}\right|_{u=\bar{u}} = S_{ik} = (\lambda_1+\lambda_2)U_\phi^{-1}\frac{D_{k,i}}{D} = (\lambda_1+\lambda_2)U_\phi^{-1}\frac{D_{i,k}}{D} = S_{ki}$$

ただし $D=\begin{vmatrix} \varphi'' & -P & -q \\ -P^T & & \\ -q^T & & O \end{vmatrix}$, $P=(p^1, \cdots, p^n)^T$, $q=(0, \cdots, 0, p^{l+1}, \cdots, p^n)^T$

また，$k=1, \cdots, l$ のグループについては $\lambda_2=0$ と置けば上式が妥当する。

である。なお，$S_{ii}<0$。

$p^1, \cdots, p^n, \overline{M}$ に関し需要函数 (15) 式は，財についてはゼロ次同次，貨幣については，ストックおよびフローの両者の需要函数につき，一次同次となる。例えば，貨幣ストックの需要函数 $M=M(p^1, \cdots, p^n, \bar{x}^1, \cdots, \bar{x}^n, \overline{M})$ のみについて，導出過程を記すと，$A=\sum_{k=1}^n \frac{\partial M}{\partial p^k}p^k + \frac{\partial M}{\partial \overline{M}}\overline{M}$ において $A=M$ の成立を確かめればよく，次のようになる。

A を変形し $A=\sum_{k=1}^l \frac{\partial M}{\partial p^k}p^k + \sum_{k=l+1}^n \frac{\partial M}{\partial p^k}p^k + \frac{\partial M}{\partial \overline{M}}\overline{M}$ とし，　$k=l+1$，

---

(10) 限界代替率と価格比とは，分離定理を用いたときも，一致しない。この場合は，効用函数 $[\varphi(x^1, \cdots, x^n), M, m, p_1, \cdots, p^n]$ の極大の必要条件は

$$\varphi'_i - \gamma_1 p^i = 0, \quad i=1, \cdots, l,$$
$$\varphi'_i - (\lambda_1+\gamma_2)p^i = 0, \quad i=l+1, \cdots, n$$
$$-\sum_{l+1}^n p^i(\bar{x}^i - \overline{x}^i) - M^0 - m^0 + \overline{M} = 0$$
$$-\sum_{i=l+1}^n p^i(x^i - \overline{x}^i) - m^0 = 0$$

となる。ただし，$\gamma=\lambda_1 U_\phi^{-1}$，$\gamma_1+\gamma_2=(\lambda_1+\lambda_2)U_\phi^{-1}$

(11) Bernstein, I. J., op. cit.

$\cdots, n$ のとき $\dfrac{\partial M}{\partial p^k}=-\sum_{j=1}^{n}\dfrac{\partial U_j}{\partial p^k}\dfrac{D_{j,n+1}}{D}+(\lambda_1+\lambda_2)\dfrac{D_{k,n+1}}{D}-\dfrac{\partial U_M}{\partial p^k}\dfrac{D_{n+1,n+1}}{D}$ $-\dfrac{\partial U_m}{\partial p^k}\dfrac{D_{n+2,n+1}}{D}+(x^k-\bar{x}^k)\left(\dfrac{D_{n+3,n+1}+D_{n+4,n+1}}{D}\right)$ を，$k=1,\cdots,l$ のときこの式に $\lambda_2=0$ を入れ，$D_{n+4,n+1}$ を除いた $\dfrac{\partial M}{\partial p^k}$ を，それぞれ代入するとともに，$\dfrac{\partial M}{\partial \overline{M}}=-\dfrac{D_{n+3,n+1}}{D}$ を代入し整理すれば，

$$A=-\sum_{j=1}^{n}\frac{D_{j,n+1}}{D}\left(\sum_{k=1}^{n}p^k\frac{\partial U_j}{\partial p^k}\right)+\lambda_1\sum_{k=1}^{n}\frac{D_{k,n+1}}{D}p^k+\lambda_2\sum_{k=l+1}^{n}\frac{D_{k,n+1}}{D}p^k$$
$$-\frac{D_{n+1,n+1}}{D}\sum_{k=1}^{n}p^k\frac{\partial U_M}{\partial p^k}-\frac{D_{n+2,n+1}}{D}\sum_{k=1}^{n}p\frac{\partial U_m}{\partial p^k}+\frac{D_{n+3,n+1}}{D}\sum_{k=1}^{n}p^k(x^k-\bar{x}^k)$$
$$+\frac{D_{n+4,n+1}}{D}\sum_{k=l+1}^{n}p^k(x^k-\bar{x}^k)-\frac{D_{n+3,n+1}}{D}\overline{M}$$

を得る。行列式 D を $n+1$ 列で展開し，他の列とこの展開式の関係を考え $\sum_{k=1}^{n}p^kD_{k,n+1}=D_{n+1,n+1}+D_{n+2,n+1}$ を得，効用函数のゼロ次同次性より $\sum_{k=1}^{n}\dfrac{\partial U}{\partial p^k}p^k+U_MM+U_mm=0$ とそれを x^j, M, m で夫々偏微分してえた関係式を用い $\sum_{j=1}^{n}D_{j,n+1}\left(\sum_{k=1}^{n}p^k\dfrac{\partial U_j}{\partial p^k}\right)=-MD+U_{MM}MD_{n+1,n+1}+U_mMD_{n+2,n+1}+MD_{n+3,n+1}+U_{mM}mD_{n+1,n+1}+U_{mm}mD_{n+2,n+1}-mD_{n+3,n+1}-mD_{n+4,n+1}$ を得る。それらを上の A の式に代入し，(14) 式と行列式 D の展開式とを考慮して整理すれば，$A=M$ となる。

以上の貨幣理論のミクロ的基礎に関するクラウァーの特徴は，結局彼が予算制約式を除去し，第1図 (a) と (b) から引出される (11) および (12) 式の貨幣支出制約式と貨幣所得制約式とを置いた点に求められねばならない。貨幣支出制約式 (11) は，市場から財を購入する限り，$\overline{M}-M>0$ でなければならないことを示す。また貨幣収入制約式 (12) は，効用函数 (1′) に m が導入されていることと併せて考えると，$m>0$ であることを示す。m が負またはゼロということは，あり得ない。もし $m<0$ ならば，(12) 式は (11) 式の中に包括されるし，また，もし $m=0$ ならば，効用函数の中に m を導入しないのと同じこと

