
研究ノート

企業の最適研究開発政策と資金制約

阿 部 文 雄

I はじめに

小稿の目的は、企業の最適研究開発 (*R&D*) 行動に関するカミン (M.I. Kamien) 及び故シュバルツ (N.L. Schwartz) 教授の共同論文 [1] を基礎にして、企業における研究開発と資金制約との関わりあいをめぐる若干の問題について検討することである。カミン&シュバルツも指摘する通り、企業の研究開発資金は通常その大部分が内部的に調達されねばならないという制約を受けている。その理由として彼等は次の2点を挙げている。①外部資金を利用する場合、計画が失敗した場合に備えて物的担保を設定しなければならないこと(外部調達の困難性)、②研究開発計画自体が通常秘密保持を必要とすること、である。そこでカミン&シュバルツ [1] では、新製品開発を想定してそのプロジェクトの実行のために利用可能な資金源として次の2つが仮定されている。①あらかじめ設定された一定額の利用可能資金(初期利用可能資金)、②プロジェクトの実行中に得られる既存製品からの利潤フロー(一定値を仮定)、である。これらの開発資金が十分でない時、当面するプロジェクト自体がなんらかの制約を受けることになる。そこで企業の最適な研究開発政策が、初期利用可能資金、既存製品からの利潤フロー、革新の価値、革新競争の程度等にどのように依存しているのかという問題がカミン&シュバルツ [1] の主要な分析課題となっているわけである。

しかしながら彼等の研究にはまだ検討を要するいくつかの課題が残されている。まず第一は、モデル設定の段階で様々なバリエーションが存在しうることである。第二に、比較分析 (comparative analysis) が必ずしも十分ではないことである。小稿で

取上げる問題は第二の点に関連している。即ち、カミン&シュバルツ [1] が行ったような各種パラメータの変化が新製品完成時刻にどのような影響を及ぼすかという文脈だけでなく、最適研究開発経路自体への影響も明らかにする。以下において我々は、基本的にカミン&シュバルツ [1] の展開に沿いながら、Oniki [3・4] で展開された比較動学 (comparative dynamics) の手法を適用して上述の問題を検討していくことにする。

II カミン&シュバルツモデル

この節ではカミン&シュバルツ [1] で展開されたモデルを以下の分析のために必要な範囲で要約しておく。まずカミン&シュバルツ [1] で考察された問題は次の通りである。

〈問題〉

$$\text{Maximize } J = \int_0^T [\pi - y(t)] \exp[-(r+h)t] dt + P \exp[-(r+h)T] \quad (1)$$

subject to

$$\dot{z}(t) = y^a(t) \quad (2)$$

$$z(0) = 0 \quad (3)$$

$$z(T) = A \quad (4)$$

$$\dot{R}(t) = rR(t) + \pi - y(t) \quad (5)$$

$$R(0) = R_0 > 0 \quad (6)$$

$$R(t) \geq 0 \quad (t \in [0, T]) \quad (7)$$

$$P(r+h) - \pi > 0 \quad (8)$$

ここで使われた記号の意味は次の通りである。

π : 既存製品からの利潤フロー

P : 革新 (新製品開発) からの収益

r : 割引率 (利子率)

h : 革新競争の程度を表わす指標 (任意の時点におけるライバルの完成に対する条件付確立密度)

a : R&D 支出に対する収穫逓減の程度

- A : 革新に要する有効 R&D
- R_0 : 初期現金残高
- $y(t)$: R&D 支出
- $z(t)$: 累積的有效 R&D 努力
- $R(t)$: 現金残高
- T : 新製品完成時刻

この問題(Bolza 型条件付自由時間一部両端固定最適制御問題)に対しポントリヤーギン等の最大原理を適用すれば以下の必要条件を得る。

$$\lambda(t) = \lambda \quad (\text{一定}) \tag{9}$$

$$\gamma(t) = k \exp(-rt) \quad (k: \text{初期値, 一定}) \tag{10}$$

$$a\lambda y^{a-1}(t) - \exp[-(r+h)t] - \gamma(t) = 0 \tag{11}$$

$$k \geq 0, \quad kR(T) = 0 \tag{12}$$

$$-H(T) = (r+h) \exp[-(r+h)T] \cdot P \tag{13}$$

ここで $\lambda(t)$, $\gamma(t)$ は補助変数, H はハミルトニアンである。(13)式は $R(t)$ の非負性から, (14)式は横断条件からそれぞれ導出されたものである。

