不安定性原理の2部門分析について

——置塩教授のモデルの研究——

篠 崎 敏 雄

I 序

ハロッドの経済動学は，周知のように一部門モデルに基づいて構成されている。したがって，その一つの中心部分を成している「不安定性原理」においても，そのとおりである。ところがこのことは，今日の経済成長理論の出発点となったハロッドの“An Essay in Dynamic Theory”(1939)[1]の原稿について，ケインズとハロッドとの間で取交わされた往復書簡の最初の部分ですでに問題とされている[2]。そしてハロッドは，ケインズのコメントに対する最初の返事で，重要である資本財と消費財との区別をしなかったことについて，弁明をしている。それは，もしその区別をしていれば，やや手のこんだ発展に乗り出さねばならなかったと感じたし，彼の原稿の量はそれを掲載しようとしているエコノミック・ジャーナルの紙面にとってすでに十分なほどであり，紙面の制限からこの問題を取扱わなかったのであるというのである。しかし，ハロッド自身はその後，本格的に2部門モデルで論ずることをしなかった。

ハロッドの学説に基づくその後の経済動学の発展において，恒常成長steady-state growthの安定・不安定性については，多くの文献で2部門分析が行なわれている。しかし，保証成長均衡の不安定性については，本格的に2部

(1) R.F. Harrod, “An Essay in Dynamic Theory”, *Economic Journal*, March, 1939.
(2) J.M. Keynes, *The Collected Writings of John Maynard Keynes*, edited by D. Moggridge, Vol. XIV, 1973, p. 328. 篠崎敏雄「保証成長の不安定性のためのケインズの条件について」,『香川大学経済学部研究年報』23, 1984, 3-7ページ参照。

門モデルで取扱ったものは，置塩信雄教授の『現代経済学』(1977)[(3)] 以外にはあまりないと思われる。そこで，不安定性原理の2部門分析，さらには多部門分析の一層の研究の発展の基礎として，置塩教授のこの2部門モデルについて検討をしてみたい。

ここではまず，置塩教授のモデルの仮定に続いて，連立定差方程式によるモデルおよび連立微分方程式によるモデルについて検討し，それらの成立ち，特徴，モデルの展開等について考察したい。また，最後に結びとして，ハロッド・モデルとの比較によって，置塩教授のモデルの基本的特徴を考察したい。そして，定差方程式体系と連立方程式体系の，この問題を取扱う場合の長所・短所についても考察したい。

II 置塩教授のモデルにおける明示的仮定と暗黙の仮定

置塩教授の「2部門モデル」における基本的な諸仮定を列挙すると次の通りである。

「(1) 生産財部門は，生産設備の生産を行ない，生産設備の耐用年数はいちじるしく長く，置換需要は問題にならないとする。

(2) 生産設備は，生産財，消費財部門で使用される。しかし，一度，いずれかの部門で用いた生産設備は，他の部門に転用不可能とする。

(3) この生産設備以外の生産財は捨象する。

(4) 労働者は賃金総計をその期に消費支出するとし，資本家は消費需要を行なわない。

(5) 消費財で測った実質賃金率は一定である。

(6) 生産設備が正常に稼動されると否とにかかわりなく，各部門で生産量単位当り必要な投入労働量は一定である。

(7) 各部門とも生産技術の変化はない。[(4)]」

ここで，生産財とは資本財のことと解される。また，(4)の仮定は，いわゆる

(3) 置塩信雄『現代経済学』，筑摩書房，1977。
(4) 前掲書，112ページ。

「極端な古典派貯蓄関数」の仮定である。そして(6)の仮定は，必要労働係数が一定ということだけでなく，現実の労働係数もそれに等しいということを含んでいると解される。また(7)の仮定は必要労働係数だけでなく必要資本係数（置塩教授の表現では正常資本係数）も一定であることを意味していると解される。

これらの他に，暗黙のうちになされている重要な仮定として，両部門における生産物市場の需給一致の均衡がある。ここで不安定性が問題とされるハロッド的均衡径路は，両部門の生産物の需給一致と，両部門の生産設備の正常稼働とを含んでいる。置塩教授は不均衡の問題を考える場合，単純化のため，生産設備の稼働についての不均衡のみに焦点を合わせていると考えられる。

また，不均衡が生じた場合の，企業家の資本蓄積率の調節の態度について，重要な仮定をしておられるが，これについては後に触れる。

III 記号

X_1 ……………生産財部門の生産量

X_2 ……………消費財部門の生産量

K_1 ……………生産財部門の生産設備の存在量

K_2 ……………消費財部門の生産設備の存在量

I_1 ……………生産財部門の新投資需要量

I_2 ……………消費財部門の新投資需要量

N_1 ……………生産財部門の雇用量

N_2 ……………消費財部門の雇用量

R ……………労働単位あたり実質賃金率

α_1 ……………生産財部門の現実資本係数（平均概念）

α_2 ……………消費財部門の現実資本係数（平均概念）

Cr_1……………生産財部門の正常（必要）資本係数（平均概念）

Cr_2……………消費財部門の正常（必要）資本係数（平均概念）

σ_1 …………… $1/Cr_1$

σ_2 …………… $1/Cr_2$

n_1 ……………生産財部門の労働係数（N_1/X_1）

n_2 ……………消費財部門の労働係数（N_2/X_2）

x_1 ……………生産財部門の稼働率の逆数（$\sigma_1 K_1/X_1 = \alpha_1/Cr_1$）[5]

x_2 ……………消費財部門の稼働率の逆数（$\sigma_2 K_2/X_2 = \alpha_2/Cr_2$）

g_1 ……………生産財部門の資本蓄積率（I_1/K_1）

g_2 ……………消費財部門の資本蓄積率（I_2/K_2）

λ ……………両部門の生産設備の存在比（部門比率）（K_2/K_1）

y_1 ……………g_1 の均衡資本蓄積率 g^* からの乖離

y_2 ……………g_2 の均衡資本蓄積率 g^* からの乖離

z ……………λ の均衡部門比率 λ^* からの乖離

IV　置塩教授のモデルI――連立定差方程式による取扱い

置塩教授の均衡経路の不安定性についての2部門分割のモデルは，連立定差方程式によるものと，連立微分方程式によるものとがある。まず，前者の方から，私なりに，モデルの内容や特徴などについて解明をしたいと思う。

連立定差方程式による置塩教授のモデルについて考察する場合，まず，その均衡径路の条件について考えてみよう。第II節でも述べたように，この場合の均衡径路の条件には，両部門の生産物の需給一致と，両部門の生産設備の正常稼働とを含んでいる。

まず，生産財市場の需給一致の条件は，次式で表わされる。

$$X_1 = I_1 + I_2 \tag{1}$$ [6]

左辺は生産財の供給量であり，右辺は，それに対する両部門からの需要量を表わす。

次に，消費財市場の需給一致の条件は次式のとおりである。

$$X_2 = R(N_1 + N_2) \tag{2}$$ [7]