になる。さらに，両者ともに，二種の制約条件を置いた意味を無にする。クラウァーが拒否した予算制約式（2）を，この(13)式と同じ形式で書き，$-\sum_{i=l+1}^{n} p(x^i\bar{x}^i)=m$とすれば，

$$\sum_{i=1}^{l} p^i(x^i-\bar{x}^i)-m+M-\overline{M}=0 \tag{2'}$$

を得る。この予算制約式をクラウァーの (11) 式

$$\sum_{i=1}^{l} p^i(x^i-\bar{x}^i)+M-\overline{M}=0 \tag{11}$$

と比較すれば，当期の貨幣支出 $\sum_{i=1}^{l} p^i(x^i-\bar{x}^i)$ への制約は (2′) 式より m の大きさだけ厳しいことがわかる。(12) 予算制約式 (2′) では，当期の収入

$$-\sum_{i=l+1}^{n} p^i(x^i-\bar{x}^i)=m \tag{12}$$

は，当期の支出のために利用することができ，そのため (2′) 式の左辺から，当期使用する $\overline{M}$ とともに，差引かれる。しかしながら，クラウァーのモデルでは，この (12) 式で得られた当期の貨幣収入 m は，当期の貨幣支出として利用することを許されない。そのうえ，クラウァーの (11) 式と (12) 式を加えた

$$\sum_{i=1}^{n} p^i(x^i-\bar{x}^i)+m+M-\overline{M}=0 \tag{13}$$

と，上の予算制約式 (2′) とを比較すればわかるように，この当期の貨幣収入 m は，次期へ繰越される貨幣ストック M の中に含まれることもない。(13) したがって，それは，貨幣流通過程から退蔵され消滅する。毎期 m の額だけ消滅すれば，このような貨幣選好をもつ個人からなる閉鎖的貨幣経済は，早晩，時の経過につれて，すべての貨幣を消滅し費し，$M>\overline{M}$ および $m\leq 0$ を認めない限り，崩壊するに至る。しかも，信用を認めないクラウァー・モデルは，$M>\overline{M}$ および $m\leq 0$ を許せば，その意義を失う。かくして，ここに予算制約式 (2′) を排除したクラウァー・モデルの欠陥が露呈する。クラウァーの貨幣交換経済は，物々交換経済へ至る貨幣排除過程の記述にすぎない。それにも抱わらず，

---

(12) クラウァーでは，$\sum_{i=1}^{l} p^i(x^i-\bar{x}^i)=\overline{M}-M$であり，予算制約式では$\sum_{i=1}^{l} p^i(x^i-\bar{x}^i)=\overline{M}+m-M$である。

(13) $\sum_{i=1}^{n} p^i(x^i-\bar{x}^i)+m+M-\overline{M}=0$ は，(11) 式と同じことである。ともに m は実質的に入っていない。

クラウァーは，市場全体としてワルラス法則の妥当性を主張する。すなわち，財市場の超過需要と貨幣のストックとフローの超過需要の和は常にゼロとなるという。この場合，一度退蔵された貨幣が，次期へ繰越すMとしてではなく，何か別のルートを通じて流通に復帰するのであろうか。

2

クラウァー・モデルが上述のように欠陥を持つものであるならば，その欠陥を修正して，改めてモデルを構築することを考えなければならない。それを行う前に，物々交換経済と貨幣交換経済との違いを言及したR. M. スターおよびN. R. ギブソンの研究を，クラウァーの第1図 (a) と (b) に関連しながら，考察しておくこととしよう。

R. M. スターは，クラウァーのように貨幣の効用を認めるという立場よりも，各個人にとり何等欲望の対象でないに拘わらず授受される唯一の財を貨幣と定義し，古典的二分法に立脚し，いわゆる物々交換を説明するジェヴォンスの「欲求の二重の一致」(double coincidence of wants)(14) を正確に解釈し，そこから貨幣交換の効率性を見出そうとする。すなわち，ジェヴォンスの欲求の二重の一致の中には，二つの概念がみられる。その一は，取引を行う二人の取引者が，自己の提供する財に対し，直接相手方から，それと等価の財を受け取ることによって，決済するということであり，その二は，その取引によって，超過需要や超過供給が，決して増加せず，むしろ減少してゆくということである。この二つの条件に加えて，もし一般均衡を配慮すれば，均衡の成立とともに，すべての超過需要は，ゼロとならなければならないとの条件がなりたつ。そこで，スターは，以上の三つの条件を，(i) 価格との一致性 (price consistency)，(ii) 単調超過需要減少 (monotone excess demand diminution)，(iii) 超過需要完全充足 (excess demand fulfillment) と呼ぶ。(15)

---

(14) Jevons, W. S., Money and the Mechanism of Exchange, 1910 (in "*Monetary Theory*", *Penguin Modern Economics*, ed. by R. W. Clower, 1969. pp. 25–29)

(15) Starr, R. M., op.cit.

いま，T 人，N 財からなる取引を考える。取引者 j から i への財の移動を a_{ij} とかけば，a_{ij} は N 次元ベクトルである。N 財につき，すべての対としてみた取引者の取引を描くとすれば，$|T|^2 \times N$ の矩形行列を得る。その各行は，取引者の対に対応し，各列は N ケの財に対応する。この矩形行列を交換（exchange）$A = \|a_{ij}\|$，$i, j \in T$ と定義する。ここで，当然 $a_{ij} = -a_{ji}$ である。これは，j から i へ送られた同じ財が，取引者 i によって j からのものである，と認識される事実を単に記したにすぎない。なお，$a_{ij} < 0$ は，i から j への財の移動を表わす。