さてこれら必要条件式(9)~(14)式を使って, λ , k , T , $y(t)$ を決定する方程式体系を示すと次の通りである。

$$y(t) = \left[\frac{a\lambda \exp[(r+h)t]}{1+k \exp(ht)} \right]^{\frac{1}{1-a}} \tag{14}$$

$$[1+k \exp(hT)] \left[\pi + \frac{1-a}{a} y(T) \right] = (r+h)P \tag{15}$$

$$k \{ R_0 + [1 - \exp(-rT)] \frac{\pi}{r} - \int_0^T y(t) \exp(-rt) dt \} = 0 \tag{16}$$

$$\int_0^T y^a(t) dt = A \tag{17}$$

上記(15)~(18)式から λ , k , T , $y(t)$ の値を明示的に表わすことは困難であるが, カミー&シュバルツは以下2つのケースについて分析を行う。①資金制約が拘束的でない(no binding) ケース, ②資金制約が拘束的な(binding) ケース, である。

(i) 資金制約が拘束的でないケース

このケースは(13)式あるいは(17)式から, $k = 0$ の場合である。 $R&D$ 支出 $y(t)$ の時間経

路は次式で示される。

$$y(t) = \left[\frac{n(r+h)Ab}{1-b} \right]^{\frac{1}{a}} \cdot \exp\left(\frac{r+h}{1-a} t\right) \quad (18)$$

ただし、ここで、

$$b = 1 - \frac{n^{1-a}(r+h)A}{[(r+h)P - \pi]^a} \quad (19)$$

$$n = \frac{a}{1-a} \quad (20)$$

である。(19)式から明らかなようにこの場合、最適 R&D 政策は初期時点で、

$$y(0) = \left[\frac{n(r+h)Ab}{1-b} \right]^{\frac{1}{a}}, \quad (21)$$

以後一定率 $(r+h)/(1-a)$ で増加し続けることである。なおこのとき最適な新製品完成時刻 (T^*) は、

$$T^* = -\frac{\log b}{n(r+h)}, \quad b < 1 \quad (22)$$

で与えられる。そこでカミン&シュバルツは(23)式を使ってパラメータ、 R_0 、 π 、 P 、 A 、 h 、 r の変化が T^* に対してどのような影響を及ぼすかという比較静学を検討している。彼等の得た結果は、 π 及び A は時刻 T^* を大きくし、 P は逆に完成時刻を早めるが、 h については判明できない、というものである。また R_0 についてはこのケースの性格上当然何の影響も与えない。我々は次節でこの問題と更にパラメータの変化が $y(t)$ の時間径路全体に対してどのような影響を及ぼすかを検討する。

(ロ) 資金制約が拘束的なケース

この場合(13)式より、 $k > 0$ が成立する。最適 R&D 支出 $y(t)$ は明示的に解くことは困難であるが次式で表わされる微分方程式の解である。

$$\frac{\dot{y}(t)}{y(t)} = \frac{1}{1-a} \left(r + \frac{h}{1+k \exp(ht)} \right) \quad (23)$$

このケースは(イ)の資金制約が拘束的でないケースと異なり、最適 R&D 支出 $y(t)$ の時間の経過に伴う増加率が減少する。またこのケースでは割引率 r と革新競争 h の最適 R&D 支出へ与える効果が異なる点が興味深い。さてこのケースにおける各パラ

メータの変化が最適新製品完成時刻 T^* へ及ぼす比較静学的効果に関するカミン&シュバルツの結果は次の通りである。 R_0 , π 及び P は T^* を小さくする, つまり新製品完成時刻を早めるが, A についてはその逆となる。そして h については(1)のケースと同様判別不可能である。

III 比較動学(1)——資金制約が拘束的でないケース ($k = 0$)——

この節と次節ではカミン&シュバルツモデルに基づいて, 各パラメータの変化が最適 $R\&D$ 支出の時間径路に及ぼす影響を検討する。パラメータの変化が $R\&D$ 政策に及ぼす影響は我々がここで分析しようとするモデルにあっては, 大別して2つの部分から成ると考えられる。第1は資金制約の影響を受けずに最適 $R\&D$ 支出に与える効果で, これを直接効果と呼ぶことにしよう。第2はパラメータの変化が資金制約の限界費用 k に与える効果を経由して $R\&D$ 政策を変化させるもので, これを間接効果と呼ぶことにする。この節で検討するのは第1の直接効果であり, $k = 0$ のケースである。なお以下で採用する分析手法は Oniki [3・4] で展開された比較動学の方法である。

さてここで考察する微分方程式体系は,

$$\dot{z}(t) = y^a(t), \quad z(0) = 0, \quad z(T) = A \tag{2}$$

$$\dot{\lambda}(t) = 0 \tag{24}$$

で与えられるが, (25)式は(11)式を考慮して次の $y(t)$ に関する微分方程式に変換される。

$$\dot{y}(t) = \frac{r+h}{1-a} y(t) \tag{25}$$

そこで以下(2)式と(26)式で与えられる体系について考察する。

(1) 革新利潤 P の変化

微分方程式体系(2), (26)を P に関して微分すれば次式を得る。

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_p(t) \\ \dot{y}_p(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & ay^{a-1}(t) \\ 0 & \frac{r+h}{1-a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_p(t) \\ y_p(t) \end{bmatrix} \tag{26}$$