（5）　$\sigma_1 K_1$ は，K_1の生産設備を正常に稼働した時の生産財の生産量である。稼働率は $X_1/\sigma_1 K_1$となる。

（6）　置塩，前掲書，112ページ。

左辺は消費財の供給量，右辺は両部門の実質賃金の総計であり，それは仮定により消費財の需要量を表す。

また，両部門における生産設備の正常稼働の条件は，それぞれの部門において，現実資本係数が正常（必要）資本係数に一致しているということである。

$$\alpha_1 = Cr_1 \qquad (3)$$ [8]

$$\alpha_2 = Cr_2 \qquad (4)$$ [9]

そして前述のように，置塩教授は不均衡を考える場合，生産物市場の需給一致の均衡を仮定し，生産設備の稼働についての不均衡に焦点を合わせて議論を進めていると考えられる。

ところで，連立方程式による置塩教授のモデルは，五つの方程式から成っている。それらの式の基本性格や導出について，順次説明してみよう。

最初の方程式は，生産財市場の需給一致の条件から導かれる。すなわちその条件は

$$X_1 = I_1 + I_2 \qquad (1)$$

左辺は生産財の供給量であり，右辺はそれに対する需要量を表す。(1)式の両辺を生産財部門の生産設備の存在量 K_1 で割って変形すれば，次のようになる。

$$\frac{X_1}{K_1} = \frac{I_1}{K_1} + \frac{I_2}{K_2} \cdot \frac{K_2}{K_1}$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha_1} = g_1 + g_2 \lambda$$

そこで，t 期の変数の数値を，上つきの添字で示せば次のようになる。

$$1 = (g_1{}^t + g_2{}^t)\lambda^t \qquad (5)$$ [10]

これが、第１の方程式である。

第２の方程式は，消費財市場の需給一致の条件から導かれる。すなわちその

（７）　前掲書，112ページ。
（８）　前掲書，113ページ。
（９）　前掲書，113ページ。
(10)　前掲書，114ページ。

条件は

$$X_2 = R(N_1 + N_2) \tag{2}$$

左辺は消費財の供給量であり，右辺は前述のように，消費財の需要量を表わす。両辺を，消費財部門の生産設備の存在量 K_2 で割って変形すれば，次のようになる。

$$\frac{X_2}{K_2} = R\left(\frac{N_1}{X_1}\cdot\frac{X_1}{K_1}\cdot\frac{K_1}{K_2} + \frac{N_2}{X_2}\cdot\frac{X_2}{K_2}\right)$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha_2} = R\left(\frac{n_1}{\alpha_1}\cdot\frac{1}{\lambda} + \frac{n_2}{\alpha_2}\right) = \frac{Rn_1}{\alpha_1\lambda} + \frac{Rn_2}{\alpha_2} \tag{6}$$

$$\therefore \frac{1-Rn_2}{\alpha_2} = \frac{Rn_1}{\alpha_1\lambda}$$

$$\therefore \alpha_1\lambda = \frac{\alpha_2\cdot Rn_1}{1-Rn_2}$$

ここで変数の t 期の値を添字を使って示せば，次のようになる。

$$\alpha_1{}^t\lambda^t = \alpha_2{}^t\cdot b \qquad \left(b = \frac{Rn_1}{1-Rn_2}\right) \tag{7}$$[11]

b は仮定により定数である。これが第2の方程式である。

第3の方程式は、両部門の資本蓄積率の相対的な関係と，部門比率の変化との関係を示す。

生産財部門の資本蓄積率 g_1，消費財部門の資本蓄積立 g_2，および生産財部門に対する消費財部門の部門比率 λ は，それぞれ次のとおりである。

$$g_1 \equiv I_1/K_1,\quad g_2 \equiv I_2/K_2,\quad \lambda \equiv K_2/K_1 \tag{8}$$

また，各部門のための新投資と，各部門に存在している生産設備との間には，当然次の関係が存在する。

$$I_1 = \Delta K_1,\quad I_2 = \Delta K_2 \tag{9}$$

そこで，両部門の資本蓄積率と部門比率の変化との間には，次の関係が存在

(11)　前掲書，115ページ。

することが分かる。

$$\frac{1+g_2}{1+g_1}\lambda=\frac{1+I_2/K_2}{1+I_1/K_1}\cdot\frac{K_2}{K_1}=\frac{K_2+I_2}{K_1+I_1}=\frac{K_2+\Delta K_2}{K_1+\Delta K_1}$$

$$\therefore\ \lambda^{t+1}=\frac{1+g_2{}^t}{1+g_1{}^t}\lambda^t \tag{10}$$ [12]

これが，第3の方程式である。

第4の方程式と第5の方程式について，置塩教授自身は，これらを新投資関数と呼んでおられる。それらは，生産設備の稼働に関して，ある期に均衡または不均衡が生じた場合，企業家はそれに対応して次期の資本蓄積率をどのように決定するか，ということを表わすものである。言いかえれば，均衡・不均衡に対する，企業家の資本蓄積率の調節態度を示す方程式である。

置塩教授はこれらの方程式についての基本的な考え方として，次のように述べておられる。「われわれは，ある部門のための資本蓄積率は，その部門における生産能力が正常に稼働しているかどうか，したがって，資本係数が正常水準に比してどのようになっているかに着目して，加減されると想定する。[13]」また，「両部門のための新投資態度は互いに異なると考える根拠はない[14]」とし，各部門の新投資関数を次のように示しておられる。

$$g_1^{t+1}=g_1{}^t+\beta\left(1-\frac{\alpha_1{}^t}{Cr_1}\right) \tag{11}$$ [15]

$$g_2^{t+1}=g_2{}^t+\beta\left(1-\frac{\alpha_2{}^t}{Cr_2}\right) \tag{12}$$ [16]

この場合，$\beta>0$ である。

まず，生産財部門についての(11)式からその含意を考えてみよう。t 期において生産設備の正常稼働($\alpha_1{}^t=Cr_1$)が達成されておれば，右辺第2項はゼロとな

---

(12)　前掲書，114ページ。
(13)　前掲書，114ページ。
(14)　前掲書，115ページ。
(15)　前掲書，115ページ。
(16)　前掲書，115ページ。

り，$t+1$ 期においても t 期の資本蓄積率が維持される。もし t 期に過度の稼働($\alpha_1{}^t > Cr_1$)が行われれば，$t+1$ 期の資本蓄積率は β の値に従って上方に調節される。また，t 期に稼働の不足($\alpha_1{}^t < Cr_1$)があれば，$t+1$ 期の資本蓄積率は下方に調節される。同様のことが，消費財部門についての(12)式についても考えられている。