そこで，P を N ケの財の価格を並べた価格ベクトルとする。その場合，上記の条件 (i) 価格との一致性とは，A の各行 a_{ij} について，その価格 p で，$p \cdot a_{ij} = 0$ を意味している。したがって，これは，取引に適用された概念であり，必ず対となる二人の取引者 i と j の間での物々交換を保証している。そこには，信用による取引は，除外されている。すなわち，j から i へ k 財の $a^k{}_{ij}$ 単位が移動したとしても，i の予算がそれだけ増大し，当概期間余分に任意の財の購入が可能となることを保証するものではない。i は j から必ず等価の別の財を受取らなければならない。次に，第二の条件 (ii)，すなわち単調超過需要減少とは，価格 p において，各 $i \in T$ につき，（イ）$\mathrm{sign}\, a^k_{ij} = \mathrm{sign}\, w^k_i$ または $a^k_{ij} = 0$，および（ロ）$|\sum_{j \in T} a^k_{ij}| \leqq |w^k_i|$ のなりたつような[16]，$w_i \in d_i(p)$ があることとして，理解しうる。ただし，$i \in T$ に対し，超過需要コレスポンデント $d_i(p)$ があり，$x \in d_i(p)$ につき $p \cdot x = 0$ となるとする。したがって，ある個人 i の k 財の超過需要の正負の符号と，i に対してなされた k 財のすべての取引の符号とは，等しく（さもなければ $a^k_{ij} = 0$）なること，またその個人 i が，自己の超過需要を過度に充足しない（超過供給を過度に提供しない）こと，等を保証している。そこで，交換 A の取引の結果は，必ず超過需要（または超過供給）の大きさを減少してくることとなり，ジェヴォンスの，欲求の二重の一致の要件を説明することとなる。最後の条件 (iii)，超過需要の完全充足は，$i \in T$ に対し，

(16)　$|\sum a^k_{ij}|$ また $|w^k_i|$ 等は $\sum a^k_{ij}$ や w^k_i の大きさを表わす。

その価格 p で $\sum_{j\in T} a_{tj} \in d_t(p)$ となるような A であることと定義できる。かくして，$p\in E^N$，$p\geqq 0$ について，もし，$t\in T$ で，$\sum_{i\in T} x_i=0$ となるような $x_i\in d_i(p)$ が存在するならば，その p は，均衡価格であると定義しうることとなる。

以上の三つの条件を用いて，スターは，次に物々交換と貨幣交換の差異を検討する。この三条件のうちで，任意の二つのみが満される場合を考える。すなわち，ある価格 p において，価格との一致性と単調超過需要減少の二条件のみが満される場合，また単調超過需要減少と超過需要の完全充足の二条件のみが満される場合，さらに価格との一致性と超過需要の完全充足の二条件のみが満される場合，などである。第一の場合には，物々交換は成り立つが，一般均衡は成り立たない。しかしながら，第二の場合や第三の場合には，物々交換そのものが，成り立たなくなる。特に第三の場合について，スターが例示し，ギブソンが引用した[17]次の例を再び引用しよう。それは，三名の取引者と三財（A，B, C,）のケースであり，各人の超過需要を，$d_1(p)=(1, 0, -1)$，$d_2(p)=(-1, 1, 0)$，$d_3(p)=(0, -1, 1)$ とし，価格 $p=(1, 1, 1)$ の下で，超過需要の行列を第2図のように描く。第2図で，行列の各行は取引者を示し，各列は財を示す。

第2図　超過需要の行列（物々交換）

	A 財	B 財	C 財
1	1	0	−1
2	−1	1	0
3	0	−1	1

このとき，この行列の行の和は，価格ベクトルと超過需要ベクトルの内積で表わされ，ゼロとなる。ゆえに，価格との一致性の条件は満している。他方，この行列の列の和は，同様にゼロとなる。ゆえに，超過需要の完全充足の条件も満足する[18]。しかしながら，取引者1が，C 財と交換に A 財を欲し

(17) Gibson, N. R., op. cit. ただし，ギブソンと異なり，行列を転置した形で描き，A, B, C を財，1，2，3 を各個人としている。これは，スターの例示に一致さすためである。

(18) 単調超過需要減少の条件をはずせば，この例の場合にも，第5図として後に描くような物々交換Aを考えることができる。その交換 A では，$p\cdot a_{ij}=0$ および $\sum_{i\in T} a_{ti}\in d_t(p)$ がなり立っている。すなわち，それは二つの条件については充足されている。

ているにも拘わらず，取引者2も取引者3も，その要求に応じられない。すなわち，取引者2は，A 財と交換に B 財を欲し，取引者3は，B 財と交換に C 財を欲するからである。取引者2や取引者3についても，同様のことがいえる。かかる場合，当然物々交換は成立しない。換言すれば，物々交換は，上記の三条件のすべてが満されることを必要とする。

ところが，貨幣交換ならば，このような場合にも，交換が行なわれうる。ここに言う貨幣交換とは，貨幣の定義からして，超過需要および超過供給いずれをも持たないにも拘わらず授受されるような第 $N+1$ 番目の財を含む交換である。すなわち，貨幣交換Aは，$|T|^2\times(N+1)$ の矩形行列 $\|a^k_{ij}\|$ で定義される $(k=1, \cdots, N+1)$。そして，以前のように $a_{ij}=-a_{ji}$ である。貨幣価格を $p^{N+1}=1$ と置く。$N+1$ 番目の財のすべての取引者の超過需要および超過供給は，仮定によりゼロである。このとき，価格ベクトルは，$N+1$ 次元の $p=(p^B, 1)$ で示される。ただし，$p^B=(p^1, \cdots, p^N)$。いま，価格 p の下で実現する交換 A のリアルの部分の行列を A^B とする。R. M. スターにおいては，古典的な二分法をそのまま採用するので，この A^B がその価格 p^B で単調超過需要減少的であれば，A もまた p において単調超過需要減少的であり，また A^B が p^B で超過需要の完全充足を満たせば，同様に A も p で超過需要完全充足の条件を満足する。これらは，その仮定からして自明である。

さらに，$x_t \in d_t(p)$ である x_t に対して $\sum_{t\in T} x_t=0$ となる場合の価格，すなわち各財に対するすべての個人の超過需要の和がそれぞれゼロとなるような価格を均衡価格とする。そこで，いま均衡価格が与えられたとするならば，その均衡価格との一致性や単調超過需要減少性および超過需要の完全充足性などの条件を満たすような貨幣交換 A が，必ず存在する。例えば，上記第2図の行列に貨幣の列を加えた第3図の行列を考えよう。そこでは，各列で，その要素の和，すなわち三財の超過需要は，それぞれゼロとなる。したがって，この場合の価格 $p=(1, 1, 1, 1)$ は，定義からして均衡価格である。取引は，貨幣と交換に行なわれる。取引者1は，C 財を取引者3に売却し，交換に貨幣を受取る。取引者1は，特に貨幣を欲しないが，受領すると仮定する（第3図 (a) → (b)）。次

第3図　超過需要の行列（貨幣交換）

(a)