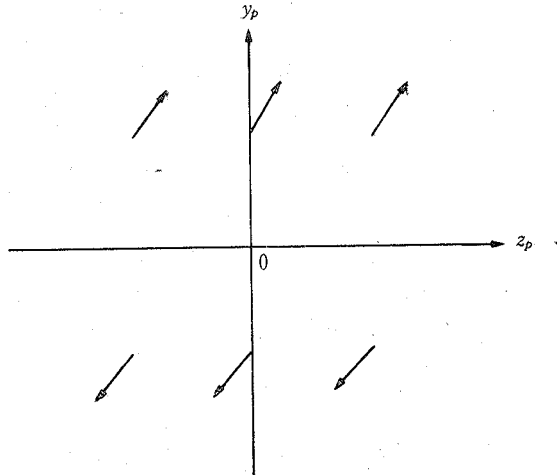
ここで(27)式右辺の係数行列の符号は、

$$\begin{bmatrix} 0 & + \\ 0 & + \end{bmatrix} \tag{27}$$

である。そこで (z_p, y_p) - 平面上での解 $z_p(t), y_p(t)$ の可能な変化の方向を図示すれば第 1 図のように示される。ところで解 $z_p(t), y_p(t)$ の境界条件は(3), (4)及び(15)式を考慮すれば次のように示される。

$$z_p(0) = 0, \quad z_p(T) = 0 \tag{28}$$

$$y_p(t) = n(r+h) > 0 \tag{29}$$

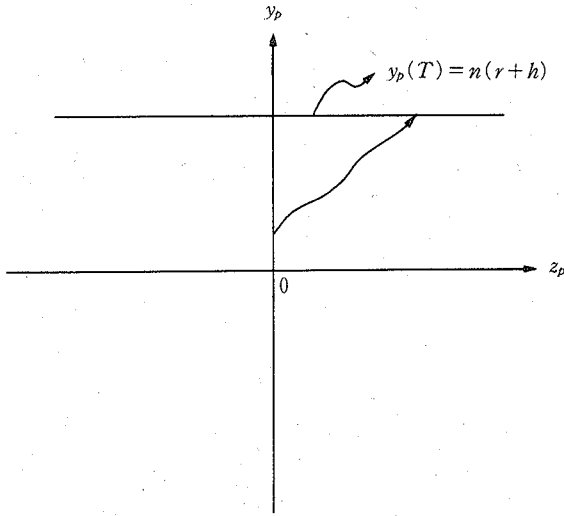


<第 1 図>

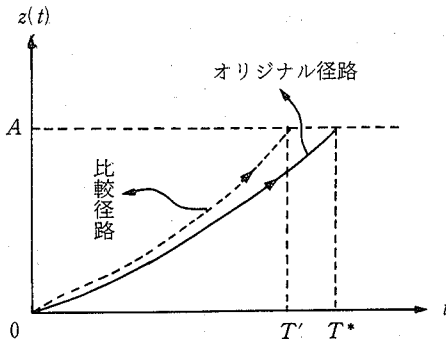
ここで(28)式の $z_p(0) = 0$ の意味は次の通りである。即ち、解 $z_p(t), y_p(t)$ の時間径路は出発点において第 1 図 (z_p, y_p) - 平面の垂直軸上になければならないということである。(28)式の $z_p(T) = 0$ および(29)式については注意が必要である。即ち、もし出発点に (z_p, y_p) - 平面の垂直軸をとった場合、原点を除いて(28)式 $z_p(T) = 0$ を満たすことができないように見える。しかしこれは P の変化によって新製品完成時刻 T が変化するためである。即ち第 2・3 図で明らかなように時刻 T' ($< T^*$) において $Z(T') = A$ 及び、

$$y(T') = n [(r+h)P' - \pi] \tag{30}$$

に到達しプロジェクトは完了するのである。従って T' 時刻以降は $y(t) = 0$ となり、



<第 2 図>



<第 3 図>

$z_p(T') = 0$ となる。以上より明らかなように解 $z_p(t), y_p(t)$ は次のような特性をもつことが分かる。

$$y_p(t) > 0, z_p(t) \geq 0 \quad \text{for } t \in [0, T'] \tag{31}$$

$$T' < T^* \tag{32}$$

(ロ) 既存製品からの利潤フロー π の変化

$z_{\pi}(t)$, $y_{\pi}(t)$ に関する微分方程式体系は次の通り与えられる。

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_{\pi}(t) \\ \dot{y}_{\pi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & ay^{a-1} \\ 0 & \frac{r+h}{1-a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{\pi}(t) \\ y_{\pi}(t) \end{bmatrix} \tag{33}$$