その場合，調整係数である β が，両部門で同じ値となっている。これは，$Cr_1 \neq Cr_2$，$\alpha_1 \neq \alpha_2$ であっても，$\alpha_1{}^t/Cr_1 = \alpha_2{}^t/Cr_2$ であれば，$g_1^{t+1} - g_1{}^t = g_2^{t+1} - g_2{}^t$ であるという想定を意味している。このことを，別の言葉で述べてみよう。記号のところで示したように，α_1/Cr_1 と α_2/Cr_2 は，それぞれ生産財部門および消費財部門の，稼働率の逆数である。したがって，$\alpha_1/Cr_1 = \alpha_2/Cr_2$ は両部門で稼働率が等しいことを意味する。その場合には，両部門の企業家の資本蓄積率の調整の仕方は等しい，すなわち両部門の調整係数が等しいという想定をしているのである。これは，理論的な単純化としては，妥当な想定と考えられる。

以上の置塩教授の，均衡経路の不安定性についての，2部門分割の場合の連立定差方程式によるモデルの，五つの方程式の説明を終った。ここで，これらをまとめて書けば次の通りである。

$$1 = (g_1{}^t + g_2{}^t \lambda^t)\alpha_1{}^t \tag{5}$$

$$\alpha_1{}^t \lambda^t = \alpha_2{}^t \cdot b \qquad \left(b = \frac{Rn_1}{1 - Rn_2}\right) \tag{7}$$

$$\lambda^{t+1} = \frac{1 + g_2{}^t}{1 + g_1{}^t}\lambda^t \tag{10}$$

$$g_1^{t+1} = g_1{}^t + \beta\left(1 - \frac{\alpha_1{}^t}{Cr_1}\right) \tag{11}$$

$$g_2^{t+1} = g_2{}^t + \beta\left(1 - \frac{\alpha_2{}^t}{Cr_2}\right) \tag{12}$$

(5)式と(7)式は，それぞれ生産財市場と消費財市場の需給一致の条件から導かれた。したがって，このモデルにはこの意味の均衡が前提とされ，不均衡は，生産設備の稼働に関する不均衡のみが問題とされている。(10)式は，両部

門の資本蓄積率と部門比率の変化との間の関係を示している。そういう意味では，２部門分割の場合の固有の方程式と言える。また，(11)式と(12)式とは，置塩教授の表現では「新投資関数」であり，生産設備の稼働に関する均衡や不均衡に対応する，企業家の資本蓄積率の調整の態度を示している。均衡経路の不安定性いかんの問題を取り扱うこのモデルにおいては，もっとも重要なものである。

ところで，このモデルの未知数は，g_1，g_2，λ，α_1，α_2，の五つである。二部門モデルの特徴は，資本蓄積率と現実資本係数が，二つの部門それぞれについてあることと，部門比率 λ というものが変数として存在していることである。

次に，これら未知数の均衡値について考えてみよう。α_1 と α_2 についての均衡値は，それぞれ，Cr_1 と Cr_2 である。

部門比率 λ の均衡値についてはどうであろうか。前述のように，均衡経路の条件は，両部門の生産物の需給一致ということと，もう一つは両部門における生産設備の正常稼働ということであった。ところが，前者の条件はモデルを通じて満たされていると暗黙裡に仮定されている。そこで，残るのは，生産設備の正常稼働だけである。ところで，(７)式を導出する過程で現れた次の式に注目しよう。

$$\frac{1}{\alpha_2}=R\left(\frac{n_1}{\alpha_1}\cdot\frac{1}{\lambda}+\frac{n}{\alpha_2}\right)=\frac{Rn_1}{\alpha_1}\cdot\frac{1}{\lambda}+\frac{Rn_2}{\alpha_2} \qquad (6)$$

ここで，両部門における生産設備の正常稼働の条件（$\alpha_1=Cr_1$，$\alpha_2=Cr_2$）を入れる。これで均衡経路の条件が満たされたわけであるが，このことと両立する部門比率を均衡部門比率とし，λ^* で表すと，(６)式は次のようになる。

$$\frac{1}{Cr_2}=\frac{Rn_1}{Cr_1}\cdot\frac{1}{\lambda^*}+\frac{Rn_2}{Cr_2}$$

これを変形すると，均衡部門比率を決定する次式が得られる。

$$\lambda^*=\frac{Cr_2}{Cr_1}\cdot\frac{Rn_1}{1-Rn_2}=\frac{Cr_2}{Cr_1}\cdot b \qquad \left(b=\frac{Rn_1}{1-Rn_2}\right) \qquad (13)$$ [17]

(17)　前掲書，114ページ。

次に，均衡資本蓄積率について考えてみよう。(13)式から，均衡経路上の部門比率 λ^* は一定であることが分かった。それでは，この一定の均衡部門比率と両立する資本蓄積率はどのようなものであろうか。(10)式から分かるように，λ が一定であるためには，生産財部門の資本蓄積率 g_1 と消費財部門の資本蓄積率 g_2 とが等しくなければならない。それを均衡資本蓄積率 g^* とすると次のようになる。

$$g^* = g_1 = g_2 \tag{14}$$

また(5)式 $1 = (g_1{}^t + g_2{}^t \lambda^t)\alpha_1{}^t$ から，均衡経路上では次のようになる。

$$1 = g^*(1+\lambda^*)Cr_1$$

$$\therefore g^* = \frac{1}{Cr_1} \cdot \frac{1}{1+\lambda^*} \tag{15}$$

[18]

このようにして，両部門において等しい，一定の値をもつ均衡資本蓄積率が得られた。

次に置塩教授は，(5)，(7)，(10)，(11)，(12)，の連立定差方程式によって経済の運動が規定されるとき，均衡経路の不安定性を言うことが出来るかどうかということを問題としておられる。そして「初期（第0期）における乖離が，特定の仕方で行われる場合は，乖離が発散的になることは容易にいえる[19]」とされている。その乖離の特定の仕方としては，次の初期条件を考えている。

$$\lambda^0 = \lambda^*, \quad g_1{}^0 = g_2{}^0 = g^0 > g^* \tag{16}$$

[20]

そして，その結論として次のように言っておられる。「それゆえ，初期状況が(16)[21] であるときには，それ以後の時期において，部門比率は均衡水準 λ^* を保ち，両部門の資本蓄積率は同一の値をとりつつ，均衡蓄積率 g^* から上方へ乖離してゆく。このとき，両部門の資本係数 α_1，α_2 はともに正常以下に減少してゆく。[22]」もちろん，初期条件が次のような場合には，両部門の資本蓄積率が均衡蓄

(18) 前掲書，114ページ。
(19) 前掲書，116ページ
(20) 前掲書，116ページ。
(21) 原文では（4.24）
(22) 前掲書，117ページ。その論証については116-7ページを参照。

積率から下方に乖離してゆくことを論証することが出来る。すなわち

$$\lambda^0=\lambda^*,\quad g_1{}^0=g_2{}^0=g^0<g^* \tag{17}$$

しかし，以上は初期条件が(16)式や(17)式に表されているような特殊な場合についてである。これは事実上1部門モデルとほぼ同じことである。2部門固有のより一般的な場合としては，$g_1{}^0 \neq g_2{}^0$ であって，したがって $\lambda^0 \neq \lambda^*$ の場合についても考察しなければならない。置塩教授は，初期条件をより一般的にした場合の経済の運動をみるためには，(5)，(7)，(10)，(11)，(12)の諸式から成る，非線型の連立定差方程式を解かねばならないが，これは困難であるとして断念しておられる。

