

参入阻止価格と枯渇性資源

阿部文雄

片山誠一

I. はじめに

小論は、枯渇性資源に関する通常の独占モデルに競争的要因である潜在企業による新規参入の可能性を考慮したとき、資源の採掘パターンと価格経路にどのような影響があるかを検討したものである。枯渇性資源の採掘パターンとその価格経路に関する経済分析は Hotelling (1931) にまでさかのぼることができるが、特に 1960 年代後半および 1970 年代にさまざまな観点から多くの研究がなされた。⁽¹⁾

従来分析によれば、枯渇性資源の価格は、競争市場であれ独占的市場であれ、時間を通じて上昇するという点に特徴があるが、資源保護という観点から見れば、競争市場より独占的市場の方が望ましいという結果 (Solow Paradox) が知られている。すなわち、独占の方が競争市場で成立する価格より高い価格設定がなされ、生産量したがって資源採掘量がそれだけ少なくなるというものである。

一方、参入阻止価格論を展開したものとして、Kamien & Schwartz (1971) および Gaskins (1971) がある。この 2 つのモデルはいずれも動学的枠組みを使用して参入阻止価格あるいは制限価格 (limit price) の時間経路を導出したものであるが、Kamien & Schwartz では、参入阻止価格は、通常の独占価格より低い水準でかつ時間を通じて一定値をとるとするのがその特徴である。他方、

(1) 枯渇性資源に関する展望論文としては、Solow (1974) や Newbery (1984) など多数ある。

Gaskins は、潜在企業の新規参入を完全に阻止できる価格 (Gaskins はこれを limit price と呼ぶ) を外生的に与えた上で、ライバル企業の産出量が小さい場合、最適価格経路はこの limit price に向けて低下しながら接近するという結果を導出した。我々は以下で、Kamien & Schwartz モデルを一部修正したモデルを検討するが、そこで導出された参入阻止価格は時間を通じて上昇しながら通常の独占価格に接近するという特徴を持っている。

そこで以下では、問題の構造をより明確にするため、まず予備的考察として枯渇性資源モデルと参入阻止価格モデルをそれぞれ別々に検討した後で、両者を結合したモデルで資源の採掘パターンと参入阻止価格論を展開する。

II. モデル 1 (独占の枯渇性資源モデル)

この節では独占企業に関する以下のようなモデルを検討する。

$$\max_p \int_0^{\infty} [(p-c)s(p)]e^{-rt} dt \quad (1)$$

s. t.

$$\dot{R} = -s(p), R(0) = R_0 > 0, \quad (2)$$

$$s'(p) < 0, 2[s'(p)]^2 > s(p)s''(p), \text{ for all } 0 < p < \bar{p} \quad (3)$$

$$s(\bar{p}) = 0 \quad (4)$$

ここで、 $p(t)$ は時刻 t における生産物価格 (制御変数)、 $s(p)$ は需要関数でありかつ生産量⁽²⁾、 c は平均 (= 限界) 費用 (一定)、 $R(t)$ は時刻 t における枯渇性資源のストック (状態変数)、 R_0 は有限の初期資源ストック、 r (一定) は時間割引率である。また、ここで \bar{p} は Nordhaus (1973) のいう backstop technology が利用可能となる価格である⁽⁴⁾。この問題は、資源制約(2)式のもとで現在から無

(2) 需要関数に関する条件、 $2[s'(p)]^2 > s(p)s''(p)$ の下では、 MR は p に関して増加関数となる。なお $(p-c)s(p)$ が p に関して strictly concave であるためには、 $2s'(p) + (p-c)s''(p) < 0$ という条件が要求されるが、ここでは満たされていると仮定する。Feichtinger & Hartl (1985) および Gaskins (1971) 参照。なお誤解の恐れのない場合時刻を表す t を省略する。

(3) Newbery (1984) によれば、1981 年における Gulf Crude の価格が 1 バレル当たり約 35 ドルであったのに対し、その生産コストは 1 ドル以下であったという。