	A	B	C	D
1	1	0	−1	0
2	−1	1	0	0
3	0	−1	1	0

(b)

	A	B	C	D
1	1	0	0	1
2	−1	1	0	0
3	0	−1	0	−1

(c)

	A	B	C	D
1	0	0	0	0
2	0	1	0	1
3	0	−1	0	−1

に，取引者1は，その受取った貨幣で取引者2からA財を購入する（第3図(b)→(c)）。最後に，取引者2は，取引者3からB財を購入し貨幣で支払う。取引が完了したときの超過需要の行列の要素は，すべてゼロとなる。一方，この場合，貨幣交換の行列Aは，第4図のようになる。この貨幣交換行列Aは，貨幣価格pにおいて，価格との一致性，単調超過需要減少，[19] 超過需要の完全充足の三つの条件を完全に満たしている。かくして，均衡価格pの下では，第4

第4図貨幣交換の行列

	A	B	C	D
a_{11}	0	0	0	0
a_{12}	1	0	0	−1
a_{13}	0	0	−1	1
a_{21}	−1	0	0	1
a_{22}	0	0	0	0
a_{23}	0	1	0	−1
a_{31}	0	0	1	−1
a_{32}	0	−1	0	1
a_{33}	0	0	0	0

第5図　物々交換の行列

	A	B	C
a_{11}	0	0	0
a_{12}	1	−1	0
a_{13}	0	1	−1
a_{21}	−1	1	0
a_{22}	0	0	0
a_{23}	0	0	0
a_{31}	0	−1	1
a_{32}	0	0	0
a_{33}	0	0	0

図のような貨幣交換Aが存在することになる。

(19)　単調超過需要減少の条件は，貨幣D財についてのみ，満されていない。これは，そのモデルでの貨幣の特殊性である。

このように貨幣交換 A が存在することは，取りも直さず前出の物々交換では不可能であった交換が，貨幣交換では可能となることを意味している。しかしながら，このような取引は，貨幣をある特定の一財（D 財）に固定することを，必ずしも要求していない。[20] 上記の貨幣交換において，貨幣 D 財は，他の財と異なり，取引者の欲求に関係なく授受される財とせられ，その意味で上述の三条件のうち，第二の単調超超需要減少の条件を満さなくてよい唯一の財であるとせられた。そこで，上例の第3図の物々交換において，すべての財につき，この第二の条件をはずして考えてみよう。そうすることで，物々交換においても，取引が可能となる。例えば，取引者1は，取引者2から A 財を購入し，対価として C 財を支払う。取引者2は，C 財を不要とするが受取る。そして，取引者2は，その受取った C 財と引換えに，取引者3から B 財を購入する。この場合，第二の条件を満さない財は，C 財である。同様のことは，A 財あるいは B 財を，第二の条件を満さない財とすることによっても成り立つ。例えば，A 財の場合についてみれば，取引者3は，取引者2へ B 財を売却し不要の A 財を受取り，その A 財で取引者1より C 財を購入する。また，B 財が第二の条件を満さない財とする場合をみれば，取引者1が，取引者3へ C 財を売却し，引換えに不要の B 財を受取り，その B 財をもって，取引者2から A 財を購入するということになる。第5図は，この最後のケースについて，物々交換行列を描いたものである。[21] かくして，物々交換経済においても，第二の条件をはずせば，すべての財が取引の仲介をすることになり，取引可能となってくる。[22] クラウァーが，第1図 (a) において，物々交換を，すべての財を貨幣とする経済である

(20) 四財以上の多くの財の場合，当然2，3の財が貨幣の役割をすることが考えられる。しかし，ここでは，第3図の3財ケースについて考えることにする。

(21) 第5図は，R. M. スターの Lemma 1 に関する証明をもとにして作られた。

(22) 第5図の取引は，価格との一致性と超過需要の完全充足の二つの条件を満しているが，第二の単調超過需要減少の条件は満していない。すなわち $\mathrm{sign}\, a^k_{ij} = \mathrm{sign}\, w^k_i$ 又は $a_{ij}=0$（ただし，$w_i \in d_i(p)$）となっているかどうかをみると，A 財と C 財については，妥当しているが，B 財については妥当していない。B 財の場合，$d_1(p)$ の符号はゼロであるのに，$a_{12}<0$，$a_{13}>0$ となっている。

ただし，$\left|\sum_{j\in T} a^k_{ij}\right| \leqslant \left|w^k_i\right|$ の条件は，すべての財について充足されている。

と定義したのは，このような意味においてであったといえよう。[23]

また，ギブソンが示したように，三名の取引者以外に，仲介者を設けて，その仲介者に裁定取引（arbitrage）を行なわしめることによっても，物々交換で，取引を可能にすることができる。ここにいう仲介者としての裁定者とは，各財につき，たとえ超過需要を持たないとしても受入れ，超過供給を持たないとしても提供するという行動をする取引者である。そして，裁定者以外の取引者は，すべてこの裁定者との間でのみ，取引を行うものとされる。したがって，この場合，裁定者の行動が，スターの設定した物々交換の第二の条件に牴触してくることは，自明である。出発点として，第6図（a）にみるような超過需要

第6図　超過需要の行列（裁定者を含む物々交換）

(a)

	A	B	C
1	1	0	−1
2	−1	1	0
3	0	−1	1
4	0	0	0

(b)

	A	B	C
1	0	0	0
2	−1	1	0
3	0	−1	1
4	1	0	−1

(c)

	A	B	C
1	0	0	0
2	0	0	0
3	0	−1	1
4	0	1	−1

の行列を仮定する。この場合，先ず取引者1は，裁定者（取引者4）と取引を行い，A財を売却し，C財を購入する。その結果は，第6図（b）のようになる。続いて，取引者2が裁定者と取引を行う。そして，第6図（c）となる。最後に，

(23)　この例のように，取引を仲介する財を，実際に対価として授受しなくても，信用を導入する場合には，取引可能となる。すなわち，取引者1は，取引者2からA財を購入し，対価としてC財の価値に等しい信用を与える。取引者2は，その信用額だけ処分可能な予算が増大する。そこで，その信用と引換えに，取引者3からB財を購入する。取引者3は，取引者2よりえたその信用を取引者1に引渡してC財を入手する。この場合の物々交換行列は，上のようになる。この行列は，第二および第三の条件を満すが，第一の条件（価格との一致性）を満さない。信用に関しては後述する。

