香川大学経済論叢
第77巻 第4号 2005年3月 35－70

因子分析における因子数決定法

—— 平行分析を中心にして ——

堀　啓造

因子数を決定する方法を平行分析を中心にカイザー基準，MAP，カイ2乗検定等と一緒に検討した。(1)因子間相関がある場合の母相関行列をどの程度の相関で感知するか。(2)マイナー因子のある母相関行列がどのように判断されるか。(3)実データにおいて判定困難なものが起こる理由を Thurstone & Thurstone (1941) に探った。(1)において同一因子にする因子間相関と感度を新たに定義し，0.70～0.75 の感度が適当であるとした。この感度を常に保つ指標はなかった。各指標を特徴づけるなか平行分析における平均と95%点をとるものが0.05以内の感度差であることが分かり，対角1平行分析は平均，対角 SMC 平行分析は95%点を採用した。マイナー因子のあるときの因子数判定からカイ2乗検定，対角 SMC 固有値0以上基準は探索的因子分析には使えないものであることがはっきりした。対角1平行分析，MAP がよい推測をするが，これらも現実データでは役立たないこともあることを(3)において示した。これらをふまえ，目的依存型因子数決定法とデータ依存型因子数決定法を提案した。そしてもっとも簡略な記述はデータ依存型である，MAP と対角 SMC 平行分析の挟み込み法である。

1.　因子数決定法の概観

因子数の決定は因子分析においてきわめて重要である。因子数の選び方によって大きく因子構造（パタン）が変わってくるからである。適正な因子数を選べなかった過小因子数，過大因子数の問題は，Fava & Velicer (1992)，Wood, Tataryn & Gorsuch (1996)，Lawrence & Hancock (1999) が研究している。一

般には過小因子数のときに深刻なゆがみが生じることがあり，過大因子数の場合は１つまたは２つの顕著な負荷をもつ項目しかもたない因子が生じる（Reis, Waller & Comrey, 2000）。

因子分析適用の初期の研究において，Thurstone（1938）は逐次的に因子抽出をし，残差を分析しながら最大の因子を抽出する方法を用いた。因子分析における因子数決定法はGorsuch（1983）が詳しく，さまざまな方法を挙げている。現在代表的なものとして次の方法がある。

① 固有値１以上の基準
② スクリーテスト
③ MAP
④ 平行分析
⑤ 最尤解のカイ２乗検定

1.1. カイザー基準

相関行列の固有値１以上の数を因子数とするものである。英語でのカイザー基準の呼び方として，the Kaiser criterion, the Kaise-Guttman rule, the eigenvalue-one criterion, truncated principal components, the K 1 rule と様々なものがある（Preacher & MacCallum, 2003）。日本語でもいろいろな言い方がある。

固有値１以上についてはGutttman（1954）がKaiser（1960）よりも先に指摘している。１つの因子にしか負荷しない因子（独自因子）は最大１であることから合理化される。カイザー基準は標本誤差の問題を無視したもので，サンプルサイズが無限のときに正しい（Horn, 1965）。標本誤差を含む時，カイザー基準は因子数を多く推論してしまう。

さらに，平行分析に対して批判されていること（Buja & Eyuboglu, 1992）はカイザー基準にもあてはまる部分がある。平行分析は一つ目の固有値に関しては意味のある結果がでているが，因子間に相関がある，第１固有値が大きいと第２固有値以降は小さくても意味のある因子であるとしている。カイザー基準は第１固有値の統計的な面もないが，因子間の相関がある場合の批判はそのま

まあてはまる。つまり，因子間相関が高いと因子数を過小に推測してしまうことがある。Cattell & Vogelmann（1977）の人工データにおいてはカイザー基準が15中9も過小推定している。

両方あわせると，カイザー基準では因子数を多くも，少なくも，正しくも推測する。つまり，カイザー基準は大雑把であり，それほどあてにならないということである。いろんな実例からもこのことは示される。

残念ながら，このカイザー基準が英語論文，日本語論文ともっともよく使われている方法である。SPSS，SAS など多くの統計パッケージにおいて既定値としてカイザー基準が採用されており，このことも多くの論文で使用される原因となっている。