(4) Nordhaus (1973) 参照。

限の将来にわたる利潤フローの割引現在価値を最大化するというものである。なお実際には、有限の資源ストックが枯渇しゼロとなる時刻で企業の採掘・販売活動は終了する。

この問題に対する最適性の必要条件は次のように得られる。まず，current value のハミルトニアンを，

$$H = (p - c - \mu)s(p) \tag{5}$$

とおくとき，以下の条件を満たす連続関数 $\mu(t)$ が存在しなければならない。

$$\dot{R} = -s(p), R(0) = R_0 > 0 \tag{6}$$

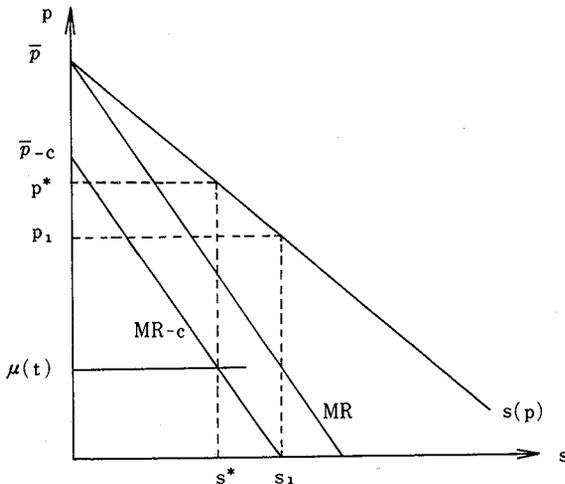
$$\dot{\mu}(t) = r\mu(t) \iff \mu(t) = \mu_0 e^{rt} \tag{7}$$

$$\max_p H \iff MR(p) - c - \mu = 0 \tag{8}$$

ここで MR は限界収入である。また $\mu(t)$ も current value である。なお，次のような横断条件が仮定される。

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-rt} \mu(t) R(t) = 0 \tag{9}$$

次に最適解の特徴を検討しよう。まず， $\partial H / \partial p = 0$ から得られる最適性条件(8)式を検討してみよう。需要関数 $s(p)$ と費用関数に関する仮定から，限界収入曲



第1図 需要関数， $MR - c$ 曲線

線 MR と、 MR から限界費用を差し引いた $MR-c$ 曲線が第1図のように描かれる。このとき最適価格 $p^*(t)$ は次のように決定される。計画期間中の任意の時刻 t において補助変数 $\mu(t)$ が与えられると、(8)式によって $MR-c = \mu(t)$ となる最適な生産量 $s^*(t)$ がきまる。さらに $s^*(t)$ に対応する需要曲線 $s(p)$ 上の価格 $p^*(t)$ が時刻 t における最適価格である。なお同図において価格 p_1 は $MR-c = 0$ を満たす通常の独占価格である。

さて(6)(7)(8)式から位相図を描くと第2図が得られる。第2図において、まず補助変数 $\mu(t)$ の初期値 μ_0 が正のとき、資源ストック $R(t)$ が枯渇する前に $s(p) = 0$ となる経路 (第2図イ) は、横断条件、

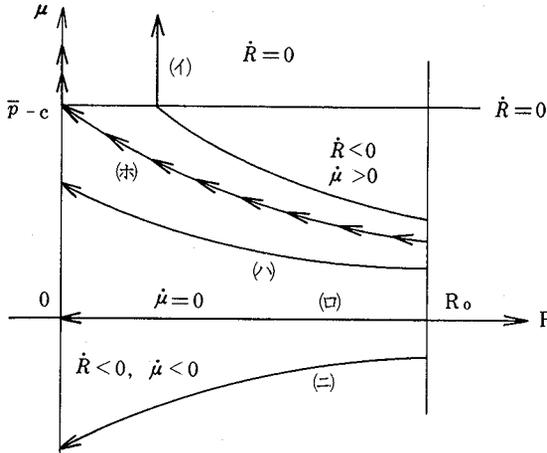
$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\rho t} \mu(t) R(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \mu_0 R(t) = 0 \quad (10)$$

を満たさないことから排除され、したがって最適解ではない。このことから、最適経路上では資源ストック R はすべて枯渇してしまうまで利用されなければならないことがわかる。

次に、補助変数 μ の初期値がゼロの場合 ($\mu_0 = 0$) を考えてみよう (第2図ロ)。この場合、(7)式より、 $\mu(t)$ はすべての時点でゼロとなる。また(8)式より、各時点における最適な生産量 $s(t)$ は第1図の $MR-c$ 曲線が横軸と交わる水準 (s_1) に決定され、このとき価格は第1図 p_1 となる。この場合、資源ストック $R(t)$ が枯渇してしまうまで一定量 (s_1) を一定価格 (p_1) で販売することになる。これはすでに述べたように通常の独占理論で生じるケースであるが、ここで想定されたモデルにおいても、もし資源ストックの初期存在量 (R_0) が無限大の場合にはこれが最適解となるであろう。しかし、資源ストックの初期存在量が有限の場合には最適解とはならない。というのは、有限のある時刻で資源ストックが枯渇したとき、生産量は s_1 からゼロへ jump しなければならない。これに伴って、価格も p_1 から \bar{p} へ jump することになる。このとき補助変数 $\mu(t)$ もまた、(8)式より、ゼロから第2図 $\bar{p}-c$ の水準へ jump しなければならないが、これは $\mu(t)$ の時間に関する連続性に反することになり、最適解ではないからである。⁽⁵⁾