	A	B	C
a_{11}	0	0	0
a_{12}	1	0	0
a_{13}	0	0	−1
a_{21}	−1	0	0
a_{22}	0	0	0
a_{23}	0	1	0
a_{31}	0	0	1
a_{32}	0	−1	0
a_{33}	0	0	0

超過需要の行列の要素がすべてゼロとなって，取引を完了する。この取引の経緯は，結局のところ，仲介する財の機能を，ある取引者に集中し代替させたことである。この意味で，ギブソンは，この取引者4を，クリヤリング・ハウスと称し，貨幣の完全代替物であると説明した。そこで，これを逆に言えば，貨幣の機能は，クリヤリング・ハウスの役割を遂行することであるといい得る。

以上のことから，R. M. スターの考えに沿いそれを拡張してみれば，物々交換経済と貨幣交換経済の違いは，物々交換の第二の条件，すなわち単調超過需要減少の条件を，どの範囲まではずすかという問題に帰着するといえよう。すなわち，すべての財について，この第二の条件をはずせば，クラウァーのいうすべての財を貨幣とした物々交換経済が実現するし，他方ある特定の一財のみについて，第二の条件をはずせば，貨幣交換経済が実現することになる。そして，そこで把えられている貨幣の役割は，クリヤング・ハウスとしての機能であるといいうる。

しかしながら，このようなクリヤリング・ハウスによる取引は，上例でみたように超過需要を持った取引者が，同時に一堂に会して取引を行うということがなければ，成立しない性質のものである。たとえば，それぞれの取引者のその取引をする時点が異なれば，裁定者（取引者4）は，先ず取引者1に提供する A 財を予め保有しておらねばならず，その保有する財を提供して次の時点へ橋渡しをしなければならない。次の時点においても，同様に取引者2に対して予め B 財を保有していて，その B 財を提供して第三の時点までつないで行かねばならない。このように時間を導入して考える場合には，たとえ，その取引が二名二財からなり，同時点で行えば当然なりたつような物々交換であったとしても，実行不可能となってくる。この点を指摘したのが，N. R. ギブソンであるといえる。以下ギブソンの例にしたがい考察しよう。第7図の行列は，二時点の超過需要を，それぞれ示したものである。この場合，両者の超過需要が，もし同時点で起こっておれば，物々交換は，何等の問題を生じることなく，実現することになる。しかしながら，両者の時点が異なるために，時点Iにおいて，取引者1は，A 財の提供と交換に，取引者2からの B 財を受取ることがで

第7図 超過需要の行列（時間を含む物々交換）

時 点 I

	A	B
1	−1	0
2	1	0

時 点 II

	A	B
1	0	1
2	0	−1

きない。かくして，取引は不可能となる。同じことは，時点IIの取引者についてもあてはまる。しかしながら，このような場合でも，貨幣を導入し，上記の物々交換の第二の条件をはずせば，取引が単純に実行可能となってくる。第8図は，そのことを示したものである。(24) ここでは，C財が貨幣である。取引者1

第8図 超過需要の行列（時間を含む貨幣交換）

時 点 I

(a)

	A	B	C
1	−1	0	0
2	1	0	0

(b)

	A	B	C
1	0	0	−1
2	0	0	1

時 点 II

	A	B	C
1	0	1	−1
2	0	−1	1

の提供するA財は，時点Iで，予め保有している取引者2の貨幣と交換される((a)図→(b)図)。そして，時点Iの取引は完了し，時点IIへと引継がれる。時点IIでは，取引者2のB財が，貨幣と交換に取引者1に手渡される。

このような異時点間の取引は，ギブソンによれば，貨幣のない経済においても投機者（speculator）を介在させれば，実行可能になるという。ここに投機者とは，出発点で超過需要がゼロであり，信用によって財の売買の行える取引者である。第9図の超過需要の行列によって，この点をみてみよう。ここで，取引者3は，ここに言う投機者である。取引者3は，時点Iにおいて，A財を信用で買い，それを取引者2へ転売する。時点Iの終了時における行列は，

(24) この場合の交換行列を作れば容易にわかる如く，貨幣についてのみ第二の条件が満されないことになってくる。その他の二つの条件はすべて満されている。

第9図　超過需要の行列（投機者を含む物々交換）

時点 I

	A	B
1	−1	0
2	1	0
3	0	0

時点 II

	A	B
1	0	1
2	0	−1
3	0	0

すべての要素がゼロの形になる。時点IIでは，取引者3は，取引者2より信用でB財を買い，それを取引者1へ転売する。そして，投機者が時点Iで，取引者1に負っていた債務と，取引者2に持っていた債権を，ともに時点IIで相殺し消滅せしめる。ここに信用によって行動する投機者の介在で物々交換が遂行され完了する。したがって，時間を含む経済では，投機者は，貨幣の完全な代替物であるということになる。このことを逆に言えば，貨幣は，このような異時点間の橋渡しという投機者の役割をになう財であると言えることになる。前節で考察したクラウァーは，すべての信用取引をその分析から排除した。したがって，そこには，貨幣が異時点間の橋渡しというギブソンのような投機者の役割をする財であるという認識は，ぬけていたとみなければならない。なお，第9図の場合，時点Iの交換行列Aを描けば，第10図のようになる。同様の行列は，時点IIについても描きうる。これらは，ともに，物々交換のスターの必要条件のうち第一の条件，すなわち価格との一致性を満たしていない。一般に，信用を含む物々交換行列は，このように価格との一致性の条件をはずした場合に成り立つ。

ギブソンは上記のように異時点間の投機者の役割を考察して，スターの分析を補うが他方でスターの物々交換の必要条件が，価格を外生的に与えられたものとする仮定の下に，成り立っていることを批判し，その点の修正を試みる。市場での交換は，それと同時に，価格の形成をもなしている。したがって，価格の形成過程と切り離して，交換関係を分析し，その条件を見出しても，市場交換の重要な条件を見落してしまうことになるであろう。そこで，ギブソン

第10図 時点Ｉにおける物々交換の行列 A
(信用を含む場合)

	A	B
a_{11}	0	0
a_{12}	0	0
a_{13}	−1	0
a_{21}	0	0
a_{22}	0	0
a_{23}	1	0
a_{31}	0	0
a_{32}	0	0
a_{33}	0	0