1.2. スクリーテスト

スクリーテストは Cattell（1966）が提唱した。相関行列の固有値を固有値順

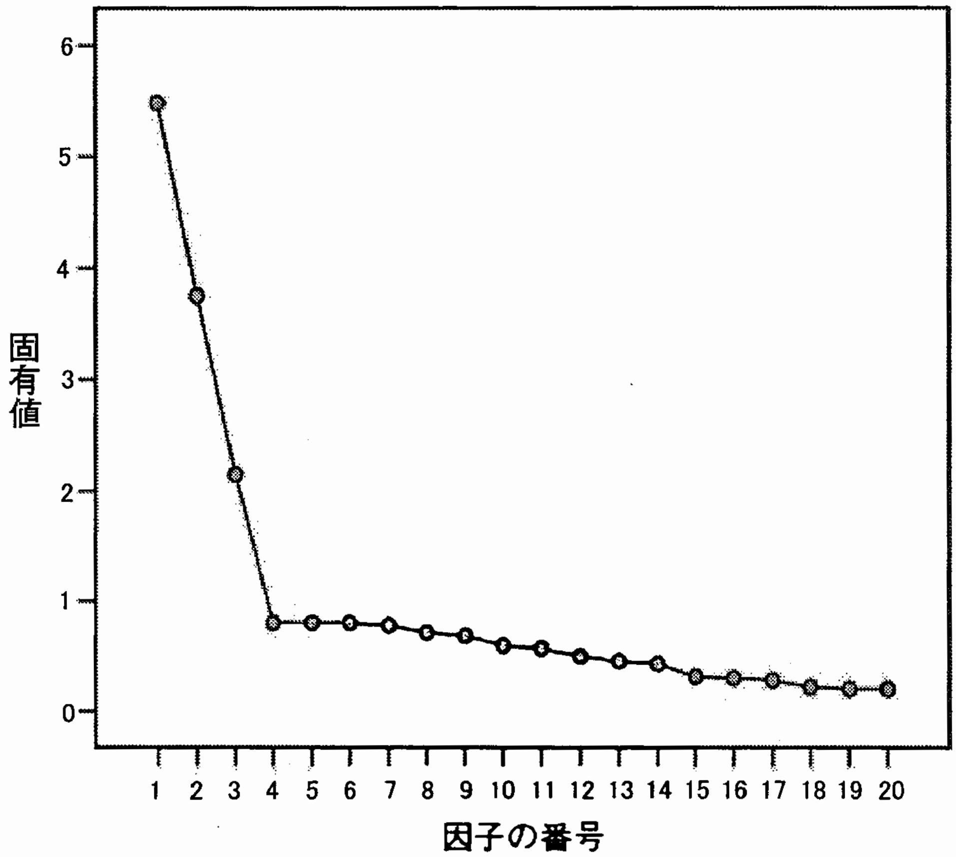

図1　スクリープロット（SPSS v 12 出力）

位に対してプロット（スクリープロット）し，これに最下位固有値から傾向線を引き，その傾向線から離れる固有値の順位が因子数となる。**図1**にスクリープロットの例があるが，この図から3因子と判断できる。

Cattell & Vogelmann（1977）は人工データを15組作成し，カイザー基準とスクリーテストの精度を確かめている。極めて相関の高いデータが多く。また因子のないトリッキーなデータも含まれている。カイザー基準は適正推定4，過大推定1，過小推定10であった。スクリーテストは適正推定9，過大推定4，過小推定2であった。スクリーテストはカイザー基準よりもいいが，過大推定，過小推定ともおこってしまう。雑誌論文ではカイザー基準の次によく使われる方法である（Fabrigar, Wegner, MacCallum, & Strahan, 1999）。

1.3.　最尤解のカイ2乗検定

最尤解の場合はカイ2乗検定によって因子数を決めることができる。有意差のない最小因子数が求める因子数となる。最尤解のカイ2乗検定においては，サンプルサイズが大きいと，過大因子数になることはよく知られている。小サンプルで低共通性のときに必ず過小推定してしまい，サンプルサイズが増えるにつれ，過大推定をしてしまう（Humphreys & Montanelli, 1975）。実用としては使いにくいものである。

最小2乗解においてもカイ2乗検定を使う場合がある。

1.4.　MAP（Minimum Average Partial，最小偏相関平均）

Velicer（1976）が開発した方法である。主成分を統制変数とする観測変数間の偏相関係数を求める。そして，その2乗平均を最小とする主成分の数を抽出因子数とする（服部，2002）。つまり，相関行列から再現相関行列を引いた残差行列の非対角要素が偏共分散行列となり，偏共分散行列を偏共分散行列の対角で調整した偏相関行列を求める。偏相関行列の非対角要素の2乗和を非対角要素数で割ったものがMAPとなり，それが最小値となる主成分数が因子数となる。

Velicer, Eaton, & Fava（2000）はMAPの改訂を試みている。2乗のところを4乗する方法と最大偏相関をとる方法とMAPを比較し4乗する方法が最も正確な推定をすることを明らかにした。

1.5. 対角SMCの固有値0以上基準

Guttman（1954）が最初に提起した方法である。芝（1972）でも言及されている。相関行列の対角にSMC(重相関係数の2乗，squared multiple correlation)に置き換え，0より大きい固有値の数を因子数とする。一般には用いられることはないが，対角SMC平行分析との対応のために取り上げた。

1.6. 平行分析

カイザー基準の弱点を補正したものといえる。Horn（1965）は，もとのデータと同じ変数の数，同じサンプルの数の正規乱数行列の相関行列の固有値を推定し，対応する固有値を比較し，乱数データの相関行列の固有値のほうが大