(5) Vousden (1977) 参照。

さらに正の μ_0 から出発し、第2図の縦軸と $\bar{p}-c$ より低い水準に到達する経路を考えてみよう(第2図ハ)。この場合、有限のある時刻で資源ストック $R(t)$ は枯渇することになるが、この時刻で価格は \bar{p} へ jump しなければならず、それゆえ $\mu(t)$ の jump を要求するので最適解ではない。また同じく、補助変数 μ の初期値が負の経路(第2図ニ)も同様の理由で排除される。



第2図 枯渇性資源の最適経路

以上のことから結局最適経路はある正の μ_0 から出発し、縦軸上の $\bar{p}-c$ へ到達する経路となる(第2図ホ)。なお最適経路上では、 $MR-c > 0$ であることから、最適価格は通常の独占価格より高く、したがって生産量は小さい。

最後に枯渇性資源の価格経路を決定する要因を検討しておこう。まず(8)式から明らかなように、価格経路は $MR-c$ と補助変数 $\mu(t)$ の経路に決定的に依存するので、問題は各パラメータが $MR-c$ および $\mu(t)$ にどのような影響を及ぼすかということになる。そこで、この問題の検討に際して、Oniki (1973) による比較動学分析を行うこととし、その結果を示すと表1のようになる。⁽⁶⁾

表1から明らかなように、初期資源ストック R_0 の増加は各時刻の補助変数 $\mu(t)$ を低下させ、したがって、初期時点を含めた計画期間中(資源が枯渇する

(6) 表1の導出については Appendix 参照。

	R_0	c	r
μ	-	-	- → +
p	-	-	- → +

表1 比較動学分析

までの) すべての時刻の価格を低下させる。また資源ストックが枯渇する時刻 T は, (7)(8)式より,

$$T = \frac{1}{r} \log \left(\frac{\bar{p} - c}{\mu_0} \right) \quad (11)$$

によって決定される。したがって, R_0 の増加の場合をみると, μ_0 が低下するので T は大きくなる。

また限界費用 c の上昇は, 第1図 $MR - c$ 曲線を左方へシフトさせる一方, μ を低下させるが, 結果として, 価格低下, 生産量増加をもたらす。

最後に割引率 r の上昇は計画期間の前半においては価格を低下させる一方, 後半においては上昇させる。

III. モデル2 (参入阻止価格モデル)

この節では以下のモデルを検討する。

$$\max_p \int_0^{\infty} [(p-c)s(p)(1-F) + \alpha(p-c)s(p)F] e^{-rt} dt \quad (12)$$

s. t.

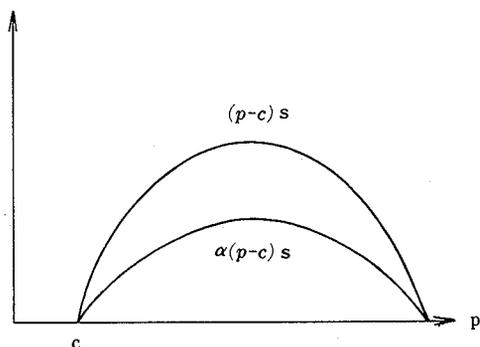
$$\dot{F} = h(p)(1-F), \quad F(0) = 0 \quad (13)$$

$$h(0) = 0, \quad h'(p) > 0, \quad h''(p) > 0 \quad \text{for all } p \geq 0 \quad (14)$$

$$0 < \alpha < 1$$

ここで, $F(t)$ は時刻 t までに参入が生じる確率である。また $h(p) = F'(t)/[1 - F(t)]$ は時刻 t における参入の条件付き確率であり, 価格の(逡増的)増加関数と仮定される。さらに, α は参入前の収益に対する参入後の予想収益の割合を表しており, α の値が小さいほど, 参入による打撃は大きい。すなわち新規企業による参入は既存企業の利潤関数全体を一定割合で低下させると仮定されてい

る。なおこのモデルは、Kamien & Schwartz (1971) を修正したものであるが⁽⁷⁾、Kamien & Schwartz は参入後の各時点で得られる収益は一定と仮定している。このような定式化は、参入によって既存企業の受けるダメージをパラメトリックに示し得るものの、参入後に成立する価格水準とは無関係に一定額の利潤を予想するという点に問題があるように思われる。