ここで(33)式の係数行列の符号はケース(i)と同様,

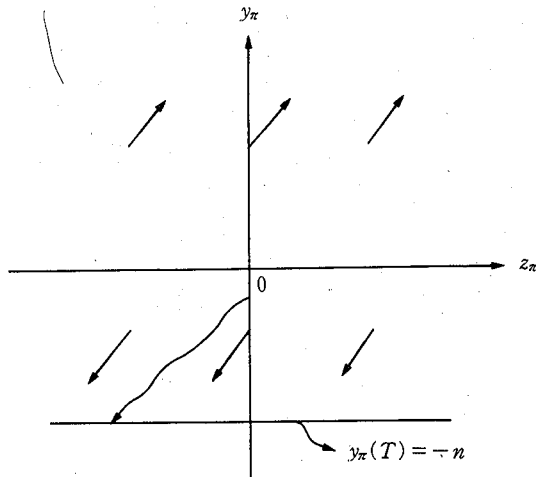
$$\begin{bmatrix} 0 & + \\ 0 & + \end{bmatrix}$$

であり, また境界条件は

$$z_{\pi}(0) = z_{\pi}(T) = 0 \tag{34}$$

$$y_{\pi}(T) = -n < 0 \tag{35}$$

で与えられる。このケースも基本的には前述のケース(i)と同様の手法で分析されるが、この場合は第 4 図から明らかなように $T' > T^*$ であるため、オリジナルな径路と比較

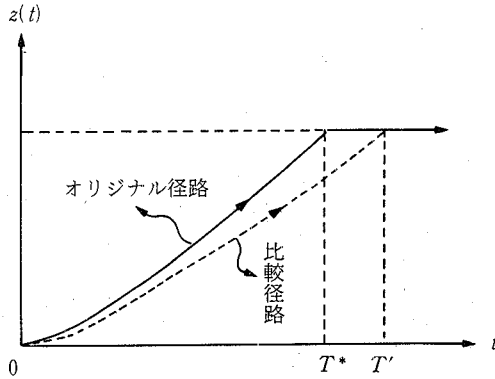


<第 4 図>

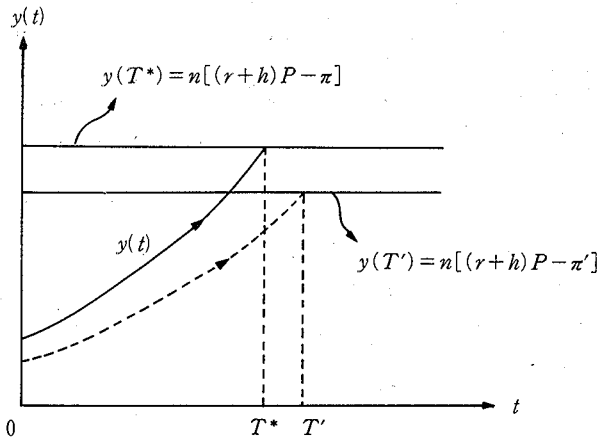
径路が比較可能なのは $t \in [0, T^*]$ の期間であり、厳密には T^* 時刻以降の事情は第 4 図には表われていない (第 5・6 図参照)。かくして次の結果を得る。

$$y_{\pi}(t) < 0, z_{\pi}(t) \leq 0 \text{ for all } t \tag{36}$$

$$T' > T^* \tag{37}$$



〈第 5 図〉



〈第 6 図〉

(v) 革新競争の程度 h 及び割引率 r の変化

(25)式から明らかなように資金制約が拘束的でない場合 h と r の役割は全く同じであるので以下 h について述べよう。さて $z_h(t)$, $y_h(t)$ に関する微分方程式体系は次のように示される。

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_h(t) \\ \dot{y}_h(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & ay^{a-1}(t) \\ 0 & \frac{r+h}{1-a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_h(t) \\ y_h(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{y(t)}{1-a} \end{bmatrix} \quad (38)$$

ここで(38)式右辺の係数行列の符号は

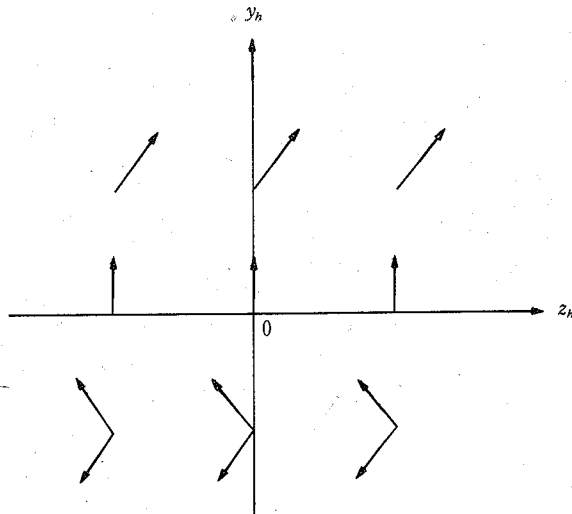
$$\begin{bmatrix} 0 & + \\ 0 & + \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ + \end{bmatrix}$$