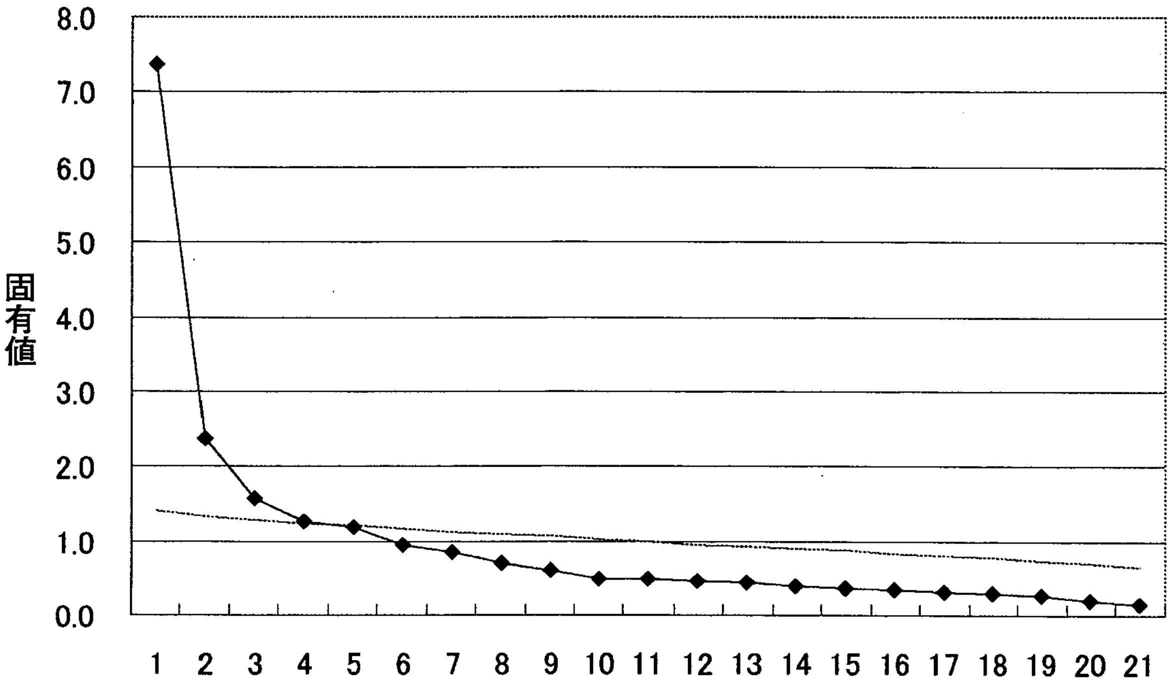

図2　相関行列のスクリー・プロットと対角1平行分析（平均値）
（Thurstone & Thurstone, 1941の21変数データ）

きくなる前の因子までをとることを提案した。標本誤差によって生じる固有値の増加を考慮する点が新しい。乱数データの相関行列の固有値でも1以上の値をとる。固有値の順序によって1以上にも1以下にもなる。この乱数データの相関行列の固有値と比較し，乱数データから作成した相関行列の固有値よりも小さくなる1つ前の順位を因子数とする。**図2**のようにスクリープロットと平行分析の結果を重ねて描くと平行分析よりも上になるスクリープロットの点この図では4因子が平行分析の結果となる。

平行分析についてはあまり知られていないので詳細なレビューを行う。

2.　平行分析の展開

Horn（1965）においてはいくつかのランダムデータ行列から求めた相関行列（複数）の各順位の固有値の平均をとるものであった。Humphreys & Ilgen（1969）において，対角1の平行分析に加え，対角にSMC，最大相関を入れる平行分析を調べている。

その後，重回帰式によって値を求める方法が提案されている。また，数表の形で与えられているものもある。これら2つの方法はHornが行ったようにその場でランダムデータ行列を作成し，固有値を求めることができない場合に対応するものである。重回帰式を使って求める方法はMontanelli & Humphreys（1976）が一番早いが，対角にSMCを入れるものであった。Allen & Hubbard（1986）が対角に1をいれた固有値の平均値を求める式を公表した。これにパラメータを一つ増やし精度を高めたものが，Lautenschlager, Lance, & Flaherty（1989）である。同時期にLongman et al.(1989）が別の重回帰式を公表している。以上の重回帰式は固有値番号ごとの重み係数が必要であった。Keeling（2000）は固有値の順位，サンプルサイズ，変数の数だけで推測する式を公表した。

Longman et al.(1989)は固有値の平均値(実際には50%点つまり中央値を使っている）の式と併せて95%点の固有値を求める重回帰式を作成している。こ

の理由は，Zwich & Velicer (1986) の結果において，平行分析が失敗するとき，因子数を過大に見積もることが多いからである。Cota, et al. (1993 a) は95％点の表を公表している。95％点の使用を支持しているものに，Glorfeld（1995）がある。理論的にはBuja & Eyuboglu（1992）が詳しい。

2値データに対する修正平行分析がDrasgow & Lissak（1983）によって開発されている。

平行分析の利用例は，Turner（1998）に挙げられている。PsycINFOを検索しても平行分析を使った研究が散見されるが多くはない。

3. 平行分析の最近のプログラム事情

2000年に2件の平行分析のプログラムが発表されている。Kaufman & Dunlap（2000）とO'Connor（2000）である。今までのプログラムはメインフレームやDOS版であったのがWindows版が現れた。堀（2001 a）はexcel版を作成した。O'Connor（2000）の，SPSS，SAS，MATLABプログラムはO'Connorのサイトにある。SPSSのマクロと堀のexcelのプログラムの処理結果を見ると，SPSSのマクロのほうが圧倒的に速い。その後，平行分析，MAP, SE screeを処理するSPSSのスクリプトを作成した（堀，2001 b)。

服部（2002，2003）は，平行分析等の因子数決定用の指標を出力しかつ因子分析をする便利なプログラムを公表している。これを利用し，出力をわかりやすくしたexcelマクロを堀（2002）が作っている。

Thompson & Daniel（1996）のSPSSマクロに修正を加えたHayton, Allen, & Scarpello (2004) のSPSSマクロがある。これらはリッカート尺度に対応して，その範囲の値をとるように乱数を修正するものである。しかし，範囲を決めているだけで離散データにするものではない。全体として，O'Connor（2000）に比べて操作性等が低レベルである。