第3図 利潤関数

この問題に対する最適性の必要条件は、current value のハミルトニアンを、

$$H = (p-c)s(p)(1-F) + \alpha(p-c)s(p)F + \theta h(p)(1-F) \quad (15)$$

とおくとき、以下の条件を満たす連続関数 $\theta(t)$ が存在することである。

$$\dot{F} = h(p)(1-F), F(0) = 0 \quad (16)$$

$$\dot{\theta} = (r + h(p))\theta + (1-\alpha)(p-c)s(p) \quad (17)$$

$$MR - c = -\frac{\theta h'(p)(1-F)}{s'(p)[1-(1-\alpha)F]} \quad (18)$$

なおここで次のような横断条件が仮定される。

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-rt} \theta(t) F(t) = 0 \quad (19)$$

さてここで最適価格経路の特徴を検討してみよう。まず、我々のモデルが Kamien & Schwartz (1971) と異なるのは(18)式に $F(t)$ が含まれている点であ

(7) Kamien & Schwartz (1971) では、我々の文脈に沿って言えば、(11)式の $\alpha(p-c)s(p)F$ の部分が、 $\pi_2 F$ (π_2 : 一定) と定式化されている。

る。Kamien & Schwartz (1971) においては、(18)式に $F(t)$ が含まれておらず最適な価格経路が時間を通じて一定となるのに対し、我々のモデルでは、以下で示すように、(18)式右辺の $F(t)$ がゼロから1へと時間を通じて増加するため一定とはならない。

まず(16)(17)(18)式を位相図に描くために、(18)式を、

$$(1-\alpha)(p-c)s = -\frac{(1-\alpha)s}{s'} \left\{ s + \frac{\theta h'(1-F)}{1-(1-\alpha)F} \right\} \tag{20}$$

と変形して(17)式に代入すると、

$$\dot{\theta} = \left\{ r + h - \frac{(1-\alpha)sh'(1-F)}{s'[1-(1-\alpha)F]} \right\} \theta - \frac{(1-\alpha)s^2}{s'} \tag{21}$$

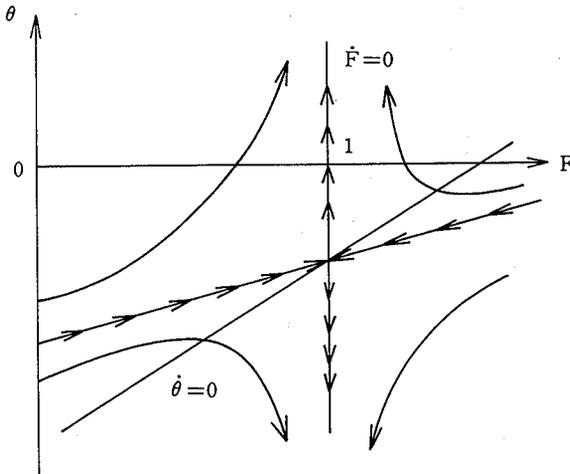
を得る。そこで (F, θ) - 平面上に位相図を描くと第4図が得られる。なおここで、 $\dot{\theta} = 0$ locus が右上がりに描かれているのは(21)式による。また、定常状態 $(\bar{F}, \bar{\theta}, \bar{p})$ では、

$$\bar{F} = 1 \tag{22}$$

$$\bar{\theta} = -\frac{(1-\alpha)(\bar{p}-c)s(\bar{p})}{r+h(\bar{p})} \tag{23}$$

$$MR(\bar{p}) - c = 0 \tag{24}$$

が成立している。

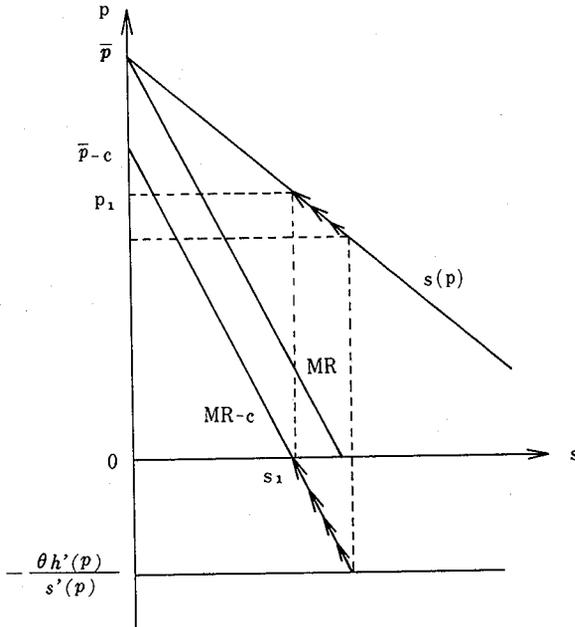


第4図 参入阻止価格経路

定常状態における価格は、 $MR - c = 0$ を満たすという意味で通常の独占価格 (p_1) である。したがって初期時点から F と θ が時間の経過とともに増加するとき、第5図に示されるように、価格も上昇しながら独占価格へ限りなく接近していく。