である。また境界条件は

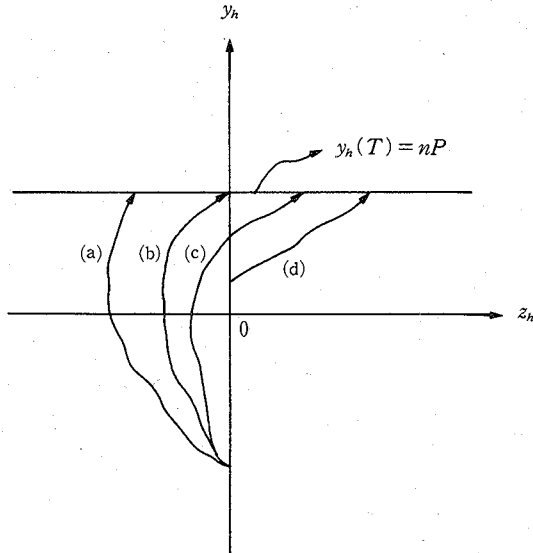
$$z_h(0) = z_h(T) = 0 \quad (39)$$

$$y_h(T) = nP > 0 \quad (40)$$

で与えられる。このとき (z_h, y_h) - 平面において解 $z_h(t)$, $y_h(t)$ の可能な変化は第 7・8 図に示される通りである。可能な変化パターンは基本的には 4 通りである。このう

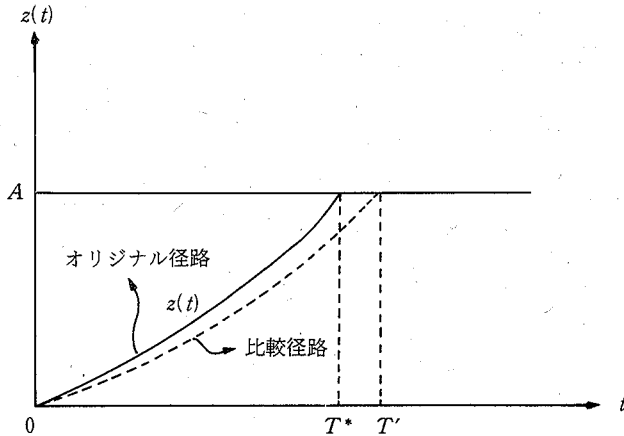


<第 7 図>

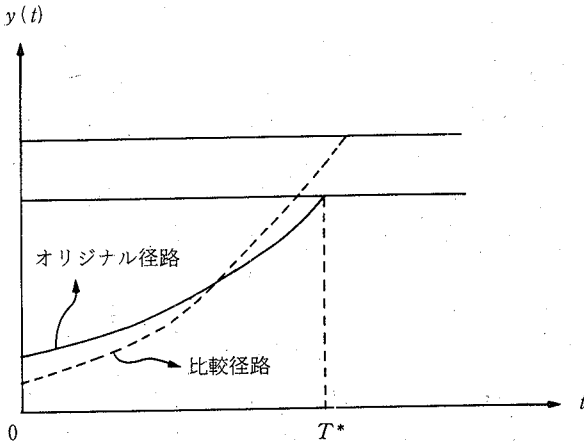


〈第 8 図〉

ちケース(a)において T^* 時刻では $z_h(T^*) < 0$ であり z は A に到達していない。しかし解 $y(t)$ は $y_h(T^*) = nP$ を満足している。この場合比較径路は更に T' 時刻 ($T' > T^*$)まで $R\&D$ 支出を続行し $z(T') = A$ に達して完了する(第 9・10図参照)。従ってこのケースでの変化パターンは次のように要約される。



〈第 9 図〉



〈第 10 図〉

〈ケース a〉

$$z_h(t) \leq 0 \quad \text{for all } t \tag{41}$$

$$y_h(t) < 0 \quad \text{for small } t \tag{42}$$

$$y_h(t) > 0 \quad \text{for large } t \tag{43}$$

$$T' > T^* \tag{44}$$

次にケース(b)は新製品完成時刻が変化しない場合であり、又ケース(c)は完成時刻が早くなる一方、計画期間中の有効努力 $z(t)$ の比較径路が前半期間には小さく後半期間には大きくなる。更にケース(d)は完成時刻が早く、期間中の有効努力 $z(t)$ が大きくなる場合に相当する。以上を要約しておく。