4.　平行分析のバリエーションと評価

4.1.　対角要素

対角1と対角 SMC と対角最大相関行列の方法がある。いずれも共通性は反復推定しない主成分分析，主軸法となる。

対角 SMC と対角最大相関行列は Humphreys & Ilgen（1969）が比較して対角最大相関行列がよくないことを明らかにした。Buja & Eyuboglu（1992）は対角1と対角 SMC を比較して対角 SMC 平行分析は liberal である（つまり因子数を多くとる）ことを論じている。

4.2.　乱数データ行列の数

各種平行分析の比較を Cota et al.（1993 b）が行っているが，その中で3回の平均，40回の平均について，28の実データの因子数の違いを調べたがほとんど違いがないことを確かめている。違いがでる場合，3回の平均はほかと違うことがある。Velicer et al.（2000）は4回と100回とを比較しているが目立った差は認めなかった。

4.3.　乱数の分布型

平行分析は正規乱数を使うが，Gorfeld（1995）は一様分布，歪みの大きい分布と比較し，どれでも同じ結果がでることを示した。

4.4.　各種平行分析の比較

Humphreys & Ilgen（1969）において，対角1の平行分析に加え，対角に SMC，最大相関を入れる平行分析と最尤解のカイ2乗検定との関係を調べている。最大相関の平行分析はよくない。対角 SMC 平行分析の結果が最尤解のカイ2乗検定の結果とよく一致することを示した。

Humphreys & Montanelli（1975）では対角 SMC 平行分析が最尤解のカイ2乗検定よりも優れていることを示した。対角 SMC 平行分析は共通性が広い範

囲であっても，狭い範囲であっても正しく因子数を推定する。ただし，単一の心理データを単一のランダムデータから推定すると，過大，過小推定とも起こりうる。また，共通因子モデルがデータへの適合が貧弱な場合は，過大推定しやすい。

各種平行分析の比較を Cota et al.(1993 b) が行っている。重回帰による平均値予測，表による平均値，3回の平均，40回の平均，重回帰95%点，表による95%点，40回の95%点について，28の実データの因子数の違いを調べたがほとんど違いがないことを確かめている。違いがでる場合，3回の平均はほかと違うことがある。また，もともとの主旨と対応して，95%点のほうが因子数が少なくなることがある。その差が2因子のこともある。表と40試行とは食い違いはない。

Velicer et al. (2000) では，簡易法とその場に対応した乱数データを作成する方法を比較している。54の母相関行列に5つの標本をつくり270データを分析している。5，100の乱数データ，Allen & Hubbard (1986)，Lautenschlager et al. (1989)，Lawrence & Hancoke (1989) の重回帰式，Lautenschlager (1989) の表を使った。重回帰式の2つは適用できないケースが多くあった。当てはまりの良さに大きな違いはなかった。

4.5. 他の方法との比較

先に述べたように Humphreys & Montanelli (1975) では対角 SMC 平行分析が最尤解のカイ2乗検定よりも優れていることを示した。

Zwick & Velicer (1986) は広範なシミュレーションをして平行分析を高く評価している。彼らによると，MAP に少し劣るがほぼ同等によい因子数決定法である。MAP と平行分析はスクリーテストやカイザー基準に比べてはっきりよい。

Velicer et al. (2000) は6つの平行分析と3つのタイプ MAP とカイザー基準とを比較して平行分析がもっともよい予測をすることを見いだした。カイザー基準は他よりもはっきりと劣る。

4.6.　平行分析が正しく因子数を推定しない場合

平行分析が因子数を過小推定する場合について Schweizer（1992）がまず論じ，ついで Turner（1998）が具体例を示して論じている。Turner（1998）の研究においては，具体的に実在データを組み合わせを５パタンつくり，１例において過小推定が起こった。具体的データを見てみると，２因子にそれぞれ５項目が負荷し，因子間相関が高い（r=0.8）場合である。r=0.8 なので１因子としてとらえたほうがいいという考え方もある（John & Benet-Martinez，2000）。相関が高い場合に１因子とする考えに賛成だが，どの程度の相関なら別の因子と認めるべきかは検討すべき問題である。

Buja & Eyuboglu（1992）は，平行分析が第１固有値のみが統計的推論をしていることになるが，そのほかについては疑似推論であるとした。平行分析の比較する数値として，固有値の平均は50％点（中央値）を使用するのと同じでありよくない。上側 ５％点などつまり，95％点などを使用するべきであるとする。

4.7.　因子数決定法としての平行分析の評価

最近の因子分析 how to 論文においては因子数決定法を複数使うべきだと述べているものが多い。そのなかで平行分析が取り上げられていることが多い。例えば，Fabrigar, Wegner, MacCallum, & Strahan（1999），Reis, Waller & Comrey（2000），Russell（2002），Preacher & MacCallum（2003），Thompson（2004）がある。スクリーテストと平行分析を挙げるものが多い。

Educational & Psychological Measurement 誌の editorial においてもその使用が薦められている（Thompson & Daniel, 1996）。

5.　母相関行列に対する感度

因子数決定法に関して乱数データの検討が多く行われているが，モデル負荷量からの再現相関行列である母相関行列の分析は体系的に行われたことはな

い。母相関行列からどの程度正しく因子数を判定するかが分からなければその指標が因子数判断にとって意味があるのかないのかわからない。

母相関行列を作るときマイナー因子をどのようにするかという問題がある。マイナー因子を直接操作した評価は6.において検討する。ここでは従来まったく考えられていなかった，因子間相関を操作することにする。従来の探索的因子分析の因子数決定法において因子間相関をきちんと考慮しているとは言えない。斜交回転においてどの程度の因子間相関の場合に同じ因子と認定するかを基準として各指標の因子認定の感度を測定する。