以上が最適価格経路の特徴であるが、Kamien & Schwartz (1971) の参入阻止価格 (limit price) と異なるのは、Kamien & Schwartz モデルでは参入阻止価格が時間を通じて一定であるのに対し、我々のモデルでは時間の増加関数となる点である。このような相違が生じた理由は、参入後の収益予想の定式化の違いにあるわけであるが、数学的には、最適性基準(18)式に状態変数 $F(t)$ が含まれるか否かによる。

なお以上の分析では、参入によるダメージを表すパラメータ α の値は $0 < \alpha < 1$ と仮定されているが、ここで α がゼロと1の場合について述べておこう。まず $\alpha = 0$ で参入後の予想収益がゼロとなる場合、(18)式右辺から状態変数 F が



第5図 参入阻止価格

消え, Kamien & Schwartz (1971) において $\pi_2 = 0$ とおいた場合に帰着され, 参入阻止価格は一定値をとることになる。また $\alpha = 1$ の場合, これは参入によるダメージがないことを意味するが, (17)式から得られる $\dot{\theta} = 0$ locus は横軸と一致する。その結果最適経路上で $\theta(t) = 0$ となり, 価格は時間を通じて独占価格水準で一定となる。

IV. モデル 3 (枯渇性資源の参入阻止価格モデル)

この節では以下のモデルが検討される。

$$\max_p \int_0^{\infty} [(p-c)s(p)(1-F) + \alpha(p-c)s(p)F] e^{-rt} dt \tag{25}$$

s. t.

$$\dot{F} = h(p)(1-F), F(0) = 0 \tag{26}$$

$$\dot{R} = -s(p), R(0) = R_0 > 0 \tag{27}$$

$$h(0) = 0, h'(p) > 0, h''(p) > 0 \text{ for all } p \geq 0 \tag{28}$$

$$0 < \alpha < 1$$

このモデルはII節モデル1で検討した独占の枯渇性資源モデルにIII節モデル2で検討した参入阻止価格モデルを組み込んだものである。参入の可能性に直面した独占による資源の採掘パターンおよび資源の価格経路がどのような影響を受けるかを分析する。

さて current value のハミルトニアンを,

$$H = (p-c)s(p)(1-F) + \alpha(p-c)s(p)F + \theta h(p)(1-F) - \mu s(p) \tag{29}$$

とするとき, この問題に対する最適性の必要条件は以下の条件を満たす連続関数 $\theta(t)$ および $\mu(t)$ が存在することである。

$$\dot{F} = h(p)(1-F), F(0) = 0 \tag{30}$$

$$\dot{R} = -s(p), R(0) = R_0 > 0 \tag{31}$$

$$\dot{\theta} = (r + h(p))\theta + (1-\alpha)(p-c)s(p) \tag{32}$$

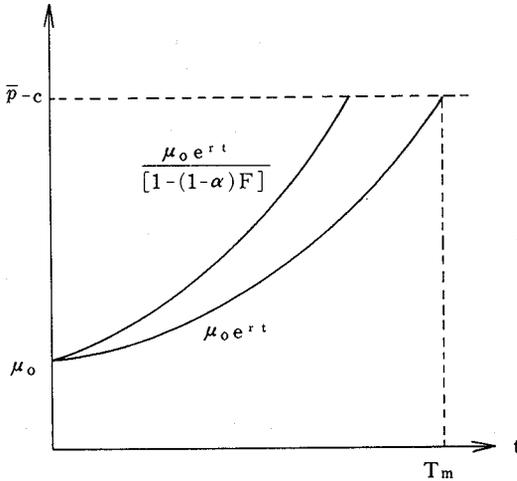
$$\dot{\mu} = r\mu \iff \mu(t) = \mu_0 e^{rt} \tag{33}$$

$$MR - c = \frac{\mu}{1 - (1-\alpha)F} - \frac{\theta h'(p)(1-F)}{s'(p)[1 - (1-\alpha)F]} \tag{34}$$

なおここで次のような横断条件が仮定される。

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-rt} \theta(t) F(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} e^{-rt} \mu(t) R(t) = 0 \tag{35}$$