は，各取引者が，選好序列のある価格ベクトルを持って，市場に臨むものと仮定し，それら取引者の競合の結果，均衡価格と交換とが，同時に成立するものと考えて，スターの分析の欠陥を修正しようとした。しかしながら，この点の考察は，われわれの分析が，価格を所与とし効用を極大とする個人に限定されているため，ここでは採り上げないことにしたい。

そこで，以上のスターおよびギブソンの考察を通じて得られた結論を要約しよう。先ず，物々交換の成立に必要な条件は，価格との一致性，単調超過需要減少，および超過需要の完全充足の三つである。このうち，単調超過需要減少の条件をはずせば，クラウァーのいうすべての財が貨幣となる物々交換が実現するか，あるいは，ある特定の財に裁定機能を与える貨幣交換経済が実現する。さらに，この貨幣交換経済において貨幣は，異時点間の橋渡しをするという投機者の役割をも兼ねそなえている。このことは，物々交換が異時点で可能であるためには，投機者を介在させねばならないことから推して，理解することができる。しかしながら，投機者の介在する物々交換では，貨幣に代って信用が導入せられ，価格との一致性という物々交換の第一条件がはずされなければならない。

次に，これらの考察の過程で見落してならないことは，第一に，クラウァーのいうすべての財が貨幣となる物々交換においては，各取引者が交換の仲介をするすべての財を，予め準備として保有していなければ，交換が初めから成り立たないということである。そして，当然のこととして，特定の財を貨幣とする場合にも，その特定の財を予め保有していなければならない。このように，取引の出発点で，貨幣ストックを必要とすることは，次期にも取引がなされる

かぎり，取引の終了時点でも貨幣ストックの保有を必要とすることになる。ここに，われわれは，クラウァーの貨幣ストック M が需要される理由を見出す。第二に，貨幣が投機者の機能を果たしているということは，受取支払の過程において，貨幣が次の時点への橋渡しをなす取引のために必要とされることを意味している。時点 I の取引者 1，および時点 II の取引者 2 は，生起する支払いのために，予め各時点の初めに，貨幣を保有していなければならない筈である。このことは，ヒックスが考えたように，月曜に市場が開かれ，火曜以降決済のみが生起するような週を設けて考えてみれば，容易にわかるところである。かかる貨幣の保有こそ，クラウァーのいう取引貨幣フロー m の保有である。前節のクラウァーの分析においては，取引貨幣フロー m の保有動機は，必ずしも充分に解明されたとはいえない。それは，貨幣 m が単に財の売却の対価として受取られると指摘されているにすぎないからである。そこに，貨幣が異時点間の橋渡しという機能をもつがゆえに，保有されることを明確にする必要があろう。

これら貨幣ストックおよび貨幣フローの保有に関する結論は，特に貨幣を欲求の対象としない世界を分析したスターおよびギブソンの分析から導出された結論である。われわれの目的は，スターのような貨幣がヴェールである世界を取扱うことではない。取引にはコストが掛り，価格および契約には予測が伴っている。このような世界では，貨幣は，積極的に保有され欲求の対象とせられる筈である。かくして，ここに，クラウァーのように貨幣ストック M と貨幣フロー m を効用函数の中に導入する意義があるといえる。

3

前節の考察から，われわれは，貨幣交換経済を，スターの定義した価格との一致性，単調超過需要減少，超過需要の完全充足という物々交換の三条件のうち，単調超過需要減少と価格の一致性の二つの条件をはずし，そこに生じる裁定者の機能および投機者の機能を，ある特定の財である貨幣に託した経済であるとみることができる。そして，その考察の過程で，貨幣交換経済の取引が円

滑に進行するためには，それら機能を果たす貨幣のストックが，少くとも取引の出発点で保有されていなければならず，したがって経済活動が継続して行くという視点からみれば，取引の終了時点においても，次期以降の期首のための貨幣ストックMが準備されていなければならないこと，さらに時間を導入した実際の経済において生起する受取や支払に対して，貨幣ストックの需要だけでなく，貨幣フローの需要mがなければならないこと，等が見出された。

われわれは，第1節で考察したクラウァーの分析では，これら貨幣ストックMおよび貨幣フローmを，効用函数の中に導入するとともに，他方でその効用函数を制限するものとして，貨幣支出制約式と貨幣所得（収入）制約式を設け，前者に貨幣ストックの需要を，後者に貨幣フローの需要を，それぞれわけて導入したこと，また通常の予算制約式を制約条件式から取り除いたために，貨幣フローの需要mが貨幣の流通過程から退蔵され脱落する結果，早晩貨幣経済そのものを崩壊へと導くようになること，等を見出した。

そこで，われわれは，第2節で考察したスターおよびギブソンの分析から得た結論を基礎に置きながら，このクラウァーの欠陥の修正を試みてみよう。効用函数は，第2節からして，クラウァーの（1'）式をそのまま使用することができる。

$$U=U(x^1, \cdots, x^n, M, m, p^1, \cdots, p^n) \tag{1'}$$

効用函数（1'）は，以前と同様に，貨幣ストック，貨幣フローおよび貨幣価格に関してゼロ次同次であると仮定される。

そして，この効用函数に関する制約条件式は，先ず

$$e-m+M-\overline{M}=0 \tag{20}$$

として，貨幣の受取と支払，および期首と期末の貨幣ストックという貨幣額のままで定義される。ただし，eは，当期間の貨幣支出額である。この予算制約式から，ただちに，個々の取引者が取引に際し決定するものは，e, m, Mのうち任意の二つのみであることが読みとれる。クラウァーは，このうち，貨幣収入（所得）mと貨幣ストックMを選んだ。その他に，貨幣支出eと貨幣ストックMを選ぶことも可能であるが，貨幣支出と貨幣収入とを選び貨幣ストッ