V　置塩教授のモデルII——連立微分方程式による取扱い——

置塩教授は，前述の連立定差方程式を解く代わりに，これに対応する非線型の連立微分方程式の均衡点近傍での動きを観察するという方法で，初期条件をより一般的にした場合の均衡経路の不安定性を論証しようとされている。以下，そのモデルに含まれている暗黙の仮定やモデルの成り立ち，特徴およびその展開等について，私なりの解明を行なってみたい。

このモデルで暗黙になされている主要な仮定は，連立定差方程式によるモデルの場合と同じく，両部門における生産物市場の需給一致の均衡ということである。そして，不均衡はもっぱら，生産設備の稼働についての不均衡に考察を限っている。このことが，そうでなければ複雑である筈の分析を，単純明快なものとしている。

また，連立定差方程式の場合との大きな違いは，当然ながら，使われている数量概念が離散型式から連続形式に変わっていることである。

このモデルの全体は，前と同じく五つの方程式から成り立っており，二つのモデルの間にそれぞれ対応関係があるが，具体的には少しずつ違っている。

第1番目の方程式は，前と同様生産財市場の需給一致の条件から導かれる。すなわち

$$X_1=I_1+I_2$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha_1}=\frac{X_1}{K_1}=\frac{I_1}{K_1}+\frac{I_2}{K_2}\cdot\frac{K_2}{K_1}=g_1+g_2\lambda \tag{18}$$

ところが，記号のところで説明したように，生産財部門の稼働率の逆数 x_1 は，$\sigma_1 K_1/X_1$ であり，またこれは $\sigma_1\alpha_1$ に等しい。すなわち

$$x_1=\frac{\sigma_1 K_1}{X_1}=\sigma_1\alpha_1$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha_1}=\sigma_1/x_1$$

したがって，これを(18)式に代入すれば，

$$\sigma_1/x_1=g_1+g_2\lambda$$
$$\therefore \sigma_1=(g_1+g_2\lambda)x_1 \tag{19}$$
[23]

これが連立微分方程式の第1式である。これは連立定差方程式の第1式である(5)式と，本質的には同じである。

第2方程式は，これも前と同じく，消費財市場の需給一致の条件から導かれる。

$$X_2=R(N_1+N_2)$$

これは前述のように，左辺が消費財の供給量，右辺は仮定により消費財の需要量である。これを前と同様に変形して，連立定差方程式の(7)式に当る次式が導かれる。すなわち，

$$\alpha_1\lambda=\alpha_2 b \qquad \left(b=\frac{Rn_1}{1-Rn_2}\right) \tag{20}$$

しかし今回はこれに留まらず，さらに変形がおこなわれる。ところで，連立定差方程式の場合について，次式で示されるような均衡部門比率 λ^* が導かれた。

$$\lambda^*=\frac{Cr_2}{Cr_1}\cdot b \qquad \left(b=\frac{Rn_1}{1-Rn_2}\right) \tag{13}$$

連続分析の場合にも，同様な仕方で(13)式と全く同じ形のものを導き出すこと

(23) 置塩信雄『現代経済学』，118ページ。

が出来，これを(20)式の変形に使用する。[24]

ところで，両部門の稼働率の逆数は，記号のところでも説明したようにそれぞれ次のように示すことができる。

$$x_1=\frac{\sigma_1 K_1}{X_1}=\frac{\alpha_1}{Cr_1},\quad x_2=\frac{\sigma_2 K_2}{X_2}=\frac{\alpha_2}{Cr_2}$$

$$\therefore \alpha_1=x_1 Cr_1,\quad \alpha_2=x_2 Cr_2$$

これらを(20)式に代入すると次式が得られる。

$$x_1 Cr_1 \lambda=x_2 Cr_2 b$$

$$\therefore x_1\lambda=x_2\frac{Cr_2}{Cr_1}\cdot b$$

これに(13)式を代入すると次のとおりとなる。

$$x_1\lambda=x_2\lambda^* \qquad (21)$$ [25]

これがモデルの第２番目の方程式である。

これは，連立定差方程式の場合の(７)式と比べて形は異なっている。しかし，(７)式に当たる(20)式を変形して導かれたものであるので，本質的な性格は(７)式と同じである。

第３番目の方程式は，両部門の資本蓄積率と，部門比率の相対的変化率との関係を示すものである。部門比率の定義 $\lambda\equiv K_2/K_1$ ということから次のとおりとなる。

$$\dot{\lambda}/\lambda=g_2-g_1$$

$$\therefore \dot{\lambda}=(g_2-g_1)\lambda \qquad (22)$$ [26]

この第３の方程式は，連立定差方程式の(10)式に当るものである。[27]

第４番目と第５番目の方程式は，それぞれ生産財部門と消費財部門における

(24)　これは事実上(13)式と同じであるので，(13)式と呼ぶことにする。
(25)　前掲書，118ページ。
(26)　前掲書，118ページ。
(27)　(10)式を変形すると次のようになる。

$$\lambda^{t+1}-\lambda^t=\left(\frac{1+g_2}{1+g_1}-1\right)\lambda^t=\frac{g_2-g_1}{1+g_1}\lambda^t$$

生産設備の稼働について，その均衡・不均衡に対応する企業家の資本蓄積率調節の態度を示すものである。すなわち

$$\dot{g}_1=\beta\left(1-\frac{\alpha_1}{Cr_1}\right)=\beta(1-x_1) \tag{23}$$ [28]

$$\dot{g}_2=\beta\left(1-\frac{\alpha_2}{Cr_2}\right)=\beta(1-x_2) \tag{24}$$ [29]

ここで $\beta>0$ である。$x_1=\alpha_1/Cr_1$，$x_2=\alpha_2/Cr_2$ は，記号のところでも説明したように，それぞれ生産財部門と消費財部門との稼働率の逆数である。たとえば，生産財部門についての(23)式で，$\alpha_1=Cr_1$（稼働率が1）で均衡状態の場合には，資本蓄積率 g_1 は変らない。ところが，$\alpha_1<Cr_1$（稼働率が1以上）の場合には，資本蓄積率は加速される。$\alpha_1>Cr_1$（稼働率が1以下）の場合には，資本蓄積率は抑えられる。消費財部門に関する(24)式についても同様である。またこの場合，調整係数 β の値が，両部門で等しいと想定されていることは，連立定差方程式のときの(11)式と(12)式の場合と同様である。このようにして，(23)式と(24)式は，前のモデルのそれぞれ(11)式と(12)式に対し，本質的に同じものである。