5.1.　因子認定感度の測定法

因子間相関は0.00から0.95まで0.05刻みで上昇させ，同一因子とする相関の大きさを調べる。高い相関まで同一因子としなければ少しの変動に影響されやすく，マイナー因子やサンプル誤差の影響を受けやすくなる。同一因子とする因子間相関係数を感度とする。感度は0.00～1.00まで分布するものとなる。これは非感度というべき指標であるが，感度の0.05インフレさせた値としてそのまま感度と呼ぶ。Horn（1965）の指摘からわかるようにカイザー基準は標本誤差に弱いことが分かっているので，カイザー基準よりも低い因子間相関であることが望ましいであろう。

5.2.　方　　法

Zwick & Velicer（1986）などの研究から，因子負荷量，1因子の項目数，サンプルサイズが因子数判定に影響を与えることが分かっている。母相関行列なのでZwick & Velicer（1986）などのように分散分析をするものでもない。また，分散分析において交互作用がでることが分かっているので，分散分析のような全体像よりも，個別の問題に答えるようにしたほうが実用的である。そこで次のように母相関行列を作成し，記述的に説明する。

① 因子負荷量0.6，2因子項目数5と4合計9項目，サンプルサイズ300を基準とする。各項目の負荷量は同じとする。

② 因子負荷量を0.8〜0.4まで0.1刻みに操作する。

③ 一方の因子の項目数を5に固定し，もう一方の因子の項目数を10〜2まで2項目刻みで操作する。

④ 8＋7，7＋6，6＋5，5＋4，4＋3の比較的バランスのとれた項目数で全項目数を操作する。

⑤ サンプルサイズを1000，500，300，200，100と操作する。

⑥ 負荷量0.5にし，8＋7，7＋6，6＋5，5＋4，4＋3の比較的バランスのとれた項目数で全項目数を操作する。

⑦ 5＋2項目の因子負荷量を操作する。

⑧ 一方の因子を2項目に固定し，もう一方の項目数を操作する。

⑨ 5＋2項目でサンプルサイズを操作する。

⑩ 3因子5＋4＋4項目の負荷量を操作する。

⑪ 3因子5＋4＋4項目のサンプルサイズを操作する。

結果のグラフは2因子を同一因子とする因子間相関つまり感度である。1.0とは0.95でも2因子としている指標である。0とは因子間相関が0でも1因子とする指標である。3因子の場合は3因子ではなく1または2因子とする相関係数を示している。

図3から図12の記号は次のようになっている。

MAP-TEST —— MAP
RAW-EIGEN — カイザー基準
PA-EIG-M —— 対角1平行分析（平均）
PA-EIG 95 —— 対角1平行分析（95％点）
SMC-EIGEN — 対角SMC固有値0以上基準
PA-SMC-M —— 対角SMC平行分析（95％点）
PA-SMC-95 —— 対角SMC平行分析（平均）
CHI ^ 2 ——— カイ2乗検定

5.3. 結　　果

5.3.1. 因子負荷量比較（2因子，5＋4項目，N=300，図3）

多くの指標が因子負荷量の影響を受けることを示している。その中でカイザー基準（RAW-EIGEN）のみ安定して感度0.80を示している。このことからも感度が0.80以上の場合には，感度が高すぎると考えていいだろう。対角SMC固有値0以上の基準（SMC-EIGEN）は負荷量0.6以上の場合に感度1.00となり極めて高い相関でも2因子とする。また負荷量0.5，0.4でも感度0.95であり，高すぎる。このことは，母相関行列ならばどんな因子間相関があっても完全に因子を抽出する方法であることを示す。その一方で，対角SMC固有値0以上の基準は敏感すぎて実用にならないことがわかる。

平行分析の平均を使う方法（PA-EIG-M，PA-SMC-M）とそれに対応する95%点（PA-EIG 95，PA-SMC-95）との感度差は0.05以内である。対角SMCの場合，感度が高すぎる傾向があるので95%点，対角1の場合は感度が低い面があるので平均を使うほうがいいであろう。このことから，以下は対角1平行分