〈ケース b〉

$$z_h(t) \leq 0 \quad \text{for all } t \tag{45}$$

$$y_h(t) < 0 \quad \text{for small } t \tag{46}$$

$$y_h(t) > 0 \quad \text{for large } t \tag{47}$$

$$T' = T^* \tag{48}$$

〈ケース c〉

$$z_h(t) < 0 \quad \text{for small } t \tag{49}$$

$$z_h(t) > 0 \quad \text{for large } t \tag{50}$$

$$y_h(t) < 0 \quad \text{for small } t \tag{51}$$

$$y_h(t) > 0 \quad \text{for large } t \tag{52}$$

$$T' < T^* \tag{53}$$

<ケース d> (53)

$$z_h(t) \geq 0 \quad \text{for all } t \tag{54}$$

$$y_h(t) > 0 \quad \text{for all } t \tag{55}$$

$$T' < T^* \tag{56}$$

IV 比較動学(2) —— 資金制約が拘束的なケース ($k > 0$) ——

この節では R&D 支出を実行する上で自己資金（既存製品の販売からの利潤フローと手持現金）が制約的な場合を検討する。前述したようにここで考察する微分方程式体系は、

$$\dot{z}(t) = y^a(t), \quad z(0) = 0, \quad z(T) = A \tag{2}$$

$$\dot{y}(t) = -\frac{1}{1-a} \left[r + \frac{h}{1+k \exp(ht)} \right] y(t) \tag{57}$$

である。またここで境界条件として、

$$\left[1 + k \exp(hT) \right] \left[\pi + \frac{y(T)}{n} \right] = (r+h)P \tag{15}$$

が与えられる。

(i) 革新利潤 P の変化

まず $z_p(t), y_p(t)$ に関する微分方程式体系は、

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{z}_p(t) \\ \dot{y}_p(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & ay^{a-1}(t) \\ 0 & -\frac{1}{1-a} \left(r + \frac{h}{1+k \exp(ht)} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_p(t) \\ y_p(t) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{hy(t) \exp(ht)}{(1-a)(1+k \exp(ht))^2 k_p} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{58}$$

で与えられる。ここで $k_p = \frac{\partial k}{\partial p}$ であり、III節の結果より P の上昇は R&D 政策を積極

化させ資金制約を圧迫するので、

$$k_p \geq 0 \tag{59}$$

と仮定する。また境界条件は(15)式の両辺を P で微分することにより次のように示される。

$$y_p(T) = \frac{n(r+h) [1+k(1-\varepsilon_p) \exp(hT)]}{[1+k \exp(hT)]^2} \tag{60}$$

ここで $\varepsilon_p = \frac{\partial k}{\partial p} \frac{p}{k}$ は資金制約の限界費用 k の P に対する弾力性と解釈される。ここでは $\varepsilon_p < 1$ と仮定しておく。このとき、 $y_p(T) > 0$ である。

これらの条件下で Oniki [3・4] の手法を適用することにより次の結果が得られる。

$$z_p(t) \geq 0, y_p(t) > 0 \quad \text{for all } t \tag{61}$$

$$T' < T^* \tag{62}$$

ここに得られた結果は資金制約が拘束的でないケースと基本的に同一であり、 P の上昇は $R\&D$ 政策を積極化させ、新製品完成時刻もそれに応じて早まることになる。

(ロ) 既存製品からの利潤フロー π の変化

この場合も(58)式と同様の微分方程式体系が得られる (60式における P を π に置き換えればよい)。ただこのケースでは、右辺第 2 項の符号が正となる ($k_\pi < 0$ により) 点が異なる。また境界条件は次のように与えられる。

$$y_\pi(T) = -n \left[1 + \frac{(r+h)P \exp(hT)}{(1+k \exp(hT))^2} k_\pi \right] \tag{63}$$

ここで $y_\pi(T)$ の符号は正負どちらもありうる。 k_π の絶対値が十分小さく、即ち π の上昇が資金制約をあまり緩めるものでないなら、その結果は資金制約が拘束的でない場合と同様となる。しかし逆に k_π の絶対値が十分大きく(63)式が正となるならば、解 $z_\pi(t)$, $y_\pi(t)$ の可能な変化パターンは、資金制約が拘束的でない場合に加えて、次のようなパターンが可能である。

(i) $y_\pi(0) \geq 0$ のケース

$$(1) z_\pi(t) \geq 0, y_\pi(t) > 0 \quad \text{for all } t \tag{64}$$

$$T' < T^* \tag{65}$$

(ii) $y_{\pi}(0) < 0$ のケース

$$(i) \quad z_{\pi}(t) \leq 0 \quad \text{for all } t \quad (66)$$

$$y_{\pi}(t) < 0 \quad \text{for small } t \quad (67)$$

$$y_{\pi}(t) > 0 \quad \text{for large } t \quad (68)$$

$$T' > T^* \quad (69)$$

$$(ii) \quad z_{\pi}(t) \leq 0 \quad \text{for small } t \quad (70)$$

$$z_{\pi}(t) > 0 \quad \text{for large } t \quad (71)$$

$$y_{\pi}(t) < 0 \quad \text{for small } t \quad (72)$$

$$y_{\pi}(t) > 0 \quad \text{for large } t \quad (73)$$

$$T' < T^* \quad (74)$$

この場合既存製品からの利潤フロー π の上昇が R&D 政策に与える効果は前述の直接効果のみならず、資金面への間接効果を含めた総効果を考える必要がある。また π 上昇の直接効果は革新の純利益を減少させるため R&D 政策を消極的なものにするというものであったが、間接効果の方は少なくとも計画期間の後半では R&D 政策を積極化させるというものであるが、新製品完成時刻を早めるかどうかは不明である。