以上で置塩教授の，均衡経路の不安定性についての，2部門分割の場合の連立微分方程式によるモデルの，五つの方程式の説明を終った。これらをまとめて書けば次のとおりである。

$$\sigma_1=(g_1+g_2\lambda)x_1 \tag{19}$$

$$x_1\lambda=x_2\lambda^* \tag{21}$$

$$\dot{\lambda}=(g_2-g_1)\lambda \tag{22}$$

$$\dot{g}_1=\beta(1-x_1) \tag{23}$$

$$\dot{g}_2=\beta(1-x_2) \tag{24}$$

(19)式と(21)式は，それぞれ生産財市場と消費財市場の需給一致の条件から導かれた。そこで，このモデルも前のモデルと同じく，この意味の均衡が前提

---

(28) 前掲書，118ページ。
(29) 前掲書，118ページ。

とされ，不均衡は生産設備の稼働に関する不均衡のみが問題とされる。(22)式は，両部門の資本蓄積率と部門比率の変化との間の関係を示している。また，(23)式と(24)式とは，生産設備の稼働に関する均衡や不均衡に対応する，企業家の資本蓄積率の調節の態度を示している。これら二つは，このモデルの中で最も重要な方程式であると考えられる。

ところで，このモデルの未知数は，g_1，g_2，λ，x_1，x_2 の五つである。次に，これらの未知数の均衡値について考えてみよう。

五つの未知数の中で，x_1 と x_2 の均衡値はそれぞれ1である。このモデルにおいて置塩教授は，残りの三つの変数の均衡値を重視しておられる。部門比率 λ の均衡値 λ^* は，前述のように(13)式で決定される。すなわち

$$\lambda^* = \frac{Cr_2}{Cr_1} \cdot b \qquad \left(b = \frac{Rn_1}{1 - Rn_2}\right) \tag{13}$$

もし現実の部門比率 λ がこの一定の λ^* に等しければ λ は不変であり，(22)式から $g_1 = g_2$ となる。この時の資本蓄積率を均衡資本蓄積率 g^* とすれば，次のようになる。

$$g^* = g_1 = g_2 \tag{25}$$ [30]

また(19)式 $\sigma_1 = (g_1 + g_2\lambda)x_1$ から，均衡経路上では次のようになる。

$$\sigma_1 = g^*(1 + \lambda^*)$$

$$\therefore g^* = \frac{\sigma_1}{1 + \lambda^*} \left(= \frac{1}{Cr_1} \cdot \frac{1}{1 + \lambda^*}\right) \tag{26}$$ [31]

これは，均衡資本蓄積率決定の方程式であり，連立定差方程式の場合の(15)式と本質的に同じものである。

IV 連立微分方程式体系とその解

置塩教授は均衡経路の不安定性に関する分析のため，上記の(19)，(21)，(22)，(23)，(24)式からなるモデルを縮約して，三元の線型連立微分方程式を導出す

---

(30) 前掲書，114ページ。
(31) 前掲書，114ページ。

る。そして，その確定解によって，均衡経路が一般に不安定であるという結論を導いておられる。その場合，置塩教授は，式の展開についてごく要点しか示しておられぬので，蛇足かもしれないけれども，私なりの解釈を示してみたい。

まず，この新しい連立微分方程式の導出について考えてみよう。置塩教授は，両部門の現実の資本蓄積率と部門比率の均衡値からの乖離を，それぞれ y_1，y_2，z で示しておられる[32]。すなわち

$$g_1 = g^* + y_1 \tag{27}$$

$$g_2 = g^* + y_2 \tag{28}$$

$$\lambda = \lambda^* + z \tag{29}$$

そして，これら三つの変数が，新しい連立微分方程式体系の未知数となる。新しい連立微分方程式を導くため，まず，(19)式と(21)式を(23)式と(24)式に代入する[33]。

$$\dot{g}_1 = \beta\{1 - \sigma_1(g_1 + g_2\lambda)^{-1}\}^{(34)} \tag{30}$$

$$\dot{g}_2 = \beta\left\{1 - \sigma_1(g_1 + g_2\lambda)^{-1} \cdot \frac{\lambda}{\lambda^*}\right\}^{(35)} \tag{31}$$

次に，まず(30)式を，(27)～(29)式を使ってさらに変形する。

$$\dot{g}_1 = \dot{y}_1 = \beta[1 - \sigma_1\ \{(g^* + y_1) + (g^* + y_2)(\lambda^* + z)\}^{-1}] \tag{32}$$

ここで，マクローリンの定理に従い，$\dot{y}_1 = f(y_1, y_2, z)$ の $f(0, 0, 0)$ の近傍，すなわち (g^*, g^*, z^*) の近傍における展開の1次の項のみの部分をとる。(ただし，経済学的な意味から，$f(0, 0, 0) = 0$[36])

$$\dot{y}_1 = f(0, 0, 0,) + \frac{1}{1!}\{f_{y1}(0, 0, 0,)y_1 + f_{y2}(0, 0, 0,)y_2 + f_z(0, 0, 0,)z\}$$

$$= \beta\sigma_1(g^* + g^*\lambda^*)^{-2} \cdot y_1 + \beta\sigma_1(g^* + g^*\lambda^*)^{-2} \cdot \lambda^* y_2 + \beta\sigma_1(g^* + g^*\lambda^*)^{-2} g^* \cdot z$$

$$= \beta\sigma_1(g^* + g^*\lambda^*)^{-2} \cdot (y_1 + \lambda^* y_2 + g^* z)$$

---

(32)　前掲書，118ページ。

(33)　前掲書，118ページ。

(34)　(19)式より $x_1 = \sigma_1(g_1 + g_2\lambda)^{-1}$。

(35)　(21)式より $x_2 = x_1\lambda/\lambda^* = \sigma_1(g_1 + g_2\lambda)^{-1} \cdot \lambda/\lambda^*$。

(36)　$f(0, 0, 0)$ は均衡を意味し，$\dot{y}_1 = 0$ となる。

$$=\beta\sigma_1\sigma^{-}{}_1{}^2(y_1+\lambda^*y_2+g^*z)$$ [37]

$$=\beta/\sigma_1(y_1+\lambda^*y_2+g^*z)$$

$$=h(y_1+\lambda^*y_2+g^*z) \qquad (h\equiv\beta/\sigma_1) \tag{33}$$ [38]

同様にして，(31)式を，(27)〜(29)式を使って変形する。

$$\dot{g}_2=\dot{y}_2=\beta\left[1-\sigma_1\{(g^*+y_1)+(g^*+y_2)(\lambda^*+z)\}^{-1}\frac{\lambda^*+z}{\lambda^*}\right] \tag{34}$$

そこで，$\dot{y}_2=F(y_1,\ y_2,\ z)$の$F(0,\ 0,\ 0,)$の近傍における展開の1次の項のみをとり，上と同様の変形を行なえば，次式を得る。

$$\dot{y}_2=h\left(y_1+\lambda^*y_2-\frac{g^*}{\lambda^*}z\right) \tag{35}$$ [39]

次に，(22)式を，(27)〜(29)式を使って変形すると次式を得る。

$$\dot{\lambda}=\dot{z}=(g_2-g_1)\lambda=\{(g^*+y_2)-(g^*+y_1)\}(\lambda^*+z)=(y_2-y_1)(\lambda^*+z) \tag{36}$$