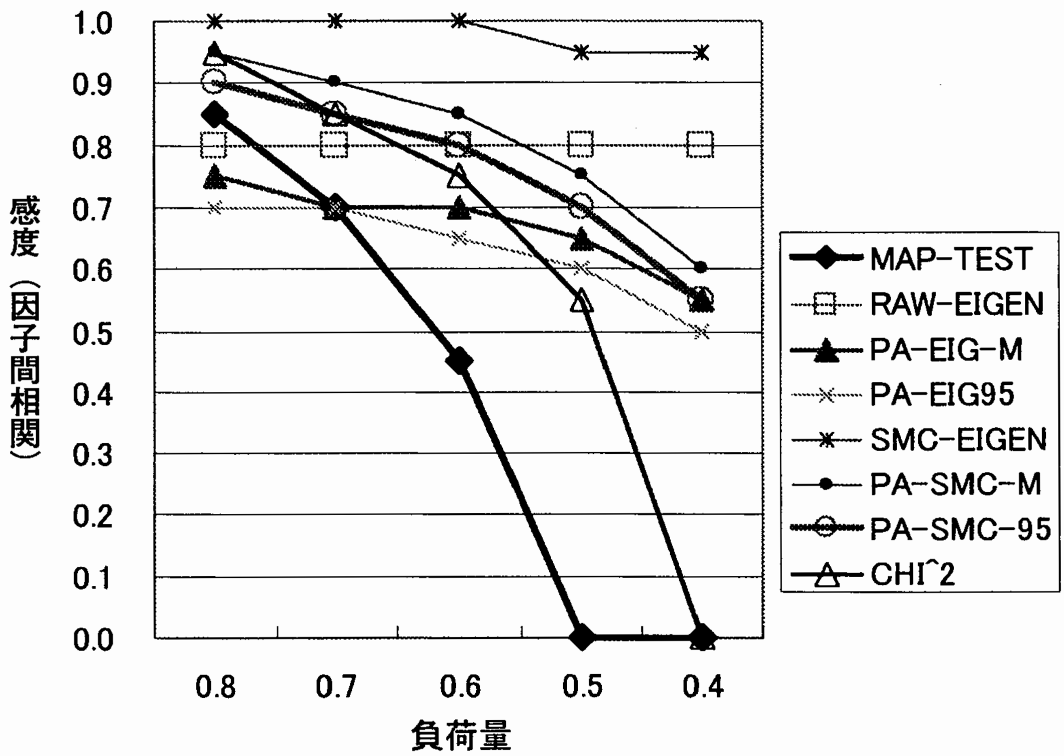

図3　2因子負荷量比較（5＋4項目，N=300）

析は平均（PA-EIG-M），対角 SMC 平行分析は 95%点（PA-SMC-95）を使用する。両者とも負荷量が 0.4 の感度は低い傾向がある。対角 SMC 平行分析は負荷量 0.7 以上においてカイザー基準よりも感度が高い。これは感度が高すぎることを示す。同じく，対角 1 平行分析，MAP 以外はカイザー基準より高くなっている。負荷量の高いときは対角 1 平行分析がもっとも信頼できるであろう。

カイ 2 乗検定（CHI＾2）は負荷量 0.4 のときにまったく因子の区別がつかなくなる。MAP はさらに極端で因子負荷量 0.5 のときに因子の区別がつかない。

カイザー基準と対角 SMC 固有値 0 以上基準以外において因子負荷量 0.4 で高い相関の因子をきちんと判断することは難しい。このような場合，別の因子と認めるには項目数が多くなければならない。