次に最適経路の特徴を検討しよう。まず(34式右辺の第1項は、(33)式を考慮して第6図のように示される。ここで T_m は資源が枯渇する時刻である。



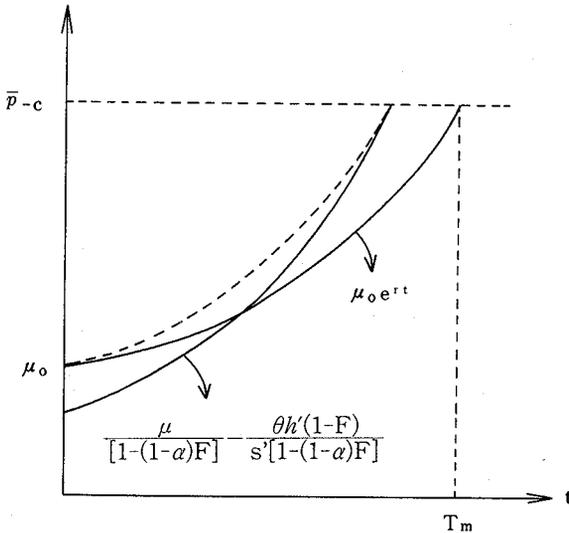
第6図

次に(34式右辺の第2項について。ここでまず $\theta(t)$ の符号については、計画期間中の任意の時刻において、 $\theta(t) \leq 0$ でなければならないことを明らかにしておこう。もし $\theta(t) > 0$ であるとすれば、(34式)の右辺は正になる。したがって、 $MR - c > 0$ であり、それゆえ $p - c > 0$ となる。ところで、(32)式より、

$$\theta(t) = - \int_t^{\infty} e^{-(r+h(p))(\tau-t)} (1-\alpha)(p-c)s(p) d\tau \tag{36}$$

であるから、この場合計画期間中のすべての t に対して、 $\theta(t) \leq 0$ でなければならないことになり矛盾。なおここで $\theta(t) = 0$ となるのは、 $s(\bar{p}) = 0$ となる時刻 (T_m) 以降である。以上のことから、(34)式右辺は第7図のように示される。

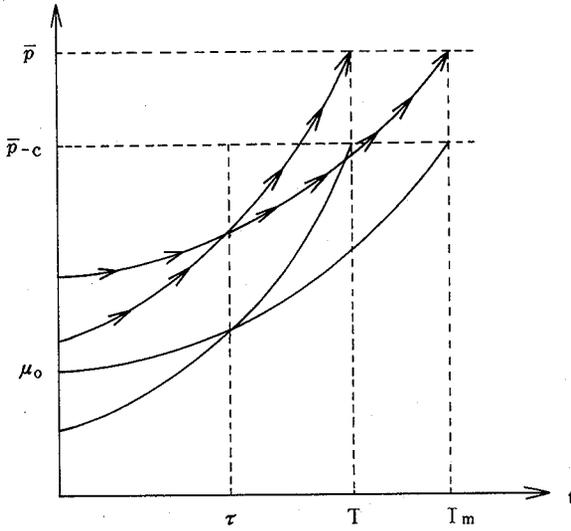
第7図において、曲線 $\mu_0 e^{rt}$ は参入の可能性が存在しない場合の $MR - c$ 曲線であり、もう1本の実線が参入の可能性が存在する場合のそれを表している。



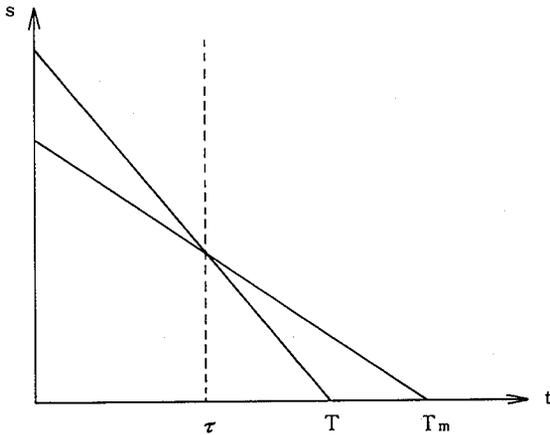
第7図

同図の描き方から明らかなように、それぞれの採掘パターンに対応する2本の $MR - c$ 曲線は計画期間中のある時刻 (τ) で必ず交わるが、これは2つの採掘パターンに対応する限界収入が等しくなることを意味し、その時価格も等しくなる。

これら参入の可能性が存在する場合と存在しない場合の2本の $MR - c$ 曲線に対応した価格経路が第8図に描かれている。同図において、参入の可能性が存在する場合の価格経路は、計画期間の前半においては参入の可能性が存在しない場合より低く、後半では高くなる。つまり、参入の可能性の存在は計画期間の前半でより多くの資源を採掘する効果をもつことになる。このことを示したのが第9図である。同図において、2つの価格経路が交わる時刻 τ では採掘量は等しく、この時刻より前では参入の可能性のある場合の方が採掘量は多く、 τ 以降では高価格に対応して採掘量は少ない。