クMを除くことは，不可能である。それは，前節でみたように，貨幣が裁定者および投機者の機能を果たす財であるとの，スターおよびギブソンの考察から得た結論からみて，貨幣ストックMを除くことができないと思われるからである。いま，クラウァーにしたがい，貨幣収入と期末の貨幣ストックが個人の選好により決定されるとすれば，貨幣支出eは，その結果，受動的に決められてくるものとなってくる。それゆえ，eを敢えて予算制約式の中に貨幣で表記しておく必要もないことになる。そこで，それをリアルに改めれば[25]，(1′) 式は，

$$\sum_{i=1}^{l} p^i(x^i-\bar{x}^i)-m+M-\overline{M}=0 \tag{2'}$$

となる。他方，貨幣収入（所得）mは，財の賦存量の売却から得られるので，

$$-\sum_{i=l+1}^{n} p^i(x^i-\bar{x}^i)=m \tag{12}$$

となる。これは，個人が貨幣収入mについて意志決定を行い，その結果，売却される財がきめられるということを示し，効用函数を制約する関係式である[26]。

そこで，(2′) および (12) の二つの制約式の下に，効用函数 (1′) を極大化すれば，

$$\begin{aligned}
&U_i-\lambda_1 p^i=0\,, \qquad i=1\,,\cdots,\,l\\
&U_i-\lambda_2 p^i=0\,, \qquad i=l+1\,,\cdots,\,n\\
&U_M-\lambda_2=0\\
&U_m-\lambda_2+\lambda_1=0\\
&-\sum_{i=1}^{l} p^i(x^i-\bar{x}^i)+m-M+\overline{M}=0\\
&-\sum_{i=l+1}^{n} p^i(x^i-\bar{x}^i)-m=0
\end{aligned} \tag{21}$$

を得る。クラウァーと同様に，市場で購入する財 ($i=1\,,\cdots,\,l$) と市場へ供給する財 ($i=l+1\,,\cdots,\,n$) との間の加重限界効用は，λ_1 と λ_2 が等しくない限り，

(25)　むしろ，財の間の需要関連を分析するため，リアルで記すべきであろう。
(26)　制約式 (12) を (2′) 式に代入すれば

$$\sum_{i=1}^{n} p^i(x^i-\bar{x}^i)+M-\overline{M}=0$$

が得られる。これは，パティンキンの制約式である (2) 式と同じものとなる。

均等ではなく，また両者の加重限界効用の比も λ_1/λ_2 となり，1とならない。

$$\begin{aligned} \frac{U_i}{p^i} &= U_M, \qquad i=1,\cdots,l \\ \frac{U_i}{p^i} &= U_M+U_m, \qquad i=l+1,\cdots,n \end{aligned} \tag{22}$$

となる。すなわち，市場で購入する財から得る加重限界効用は，次期へ繰越す貨幣ストックの限界効用に等しくなるが，一方市場へ供給する財からえる加重限界効用は，次期へ繰越す貨幣ストックの限界効用と当期間内に受取る貨幣フローの限界効用の和に等しくなる。[27] 市場への財の供給は，(12) 式と (2′) 式の両方の制約が課せられている。したがって，当然，市場へ供給する財から得る加重限界効用は，貨幣ストックと貨幣フローの両方の限界効用の和に等しくならなければならない。既に述べたように，貨幣ストックは，貨幣が裁定者に代ってその機能を果たし，他方貨幣フローは，貨幣が投機者に代ってその機能を果たすことを示すものである。ゆえに，$U_i/p^i=U_M+U_m$ は，個人が，市場へ供給する財に認める限界効用と上記の両機能をもつ貨幣に認める限界効用とを，等しくするように行動することを意味している。(21) 式より，

$$U_M+U_m=\lambda_2 \tag{23}$$

が得られる。したがって，$\lambda_2=0$ となり (12) 式の制約が取り除かれない限り，貨幣ストックと貨幣フローの限界効用は等しくならない。

---

(27) 効用函数にeとMを導入し，(2′) 式と (12) 式に代り，二式

$$e-\sum_{i=l+1}^{n}p^i(x^i-\overline{x}^i)+M-\overline{M}=0$$

$$\sum_{i=1}^{l}p^i(x^i-\overline{x}^i)-e=0$$

を制約式として，同様のことを行えば，

$$\begin{aligned} &U_i-\mu_2p^i=0, && i=1,\cdots,l \\ &U_i-\mu_1p^i=0, && i=l+1,\cdots,n \\ &U_M-\mu_1=0, && U_e-\lambda_1+\lambda_2=0 \end{aligned}$$

となり，

$$\begin{aligned} \frac{U_i}{p_i} &= U_M-U_e, && i=1,\cdots,l, \\ \frac{U_i}{p_i} &= U_M, && i=l+1,\cdots,n \end{aligned}$$

を得る。この場合，二重の制約は，市場で購入する財について，かかっている。したがって，(22) 式と一見異なるようにみえるが，結論は，変らない。

クラウァーの (14) 式から，われわれは，$U_i/p^i=U_M$，$(i=1, \cdots, l)$ と $U_i/p^i=U_m$，$(i=l+1, \cdots, n)$ の関係式を導き出すことができる。すなわち，クラウァーのモデルでは，市場で購入する財の加重限界効用は，貨幣ストックの限界効用に等しく，市場へ供給する財の加重限界効用は，貨幣フローの限界効用に等しい。両者は，この限りで，特に関連を持たない。それは予算制約式を除いたために，貨幣の支払が財に与える制約と貨幣の受取が財に与える制約とが，互いに関係を持たないことになったからである。したがって，貨幣の受取 m は期末に貨幣ストックとして残らず，流通過程から退蔵されて行く。[28] これに反し，われわれの分析では，予算制約を示す (2′) 式によって，m は必ず期末の貨幣ストック M の中に含まれて行き，流通過程から消滅することはない。

上掲の (21) 式より，財と貨幣のストックおよびフローに関する需要函数は，次のようになる。

$$
\begin{aligned}
x^i &= x^i(p^1, \cdots, p^n, \bar{x}^1, \cdots, \bar{x}^n, \overline{M}) \\
M &= M(p^1, \cdots, p^n, \bar{x}^1, \cdots, \bar{x}^n, \overline{M}) \qquad (24) \\
m &= m(p^1, \cdots, p^n, \bar{x}^1, \cdots, \bar{x}^n, \overline{M})
\end{aligned}
$$

この (24) 式は，形式的には，クラウァーの (15) 式と同じである。しかし，財および貨幣の賦存量と財の価格の変化が，それぞれの需要に与える影響は違っている。

先ず，$\bar{x}^k$ および $\overline{M}$ が変化する場合，すなわち $\mu=\bar{x}^k$，$k=1, \cdots, l$ について，