$\dot{z}=\psi(y_1,\ y_2,\ z)$を$\psi(0,\ 0,\ 0,)$の近傍で展開して1次の項だけをとる。

$$\dot{z}=\lambda^*(y_2-y_1) \tag{37}$$ [40]

このようにして，次のような線型連立微分方程式が得られた。(ただし$h\equiv\beta/\sigma_1$)

$$\dot{y}_1=h(y_1+\lambda^*y_2+g^*z) \tag{33}$$

$$\dot{y}_2=h\left(y_1+\lambda^*y_2-\frac{g^*}{\lambda^*}z\right) \tag{35}$$

$$\dot{z}=\lambda^*(y_2-y_1) \tag{37}$$

ここで，変数は，y_1，y_2，zであり，時間に関する導関数は，$\dot{y}_1$，$\dot{y}_2$，$\dot{z}$であり，他は定数である。

この連立微分方程式を，行列形式で表すと次のようになる。

---

(37) (19)式より，$\sigma_1=g^*+g^*\lambda$。
(38) 前掲書，118ページ。
(39) 前掲書，118ページ。
(40) 前掲書，119ページ。

$$\dot{y}_1 - hy_1 - h\lambda^* y_2 - hg^* z = 0$$

$$\dot{y}_2 - hy_1 - h\lambda^* y_2 + h\frac{g^*}{\lambda^*} z = 0$$

$$\dot{z} + \lambda^* y_1 - \lambda^* y_2 = 0$$

$$\therefore \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -h & -h\lambda^* & -hg^* \\ -h & -h\lambda^* & h\frac{g^*}{\lambda^*} \\ \lambda^* & -\lambda^* & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ z \end{bmatrix} = 0 \tag{38}$$

これを次のように表す。

$$Iu + Mv = 0 \tag{39}$$

ただし

$$u \equiv \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{z} \end{bmatrix}, \quad v \equiv \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ z \end{bmatrix}, \quad M \equiv \begin{bmatrix} -h & -h\lambda^* & -hg^* \\ -h & -h\lambda^* & h\frac{g^*}{\lambda^*} \\ \lambda^* & -\lambda^* & 0 \end{bmatrix}$$

ここで，l，m，n を任意定数とし，y_1，y_2，z の解を次の形で表す。

$$y_1 = le^{st}, \quad y_2 = me^{st}, \quad z = ne^{st}$$

$$\dot{y}_1 = sle^{st}, \quad \dot{y}_2 = sme^{st}, \quad \dot{z} = sne^{st}$$

$$u = [l,\ m,\ n]' se^{st}, \quad v = [l,\ m,\ n,\ ]' e^{st}$$

これらを(39)式に代入すると次式を得る。

$$I \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix} se^{st} + M \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix} e^{st} = 0 \tag{40}$$

これに e^{-st}(スカラー)を掛け，因数分解をする。

$$(sI + M) \quad [l,\ m,\ n]' = 0$$

l，m，n の非自明解の条件式(前述の線型連立微分方程式(33)(35)(37)の特性方程式）は次のとおりである。

$$sI+M=0$$

すなわち

$$\varphi(s)\equiv\left|\begin{bmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} -h & -h\lambda^* & -hg^* \\ -h & -h\lambda^* & h\frac{g^*}{\lambda^*} \\ \lambda^* & -\lambda^* & 0 \end{bmatrix}\right|=\begin{vmatrix} s-h & -h\lambda^* & -hg^* \\ -h & s-h\lambda^* & h\frac{g^*}{\lambda^*} \\ \lambda^* & -\lambda^* & s \end{vmatrix}=0 \quad (41)$$

[41]

これを展開し整理すると

$$\varphi(s)\equiv\{s-h(1+\lambda^*)\}\{s^2+hg^*(1+\lambda^*)\}=0 \qquad (42)$$

[42]

したがって，特性根は次の三つである。

$$s_1=h(1+\lambda^*),\quad s_2=\sqrt{\gamma}\,i,\quad s_3=-\sqrt{\gamma}\,i$$

（ただし，$\gamma\equiv hg^*(1+\lambda^*)$）

そこで l_1，l_2，l_3，m_1，m_2，m_3，n_1，n_2，n_3，をそれぞれ任意定数とすると，y_1，y_2，z の一般解は，一応次のように表すことが出来る。

$$\left.\begin{aligned} y_1&=l_1e^{s_1t}+l_2e^{s_2t}+l_3e^{s_3t} \\ y_2&=m_1e^{s_1t}+m_2e^{s_2t}+m_3e^{s_3t} \\ z&=n_1e^{s_1t}+n_2e^{s_2t}+n_3e^{s_3t} \end{aligned}\right\} \qquad (43)$$

ところが，s_2 と s_3 は虚数であるので，これらの式を虚数を含まない形に変形する。簡単化のため $\omega\equiv\sqrt{\gamma}$ とすると，(43)式の第1式の右辺第2項と第3項は次のようになる。

$$\begin{aligned} l_2e^{s_2t}+l_3e^{s_3t}&=l_2e^{i\omega t}+l_3e^{-i\omega t} \\ &=l_2(\cos\omega t+i\sin\omega t)+l_3(\cos\omega t-i\sin\omega t) \\ &=(l_2+l_3)\cos\omega t+(l_2-l_3)i\sin\omega t \\ &=\delta\cos\omega t+\varepsilon\sin\omega t \end{aligned}$$

[43]

（ただし，$\delta=l_2+l_3$，$\varepsilon=(l_2-l_3)i$）

ところが，与えられた δ と ε に対して，次の条件を満たす2つの定数 B_1 と θ_1

(41)　前掲書，119ページ。
(42)　前掲書，119ページ。
(43)　複素数の表示に関するオイラーの公式による。

が常に存在する。[44]

$$\delta = B_1 \cos\theta_1, \quad \varepsilon = -B_1 \sin\theta_1$$

$$\begin{aligned}\therefore \delta \cos\omega t + \varepsilon \sin\omega t &= B_1 \cos\theta_1 \cos\omega t - B_1 \sin\theta_1 \sin\omega t \\ &= B_1(\cos\theta_1 \cos\omega t - \sin\theta_1 \sin\omega t) \\ &= B_1 \cos(\omega t + \theta_1)^{[45]} \end{aligned} \tag{44}$$

同様にして，次の式が得られる。

$$m_2 e^{s_2 t} + m_3 e^{s_3 t} = B_2(\cos\omega t + \theta_2) \tag{45}$$

$$n_2 e^{s_2 t} + n_3 e^{s_3 t} = B_3(\cos\omega t + \theta_3) \tag{46}$$

また，$A_1 \equiv l_1$，$A_2 \equiv m_1$，$A_3 \equiv n_1$，とすると，線型連立微分方程式(33)，(35)，(37)における y_1，y_2，z の一般解は，次のように表すことが出来る。

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= A_1 e^{h(1+\lambda^*)t} + B_1 \cos(\omega t + \theta_1) \\ y_2 &= A_2 e^{h(1+\lambda^*)t} + B_2 \cos(\omega t + \theta_2) \\ z &= A_3 e^{h(1+\lambda^*)t} + B_3 \cos(\omega t + \theta_3) \end{aligned}\right\} \tag{47}$$