(i) 初期資金 R_0 の変化

R_0 の上昇も基本的に π の上昇と同じく資金制約を緩める間接効果をもつ。分析効果は π の変化の場合の(64)~(74)と同じ変化パターンが存在する。

(ii) 割引率 r の変化⁽¹⁾

$z_{\lambda}(t)$, $y_{\lambda}(t)$ に関する微分方程式は次のように示される。

(1) 割引率 r と革新競争の程度 h の変化が資金制約の限界費用 k に対してどのような効果をもつかは必ずしも明らかではない。またその効果も π や R_0 に比べて微小なものと考えられる。そこで以下の分析においては、 $k_r = 0$, $k_h = 0$ と仮定しておく。

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_r(t) \\ \dot{y}_r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & ay^{a-1}(t) \\ 0 & \frac{1}{1-a} \left(r + \frac{h}{1+k \exp(ht)} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_r(t) \\ y_r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{y(t)}{1-a} \end{bmatrix} \tag{75}$$

ここで境界条件は、

$$y_r(T) = \frac{nP}{1+k \exp(hT)} > 0 \tag{76}$$

$$z_r(0) = z_r(T) = 0 \tag{77}$$

で与えられる。この場合(75)式右辺の係数行列の符号条件及び境界条件から、解 $z_r(t)$, $y_r(t)$ の変化パターンは前述の資金制約が拘束的でない h 及び r の変化のケース (i—ハ) と本質的に同一であることが明らかである。そこでこのケースの結果を述べることは省略する。

(ホ) 革新競争の程度 h の変化

$z_h(t)$, $y_h(t)$ に関する微分方程式は次のように示される。

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_h(t) \\ \dot{y}_h(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & ay^{a-1}(t) \\ 0 & \frac{1}{1-a} \left(r + \frac{h}{1+k \exp(ht)} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_h(t) \\ y_h(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{y}{(1-a)(1+k \exp(ht))} \left(1 - \frac{hkte^{ht}}{1+k \exp(ht)} \right) \end{bmatrix} \tag{78}$$

ここで境界条件は、

$$y_h(T) = \frac{nP}{1+k \exp(hT)} \left[1 - \frac{(r+h)kT \exp(hT)}{1+k \exp(hT)} \right] \tag{79}$$

であり、(78)式右辺の係数の符号は、

$$\begin{bmatrix} 0 & + \\ 0 & + \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ + \rightarrow - \end{bmatrix}$$

となる。以下において我々はオリジナルな最適 R&D 径路が十分に長い開発期間を持ち、従って(78)式右辺の非同次項第 2 成分の符号が $+\rightarrow-$ となるケースを検討してみよう (計画期間を通じてそれがプラスである場合も基本的に同様の方針で分析可能である)。さてこの時(78)式から、 $y_h(T) < 0$ であることが分る。そこで以下初期状態 $y_h(0)$ の符号によって次の 2 つのケースに分けて検討していく。(i) $y_h(0) \geq 0$, (ii) $y_h(0) < 0$ 。まず(i) $y_h(0) \geq 0$ のケースでは、初期時点から出発して(78)式右辺第 2 項の符号が正から負へ切換わる時点で解 $[z_h(t), y_h(t)]$ が到達するのは第 1 象限しかない。そして切換時点以降は境界条件から第 4 象限かあるいは更に第 3 象限まで進みいずれかの象限で境界条件を満たすことになる。従ってこの場合以下のような 2 つの変化パターンが存在する。