---

(28) クラウァーの (13) 式をわれわれの (2′) 式と比較するとき，貨幣フロー m の制約式での取扱いの違いが明らかになる。われわれの (2′) 式では，m は，当期の貨幣収入であり，当期の財の購入にも使用しうるものであるから，期首の貨幣ストック $\overline{M}$ の増加と同じであり，それと同じように正の符号を付して取扱われている。ところが，クラウァーの (13) 式では，それは期末の貨幣ストック M と同じように負の符号を付して取扱われている。さらに，クラウァーの m は，M と同様に，当期末まで保有されてゆき，当期間内に貨幣支払 e として支出されることはない。以上のような取扱いの違いは，U_M と U_m の関連を示した (23) 式と，クラウァーの同じ関連式 $U_M+\lambda_2=U_m$ の違いとなって現われてきたといえる。

$$\begin{pmatrix} U'' & -P & -q \\ & & \\ & & \\ -P^T & 0 & 0 \\ -q^T & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial \mu} \\ \dfrac{\partial M}{\partial \mu} \\ \dfrac{\partial m}{\partial \mu} \\ \dfrac{\partial \lambda_1}{\partial \mu} \\ \dfrac{\partial \lambda_2}{\partial \mu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} O_{n+2} \\ \\ \\ -p^k \\ 0 \end{pmatrix} \tag{25}$$

ただし，$-P^T=(-p^1, \cdots, -p^l, O_{n-l}, -1, 1, 0, 0)$

$-q^T=(O_l, -p^{l+1}, \cdots, -p^n, 0, -1, 0, 0)$

$k=1, \cdots, l$

が得られる。もし $\mu=\bar{x}^k$ で $k=l+1, \cdots, n$ のときは，右辺が $(O_{n+2}, 0, -p^k)^T$ となり，さらに，もし $\mu=\overline{M}$ のときは，右辺が $(O_{n+2}, -1, 0)^T$ となる。そこで

$$\frac{\partial x^i}{\partial \bar{x}^k}=-p^k\frac{D_{n+3,i}}{D}, \quad k=1, \cdots, l \text{ のとき} \tag{26}$$

$$=-p^k\frac{D_{n+4,i}}{D}, \quad k=l+1, \cdots, n \text{ のとき} \tag{27}$$

$$\frac{\partial x^i}{\partial \overline{M}}=-\frac{D_{n+3,i}}{D} \tag{28}$$

となる。(25) 式の左辺の行列の行列式は，クラウァーの (16) 式の左辺の行列の行列式と形式上類似しているが，第 $n+3$ 列と行が異なっている。[(29)] したがって，(26) 式と (28) 式で得る結果は，形式的にはクラウァーと同じであるが，導出される値は，異なってくる。また，(26) 式と (28) 式を比較すればわかるように，市場から購入する財 ($k=1, \cdots, n$) に関して，その賦存量の変化が与える影響は，貨幣の賦存量が変化した場合と，等しくなる。しかし，市場へ供給する財に関しては，その影響は，等しくならない。この点，パティンキンの

(29) この (25) 式の左辺の行列の行列式において，第 $n+3$ 列と第 $n+4$ 列の和を，第 $n+3$ 列となし (行についても同じようにする)，以前のクラウァーの (16) 式の左辺と比較してみよ。

分析と異なり，第1節のクラウァーの考察と同じである。クラウァーは，このような結果を導出するためには，制約条件からパティンキンの予算制約式（2）をとり除かなければならないと，考えた。しかしながら，われわれが考察したように，予算制約式をそのまま設けておき，それ以外に第二の制約条件を加えるならば，クラウァーの意図と同じものが，見出しうるのである。

貨幣価格 p^k が変化する場合の影響は，結果のみを挙げれば，

$$\frac{\partial x^i}{\partial p^k}=-\Sigma_{j=1}^{n}\frac{\partial U_j}{\partial p^k}\frac{D_{j,i}}{D}+\lambda_1\frac{D_{k,i}}{D}-\frac{\partial U_M}{\partial p^k}\frac{D_{n+1,i}}{D}-\frac{\partial U_m}{\partial p^k}\frac{D_{n+2,i}}{D}$$

$$+(x^k-\bar{x}^k)\frac{D_{n+3,i}}{D},\qquad k=1,\cdots,l \text{ のとき} \tag{29}$$

$$=-\Sigma_{j=1}^{n}\frac{\partial U_j}{\partial p^k}\frac{D_{j,i}}{D}+\lambda_2\frac{D_{k,i}}{D}-\frac{\partial U_M}{\partial p^k}\frac{D_{n+1,i}}{D}-\frac{\partial U_m}{\partial p^k}\frac{D_{n+2,i}}{D}$$

$$+(x^k-\bar{x}^k)\frac{D_{n+4,i}}{D},\qquad k=l+1,\cdots,n \text{ のとき} \tag{30}$$

である。そして，代替効果 $\left.\frac{\partial x^i}{\partial p^k}\right|_{u=\bar{u}}=S_{i,k}$ は，

$$S_{i,k}=-\Sigma_{j=1}^{n}\frac{\partial U_j}{\partial p^k}\frac{D_{j,i}}{D}+\lambda_1\frac{D_{k,i}}{D}-\frac{\partial U_M}{\partial p^k}\frac{D_{n+1,i}}{D}-\frac{\partial U_m}{\partial p^k}\frac{D_{n+2,i}}{D}$$

$$+\frac{1}{\lambda_1}\frac{\partial U}{\partial p^k}\frac{D_{n+3,i}}{D},\qquad k=1,\cdots,l \text{ のとき} \tag{31}$$

$$=-\Sigma_{j=1}^{n}\frac{\partial U_j}{\partial p^k}\frac{D_{j,i}}{D}+\lambda_2\frac{D_{k,i}}{D}-\frac{\partial U_M}{\partial p^k}\frac{D_{n+1,i}}{D}-\frac{\partial U_m}{\partial p^k}\frac{D_{n+2,i}}{D}$$

$$+\frac{1}{\lambda_2}\frac{\partial U}{\partial p^k}\frac{D_{n+4,i}}{D}\qquad k=l+1,\cdots,n \text{ のとき} \tag{32}$$

となり，$S_{i,k}\neq S_{k,i}$ である。また，貨幣ストックの需要函数 $M=M(p^1,\cdots,p^n,\bar{x}^1,\cdots,\bar{x}^n,\overline{M})$ は，クラウァーと同様に，$p^1,\cdots,p^n,\overline{M}$ に関して一次同次である。ここに敢えて，その導出過程を挙げておく必要もないであろう。