5.3.2.　項目数比較（2 因子，負荷量 0.6，N＝300，図 4，図 5）

項目数の効果は負荷量ほどではない。その中で MAP は大きな影響を受けている。一方の因子の 2 項目の時に因子を区別しなくなる。3＋4 項目でも感度

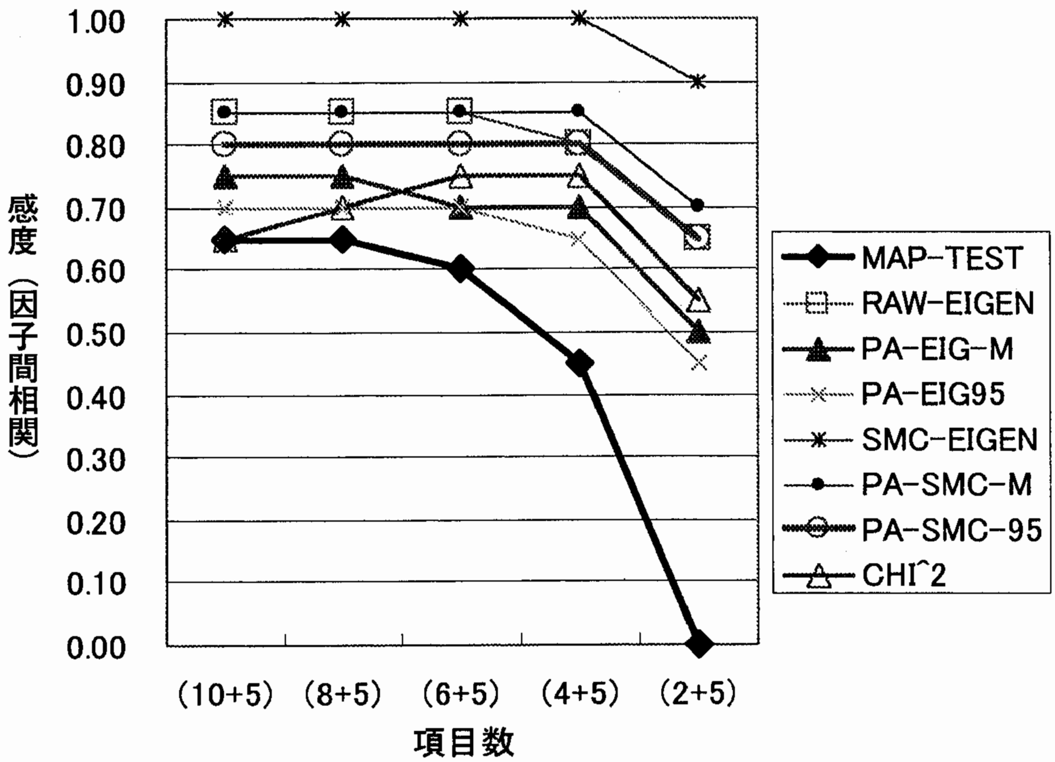

図 4　2 因子 x ＋ 5 項目（負荷量 0.60，N＝300）

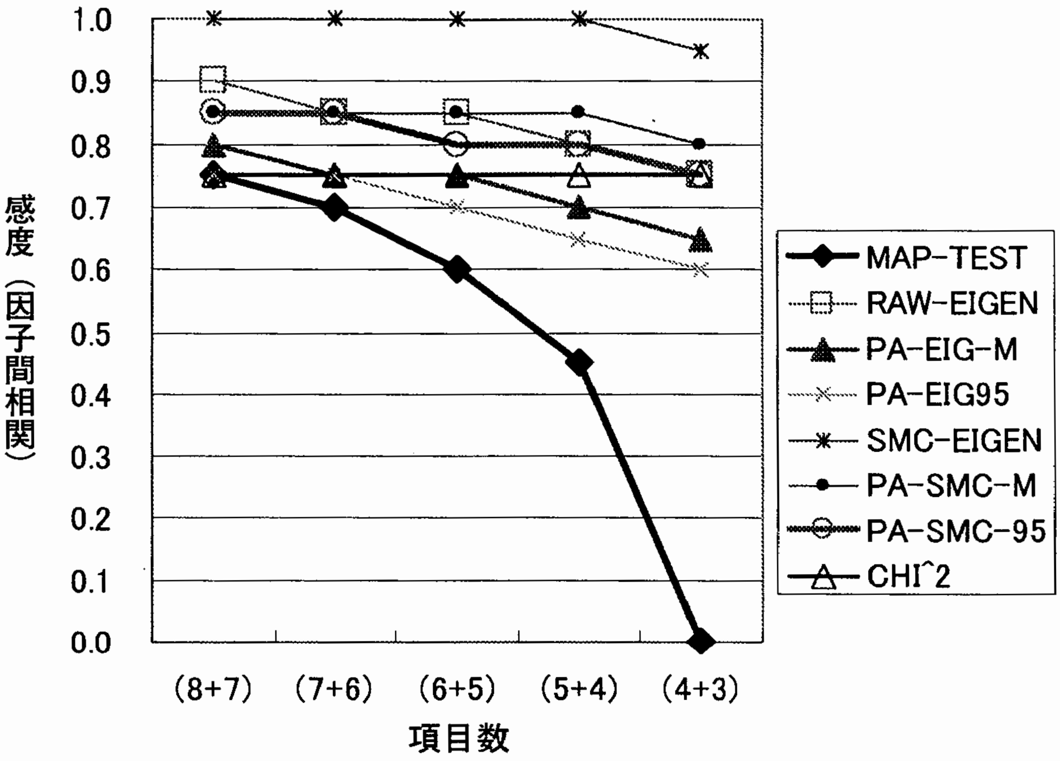

図５　合計項目数比較（負荷量 0.6，N＝300）

０である。項目数が多くなると感度は高くなる。

x＋５項目のときはカイ２乗検定以外は大きく変化しないが，各指標とも同じ総項目数である５＋２項目は４＋３項目よりも感度が低くなる。カイザー基準および対角 SMC 固有値０以上基準以外のどの指標も項目合計数が同じとき項目数のバランスがとれているほうが感度が高くなる。

カイザー基準は負荷量に比べると影響が大きい。バランスのとれた 15 項目の場合感度 0.95 と極めて高い。これはノイズに極めて弱いことを示している。８＋７項目と３＋２項目との間に感度0.15，10＋５項目と２＋５項目との間に感度 0.20 の差がある。少ない項目数の因子が感度に強く影響することが分かる。

カイ２乗検定は項目数のバランスがとれている方が項目数の多さよりも感度にとって重要な要因である。カイ２乗検定は同じバランスなら項目数の影響を全く受けない。

平行分析は２＋５項目以外では比較的よい感度を示している。対角 SMC 平行分析はカイザー基準と同じかそれ以下となっていて適切な感度となってい

る。対角１平行分析は２＋５項目が感度0.5となり低い。

5.3.3.　サンプルサイズ比較（２因子，負荷量0.6，５＋４項目，図６）

MAPとカイザー基準はサンプルサイズの影響を受けない。

カイ２乗検定はサンプルサイズの影響を強く受けるが，300以上のときに感度が高く，200のときは適度な感度といえる。

平行分析は感度0.20～0.25の影響を受ける。サンプルサイズが500以上の時，対角SMC平行分析はカイザー基準より感度が高くなっている。1000の時は感度0.90と極めて高い。他はいずれも0.6以上なので問題はないだろう。