[46]

置塩教授はこの後，任意定数の確定等を行っておられるが，その証明については省略し，結論のみを列挙することにする。

$$A_1 = A_2 = \frac{y_1^0 + \lambda^* y_2^0}{1+\lambda^*} \tag{48}$$

[47]

ここで y_1^0 および y_2^0 は，それぞれ初期時点における y_1 と y_2 の値である。

$$A_3 = 0 \tag{49}$$

[48]

$$B_1 + \lambda^* B_2 = 0 \tag{50}$$

[49]

$$\therefore B_2 = -\frac{B_1}{\lambda^*}$$

(44) cf., A.C. Chiang, *Fundamental Methods of Mathematical Economics*, 2nd. ed., 1974, pp. 532-3（大住栄治他訳『現代経済学の数学基礎』（下）587ページ参照)。
(45) 三角関数の加法定理による。
(46) 置塩，前掲書，119ページ。
(47) 前掲書，120ページ。
(48) 前掲書，119ページ。
(49) 前掲書，119ページ。

$$B_1 \neq 0,\ B_2 \neq 0,\ B_3 \neq 0\,(z_0 = 0,\ y_1{}^0 = y_2{}^0 \text{ でない限り}) \tag{51}$$
[50]

$$\theta_1 = \theta_2 \tag{52}$$
[51]

このようにして，一般解(47)から次のような確定解が導き出される。

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= \frac{y_1{}^0 + \lambda^* y_2{}^0}{1+\lambda^*}\, e^{h(1+\lambda^*)t} + B_1 \cos(\omega t + \theta_1) \\ y_2 &= \frac{y_1{}^0 + \lambda^* y_2{}^0}{1+\lambda^*}\, e^{h(1+\lambda^*)t} - \frac{B_1}{\lambda^*} \cos(\omega t + \theta_1) \\ z &= B_3 \cos(\omega t + \theta_3) \end{aligned}\right\} \tag{53}$$
[52]

そして線型連立微分方程式(33)，(35)，(37)のこの確定解(53)の経済学的な含意について，置塩教授は次のような三項目について述べておられる。

「初期条件が

(1)　$y_1{}^0 + \lambda^* y_2{}^0 > 0$ であれば，y_1，y_2は発散的に増大してゆく。そのとき $z^0 = 0$，$y_1{}^0 = y_2{}^0$ でなければ，振動的に発散し，z は 0 を中心に規則的な振動を行う。[53]」(53)の第1式と第2式について，$\lambda^* > 0$，$h(1+\lambda^*) > 0$ である。したがって右辺第1項は，$y_1{}^0 + \lambda^* y_2{}^0 > 0$ の場合は時間 t の増大と共に増大する。右辺第2項は余弦関数であるので振動を起こす。ただし，$z^0 = 0$，$y_1{}^0 = y_2{}^0$ の時には，$B_1 = B_2 = B_3 = 0$ となり，[54] 振動はおこらない。そこで，このような場合を除いて，振動的に発散するのである。また z の解を示す第3式には，右辺に余弦関数のみしか含まれていない。そこで，z は 0 を中心に規則的な振動のみを行うのである。「(2)　$y_1{}^0 + \lambda^* y_2{}^0 = 0$ であれば，y_1，y_2は，$z^0 = y_1{}^0 = y_2{}^0 = 0$ でない限り，規則的な振動を 0 を中心に行う。[55]」この場合には，第1式と第2式の右辺第1項は 0 となり，第2頃の B_1 が 0 でなければ，y_1 と y_2 は余弦関数として，0 を

(50)　前掲書，121ページ。
(51)　前掲書，120ページ。
(52)　前掲書，122ページ。
(53)　前掲書，122ページ。
(54)　前掲書，121ページ。
(55)　前掲書，122ページ。

中心に規則的に振動するということである。

「(3)　$y_1^0+\lambda^* y_2^0<0$ であれば，y_1，y_2 は発散的に減少して行く。$z^0=0$，$y_1^0=y_2^0$ でない限り，振動的に発散し，z は 0 を中心に規則的な振動を行う。[(56)]」この場合には，第1式と第2式の右辺第1項の分数の部分が負となり，第1項は，時間の経過と共に下方に発散して行く。そして，B_1 が 0 でない限り，全体は振動的に発散する。そして，z は余弦関数として 0 を中心に規則的な振動を行うのである。

このようにして置塩教授は，初期条件が $y_1^0+\lambda^* y_2^0 \neq 0$ である場合，上方へのあるいは下方への発散的乖離運動を生じ，2部門分割を考慮に入れても，均衡経路は不安定性を持つと判断してよいとされている。[(57)]

ところでここで，発散的乖離運動の生じない，初期条件が $y_1^0+\lambda^* y_2^0=0$ の場合について考えてみよう。これを変形すると次のようになる。

$$y_1^0=-\lambda^* y_2^0=-\left(\frac{K_2}{K_1}\right)^* y_2^0$$

$$\therefore \left(\frac{K_2}{K_1}\right)^* \cdot \frac{y_2^0}{y_1^0}=-1 \tag{54}$$

これからまず分かることは，$\lambda^*>0$ であるので，y_1^0 と y_2^0 の正負の符号が逆であるということである。そして，均衡状態におけるそれぞれの部門の生産設備の存在量で加重された y_1^0 と y_2^0 の絶対値が等しいということである。要するに初期時点において，加重された y_1^0 と y_2^0 とが，丁度相殺し合って，g_1 と g_2 の均衡値 g^* からの乖離がない時と同じ効果をもたらすということである。そして，この特殊な条件が満たされない時，g_1 と g_2 の g^* からの乖離は，発散的乖離をもたらすということである。

ところで置塩教授は，以上で述べたような連立微分方程式による2部門分割モデルでの基礎的分析に続いて，価格・賃金変動の場合の不安定性についての分析をしておられる。[(58)] さらには，これらを基礎として，「不均衡累積過程におけ

(56)　前掲書，122ページ。
(57)　前掲書，122ページ。

る各部門利潤率と部門比率の運動」についての分析をもしておられる。[59] しかし，これらについては今回は省略する。

VII　置塩教授のモデルの特徴

ここで，前述のような置塩教授による，均衡経路の不安定性についての２部門分割の場合のモデルの特徴について若干述べ，結びに替えたいと思う。そしてその特徴は，不安定性原理の創始者であるハロッドのモデルとの比較という形で考えてみたい。また，連立定差方程式と連立微分方程式の使用の比較についても簡単に述べたい。

まず，ハロッドのモデルとの比較をした場合，共通点としては，加速度原理を重視し加速度誘発投資以外の投資を捨象していることがある。このことは，保証成長均衡の不安定性に関する分析の第１次接近としては許されることであると思われる。

第２に，これと関連して，今期の生産設備の稼働についての均衡・不均衡の結果を見て，企業家が次期の投資の調節を行うという考え方も，ハロッドのモデルと共通である。この考え方は，とくに定差方程式を用いる場合，鮮明に表すことが出来る。

第３の特徴は，不安定性原理の分析のために２部門分割モデルを作ったということである。序のところでも述べたように，ハロッドはその経済動学を１部門モデルで論じており，不安定性原理も１部門モデルで取り扱っている。その理由は，ケインズとハロッドとの往復書簡にもあるように，少なくとも“An Essay in Dynamic Theory”（1939）を書く時には，紙面の制約でそうしたということである。[60] しかし，結局，ハロッド自身はその後も，本格的には２部門モデルで，不安定性原理や経済動学全体を取り扱いはしなかった。また他の学者によっても，恒常的成長 steady-state growth の安定・不安定の分析は別とし

(58)　前掲書，123-128ページ。
(59)　前掲書，128-146ページ。
(60)　J.M. Keynes, *The Collected Writings of.*, p. 328.