第8図



第9図

V. 結 語

以上、潜在企業による新規参入の可能性という競争要因を考慮した場合の枯渇性資源の採掘パターンとその価格経路を検討した。結果として、新規参入の可能性は計画期間前半の枯渇性資源の価格を低下させ、同時期の採掘量を増大させる効果をもつこと、そして資源の枯渇時刻を早めることがわかった。このような結果は市場が競争的であるほど資源をより多く採掘するという従来の結果に添うものとなっている。

とはいえ小論における新規参入の効果、とくに参入後の予想収益に関する定式化は、Kamien & Schwartz (1971) 同様、かなり ad hoc なものであり、より一般的な結論の導出には至っていない。今後の検討課題としては、参入の前後になにが生じるかについてのより詳細な分析が要求されるであろう。

Appendix

ここではII節で示された比較動学の結果の導出を述べておく。まずパラメータを θ ($\theta = R_0, c, r$) とおく。

(i) $\theta = R_0$ のケース

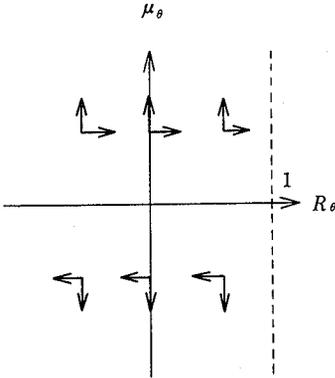
(8)式を考慮しながら(6)(7)式を $\theta = R_0$ に関して微分すると、

$$\begin{pmatrix} \dot{R}_\theta \\ \dot{\mu}_\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{(s')^3}{2(s')^2 - ss''} \\ 0 & r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_\theta \\ \mu_\theta \end{pmatrix} \quad (37)$$

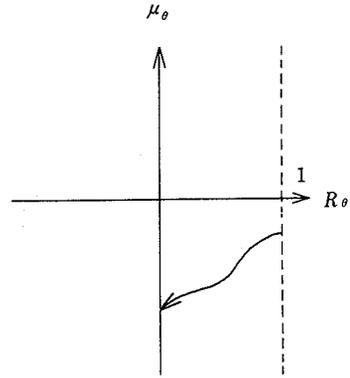
を得る。ここで(37)式右辺の係数行列の符号は、

$$\begin{pmatrix} 0 & + \\ 0 & + \end{pmatrix}$$

である。そこで微分方程式体系(37)式の解 $[R_\theta(t), \mu_\theta(t)]$ の (R_θ, μ_θ) - 平面における行動を示すと第A-1図となる。



第A-1図 $\theta = R_0$



第A-2図 $\theta = R_0$

ここで境界条件が次のように与えられる。

$$\frac{\partial R(0)}{\partial R_0} = 1, \quad \frac{\partial R(\infty)}{\partial R_0} = 0 \tag{38}$$

そこで解 $[R_\theta(t), \mu_\theta(t)]$ の可能な変化パターンを示したのが第A-2図である。
第A-2図から結局以下を得る。

$$\frac{\partial \mu(t)}{\partial R_0} < 0 \quad \text{for all } 0 \leq t \leq T \tag{39}$$

(ii) $\theta = c$ のケース

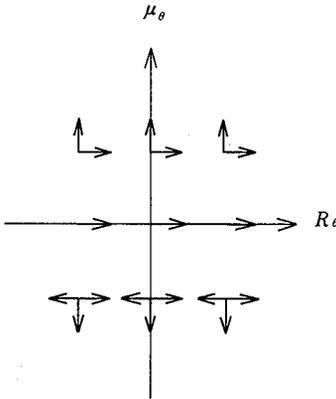
この場合、(8)式を考慮しながら(6)(7)式を $\theta = c$ で微分すると、

$$\begin{pmatrix} \dot{R}_\theta \\ \dot{\mu}_\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{(s')^3}{2(s')^2 - ss''} \\ 0 & r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_\theta \\ \mu_\theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{(s')^3}{2(s')^2 - ss''} \\ 0 \end{pmatrix} \tag{40}$$

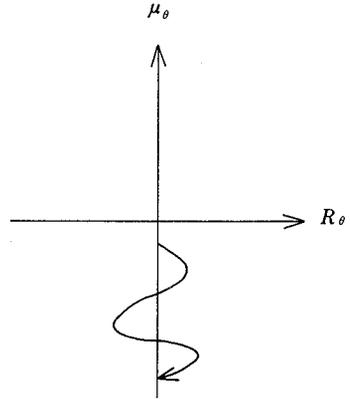
を得る。ここで(40)式右辺の同次項の係数行列および非同次項の符号は、

$$\begin{pmatrix} 0 & + \\ 0 & + \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} + \\ 0 \end{pmatrix}$$

である。そこで微分方程式体系(40)式の解 $[R_\theta(t), \mu_\theta(t)]$ の (R_θ, μ_θ) - 平面における行動を示すと第A-3図となる。