〈 $y_h(0) \geq 0$ のケース〉

$$(i) \quad y_h(t) \geq 0 \quad \text{for small } t \quad (80)$$

$$y_h(t) < 0 \quad \text{for large } t \quad (81)$$

$$z_h(t) \geq 0 \quad \text{for all } t \quad (82)$$

$$T' < T^* \quad (83)$$

$$(ii) \quad y_h(t) \geq 0 \quad \text{for small } t \quad (84)$$

$$y_h(t) < 0 \quad \text{for large } t \quad (85)$$

$$z_h(t) \geq 0 \quad \text{for small } t \quad (86)$$

$$z_h(t) < 0 \quad \text{for large } t \quad (87)$$

$$T' > T^* \quad (88)$$

また(ii) $y_h(0) < 0$ のケースも同様の分析を行うことができ、以下のような 3 つの変化パターンが存在する。

〈 $y_h(0) < 0$ のケース〉

$$(i) \quad y_h(t) < 0, \quad z_h(t) < 0 \quad \text{for all } t \quad (89)$$

$$T' > T^* \quad (90)$$

$$(ii) \quad y_h(t) < 0 \quad \text{for an initial period} \quad (91)$$

$$y_h(t) > 0 \quad \text{for an intermediate period} \quad (92)$$

$$y_h(t) < 0 \quad \text{for a final period} \quad (93)$$

$$z_h(t) \leq 0 \quad \text{for an initial period} \quad (94)$$

$$z_h(t) > 0 \quad \text{for an intermediate period} \quad (95)$$

$$z_h(t) < 0 \quad \text{for a final period} \quad (96)$$

$$T' > T^* \quad (97)$$

$$(v) \quad y_h(t) < 0 \quad \text{for an initial period} \quad (98)$$

$$y_h(t) > 0 \quad \text{for an intermediate period} \quad (99)$$

$$y_h(t) < 0 \quad \text{for a final period} \quad (100)$$

$$z_h(t) \leq 0 \quad \text{for small } t \quad (101)$$

$$z_h(t) > 0 \quad \text{for large } t \quad (102)$$

$$T' < T^* \quad (103)$$

V 結論的覚書

カミーン&シュバルツ [1] での 1 つの主要な分析テーマは各種パラメータの変化に対して、新製品完成時刻がどのように反応するかであった。しかしこれは見方を変えれば、パラメータの変化が計画期間中の最適径路を様々にシフトさせ、その結果として新製品完成時刻が変化したと考えることができる。新製品完成時刻が早まったからといってそれが直ちに開発への積極的姿勢を意味するとはいえない。計画の初期段階ではむしろ以前より R&D 支出を抑制し後半になって活発な支出を行なった結果完成時刻が早まることもあるからである。そういう意味で完成時刻の変化だけを取り上げて資金制約が R&D 政策へ及ぼす効果を結論づけるのは、必ずしも十分とはいえないのである。

我々の結果を要約しておこう。まず革新利潤 P の上昇は、資金制約の如何にかかわらず、基本的に R&D 政策を積極化させ、新製品完成時刻を早めることになる。次に既存製品からの利潤フロー π の上昇は基本的に 2 つの相反する効果をもつ。1 つは π の上昇によって革新利潤 P の相対的評価が下がるという点に関係しており、これは R&D 政策を消極化させる効果を持っている。第 2 の効果は資金制約を緩めることにより R&D 政策を積極化させる効果である。その結果 R&D 政策への影響は両効果の強さ如何となり、新製品完成時刻への影響も確定することができない。また初期保有資金 R_0 の上昇は、資金制約を緩めるという間接効果のみであるが、初期条件によって

2つの基本的変化パターンが可能である。即ち R_0 の上昇が初期 $R\&D$ 政策を積極化させる ($y_{R_0} \geq 0$) のであれば計画期間全体を通じて $R\&D$ 政策を積極化させ、新製品完成時刻を早める。一方 $y_{R_0} < 0$ の場合は、計画期間の前半において $R\&D$ 政策を消極化させるが後半期間には積極化させるというものである。しかしこのとき新製品完成時刻が早まるかどうかは明らかではない。割引率 r の上昇は、もしそれが資金制約に与える間接効果が無視できるのであれば当然資金制約の如何にかかわらず同一の変化パターンを持つことになるが、その特徴は少なくとも後半期間の $R\&D$ 政策を積極化させるというものであり、資金制約のある場合の π の効果と同じである。革新競争の程度 h の上昇の効果は、それがたとえ資金制約への間接効果が無視できるとしても、資金制約が拘束的であるか否かによって異なったものとなっている。

カミン&シュバルツ [1] では、とくに革新競争の程度 h と割引率 r の変化が新製品完成時刻 T にどのような影響を及ぼすかは不明であるとされている。我々の分析はこの不明確さの背景に最適研究開発経路の様々な変化パターンが存在し確定的な答えを出しにくいものになっているという事情があることを明らかにしたといえよう。

参 考 文 献

- [1] Kamien, M. I. and N. L. Schwartz, "Self-Financing of an R&D Project," *American Economic Review*, Vol. 68, No.3, 1978, pp.252-261.
- [2] Nagatani, K., *Macroeconomic Dynamics*, Cambridge University Press, 1981.
- [3] Oniki, H., "Comparative Dynamics in the Theory of Optimal Growth," *Keizai-gaku (Tohoku Economic Journal)*, Vol. 30, 1969, pp.48-57.
- [4] Oniki, H., "Comparative Dynamics (Sensitivity Analysis) in Optimal Control Theory," *Journal of Economic Theory*, Vol.3, No.3, 1973, pp.265-283.