て，不安定性原理を2部門モデルで本格的に取り扱ったものはあまりないと考えられる。その点置塩教授のこの業績は貴重なものであると思われる。また，2部門分割モデルでの不安定性原理の分析は，本来ハロッドがなすべくして事実上果たさなかったということを成しとげたということであり，非常に有意義なことであると思われる。

また，このことと関連して，生産財部門と消費財部門との部門比率 λ という概念を重要な変数として用いたことも，一つの特徴と考えられる。

ところで第4の特徴は，ハロッドが不安定性原理を，所得（＝産出高）の成長率または投資の成長率を基本的な変数として取り扱っているのに対し，置塩教授は資本蓄積率を基本的な変数として取り扱っているということである。資本蓄積率はその分母として，資本存在量を含んでいる。ハロッドは，かってエコノミック・ジャーナル誌上でのJ．ロビンソンとの論争において，自分が基本方程式の中で総資本ストック K の概念の使用を慎重に避けたことを述べている。[(61)] 従って，ハロッドが，資本ストックの概念や，それを含む資本蓄積率の概念を，その経済動学，とくに不安定性原理の分析で使用しなかったのは，意識的なことであったと思われる。したがって，少なくともハロッドの目から見れば，不安定性原理の分析において，資本ストックや資本蓄積率の概念を使用することには若干の問題点があるとしても，これらの使用によって，分析を非常に明快にしていることは間違いない。したがって，少なくとも第1次的接近において使用することには問題が無いと思われる。また，所得の成長率によるハロッドの理論を離れて，資本蓄積率の均衡の不安定性を論ずることにも，独自の意義があると思われる。また，このことと関連して，ハロッドと異なり，平均概念の資本係数が使用されていることにも注意すべきである。

置塩教授のモデルの第5の特徴は，生産物市場の需給一致の条件が暗黙のうちに仮定されていることである。この場合2部門モデルであるので，生産財市場と消費財市場の双方において，需給一致の条件が仮定されている。ハロッド

(61)　R.F. Harrod, "Harrod after Twenty-one Years: A Comment." *Economic Journal*, Sept., 1970, p. 739.

的均衡は，生産物市場の需給一致と，生産設備の正常稼働の二つの均衡条件を含んでいる。置塩教授は，二つの部門における生産物市場の需給一致を仮定し，もっぱら，二つの部門の生産設備の稼働についての均衡・不均衡に焦点を合わせて，均衡経路の不安定性の問題を取り扱っている。

一方ハロッドは，生産物市場の需給一致を前提として不安定性の分析をしてはいない。たとえば，ハロッドは次のように言っている。「発展の保証された進路の上を除いて，正当化された投資，事前的投資および事後的投資は，三つとも凡て，異なる値を持つであろう。[62]」ここで「正当化された投資」とは，産出高の増分に対して技術的に必要な投資であり，事前的投資および事後的投資は，今日ふつうに使われている用語法どうりの投資概念である。そして，これら三つの投資概念は，保証成長均衡経路上以外では互いに数値が一致しないということである。事前的投資と事後的投資が一致するということは，生産物市場の需給一致の均衡を意味し，一致しない場合には生産物市場の不均衡を意味する。したがって，生産設備の稼働について不均衡が生じ，均衡経路上にない時には，生産物市場の需給一致の均衡も達成されていないことになる。

しかし，生産物市場の均衡を仮定し，生産設備の稼働についての均衡・不均衡に焦点を合わせて不安定性の分析を行うことは，理論を著しく明快なものにする。したがって，生産物市場の需給一致の仮定は，分析の一つの工夫であり，第１次接近においては認められ，また有効なものであると思う。

なお，前述のように置塩教授は，均衡経路の不安定性の２部門分割の場合の分析において，連立定差方程式と連立微分方程式の双方を用いておられる。しかし，事実上後者の方にはるかに重点を置いて分析を行っていると考えられる。ところが，置塩教授の「経済分析による微分方程式と定差方程式の援用について」(1982)という論文では，少し違ったように感じられる考えを述べておられる。すなわち，経済分析のために，微分方程式と定差方程式のいずれの用具を採用する方がより有効であるかを種々の角度から検討し，「……，微分方程式に

(62)　R.F. Harrod, “Supplement on Dynamic Theory” in *Economic Essays*, 1952, p. 278.

よるよりも，定差方程式による分析の方が比較的優れていると筆者は考える[(63)]」と結論しておられる。それはとくに，時間の順序性というものを正しく取り扱うためには定差方程式の方が優れているためであると解される。しかし，双方にはその他一長一短があり，連立微分方程式には連立定差方程式より計算が容易であるという利点があると思われる。そこで，連立定差方程式または連立微分方程式の使用が必要な，均衡経路の不安定性の2部門分割の場合の分析においては，後者に重点が置かれたものと考えられる。

参考文献

〔1〕 Chiang, A.C., *Fundamental Methods of Mathematical Economics*, 2nd. ed., 1974.（大住栄治他訳『現代経済学の数学基礎』）

〔2〕 Harrod, R.F., "An Essay in Dynamic Theory", *Economic Journal*, March, 1939.

〔3〕 ________, "Supplement on Dynamic Theory" in *Economic Essays*, 1952.

〔4〕 ________, "Harrod after Twenty-one Years: A Comment", *Economic Journal*, Sept., 1970.

〔5〕 Keynes, J.M., *The Collected Writings of John Maynard Keynes*, edited by D. Moggridge, Vol. XIV, 1973.

〔6〕 置塩信雄,「均衡経路の不安定性——2部門分割の場合」『国民経済雑誌』，第115巻5号，1967年5月。

〔7〕 ________，『現代経済学』，筑摩書房，1977。

〔8〕 ________,「経済分析における微分方程式と定差方程式の援用について」，『神戸大学経済学研究年報』29，1982。

〔9〕 篠崎敏雄，「保証成長の不安定性のためのケインズの条件について」,『香川大学経済学部研究年報』23，1984。

(63)　置塩信雄「経済分析における微分方程式と定差方程式の援用について」,『神戸大学経済学研究年報29』，1982，22ページ。