第A-3図 $\theta = c$



第A-4図 $\theta = c$

ここで境界条件が次のように与えられる。

$$\frac{\partial R(0)}{\partial c} = 0, \quad \frac{\partial R(\infty)}{\partial c} = 0 \tag{41}$$

そこで解 $[R_\theta(t), \mu_\theta(t)]$ の可能な変化パターンを示したのが第A-4図である。第A-4図から結局以下を得る。

$$\frac{\partial \mu(t)}{\partial c} < 0 \quad \text{for all } 0 \leq t \leq T \tag{42}$$

(iii) $\theta = r$ のケース

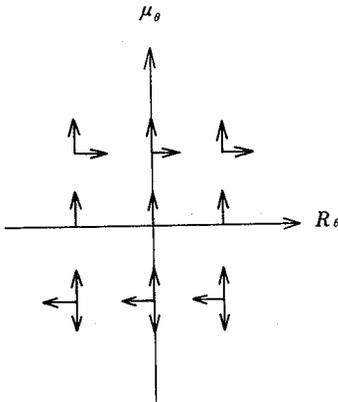
この場合、(8)式を考慮しながら(6)(7)式を $\theta = r$ で微分すると、

$$\begin{pmatrix} \dot{R}_\theta \\ \dot{\mu}_\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{(s')^3}{2(s')^2 - ss''} \\ 0 & r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_\theta \\ \mu_\theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \mu \end{pmatrix} \tag{43}$$

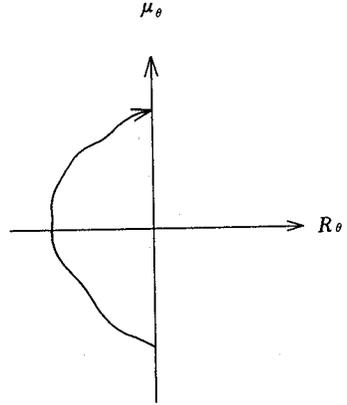
を得る。ここで(43)式右辺の同次項の係数行列および非同次項の符号は、

$$\begin{pmatrix} 0 & + \\ 0 & + \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ + \end{pmatrix}$$

である。そこで微分方程式体系(43)式の解 $[R_\theta(t), \mu_\theta(t)]$ の (R_θ, μ_θ) - 平面における行動を示すと第A-5図となる。



第A-5図 $\theta = r$



第A-6図 $\theta = r$

ここで境界条件が次のように与えられる。

$$\frac{\partial R(0)}{\partial r} = 0, \frac{\partial R(\infty)}{\partial r} = 0 \tag{44}$$

そこで解 $[R_\theta(t), \mu_\theta(t)]$ の可能な変化パターンを示したのが第A-6図である。

第A-6図から結局以下を得る。

$$\frac{\partial \mu(t)}{\partial r} < 0 \text{ for small } t \tag{45}$$

$$\frac{\partial \mu(t)}{\partial r} > 0 \text{ for large } t$$

参 考 文 献

Feichtinger, G. and R. F. Hartl, 1985, Optimal Pricing and Production in an Inventory Model, *European Journal of Operational Research*, Vol. 19, 45-56.

Feichtinger, G. and R. F. Hartl, 1986, *Optimale Kontrolle Ökonomischer Prozesse: Anwendungen des Maximumprinzips in den Wirtschaftswissenschaften* (de Gruyter, Berlin).

Gaskins Jr. D. W., 1971, Dynamic Limit Pricing: Optimal Pricing under Threat of Entry, *Journal of Economic Theory*, Vol. 3, 306-322.

Hotelling, H., 1931, The Economics of Exhaustible Resources, *Journal of Political Economy*, Vol. 39, No. 2, 137-175.

- Kamien, M I and N. L. Schwartz, 1971, Limit Pricing and Uncertain Entry, *Econometrica*, Vol. 39, No 3, 441-454.
- Newbery, D. M. G., 1984, The Economics of Oil, in *Mathematical Methods in Economics* (ed. by F. van der Ploeg), ch. 20, 519-567.
- Nordhaus, W. D., 1973, The Allocation of Energy Resources, *Brookings Paper on Economic Activity*, Vol 3, 529-570.
- Oniki, H., 1973, Comparative Dynamics (Sensitivity Analysis) in Optimal Control Theory, *Journal of Economic Theory*, Vol 3, No. 3, 265-283
- Solow, R. M., 1974, The Economics of Resources and the Resources of Economics, *American Economic Review*, Vol. 64, 1-14.
- Vousden, N., 1977, Resource Depletion with Possible Non-convexities in Production, in *Applications of Control Theory to Economic Analysis*, (ed. by Pitchford J. D and S. J. Turnovsky) 57-79.