5.3.4.　負荷量0.5の項目数比較

（２因子，負荷量0.5，５＋４項目，N＝300，図７）

負荷量0.6の場合と同様の傾向がある。カイ２乗検定は全く項目数の影響を受けないほかは負荷量0.6のときよりも影響が少し大きくなっている。MAP

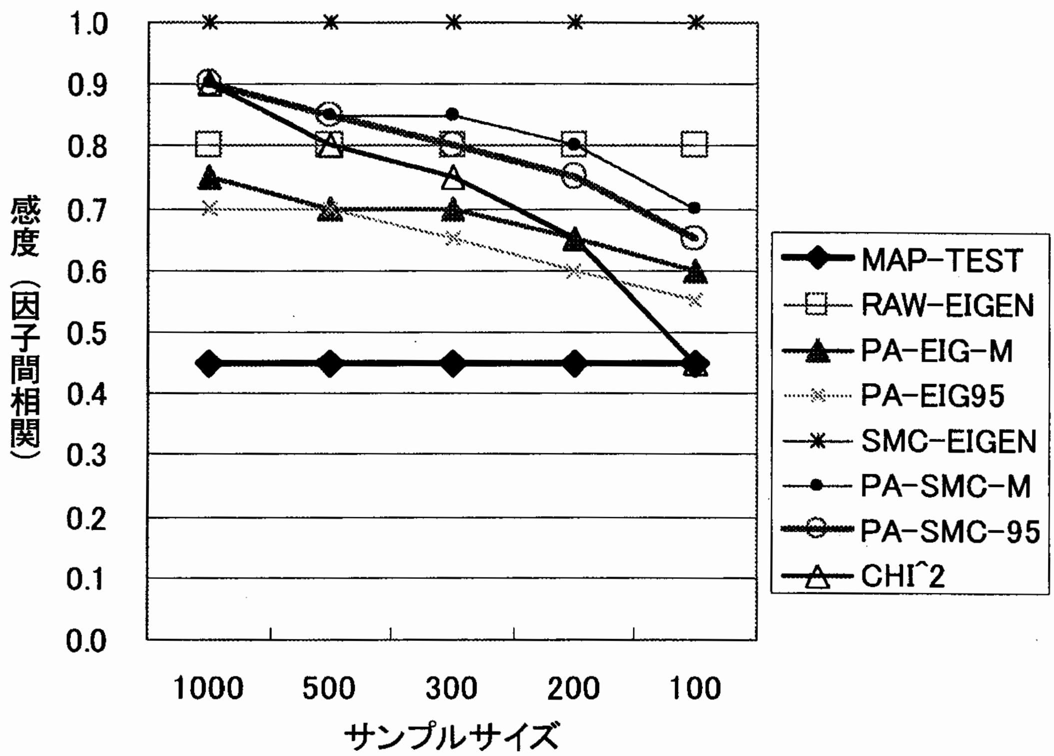

図６　２因子サンプルサイズ比較（負荷量0.6，５＋４項目）

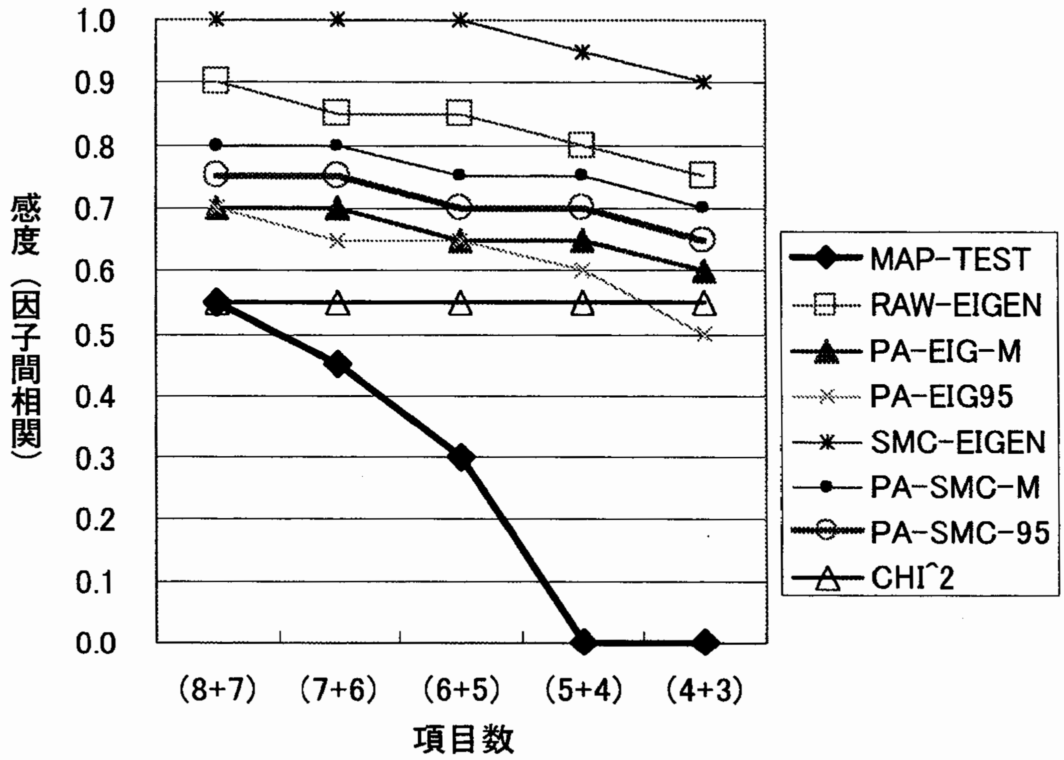

図７　２因子合計項目数（負荷量0.5，N＝300）

は４項目ですでに因子を見分けなくなる。負荷量，項目数の２つの要因が組み合わさるとより深刻な影響を受けることが分かる。対角 SMC 平行分析は感度0.8を切り適正な水準にあると言える。

5.3.5.　５＋２項目の因子負荷量比較（２因子，５＋２項目，N＝300，**図８**）

負荷量の影響は５＋４項目の場合と同様に大きい。その中で MAP はどの負荷量においても因子の区別をしなくなり負荷量の影響を受けない。

また，カイザー基準も全く因子負荷量の影響を受けない。

対角１平行分析は負荷量が小さいとかなり感度が悪くなる。対角 SMC 平行分析は負荷量0.4のときに因子を区別しない。この点に配慮すると対角 SMC 平行分析の場合平均を使ったほうがよいことになるが，0.4の時は因子にするべきでないという立場から95％点でよしとする。

対角 SMC 平行分析は５＋４項目と同じく，負荷量0.7以上において，カイザー基準よりも感度が高くなる。

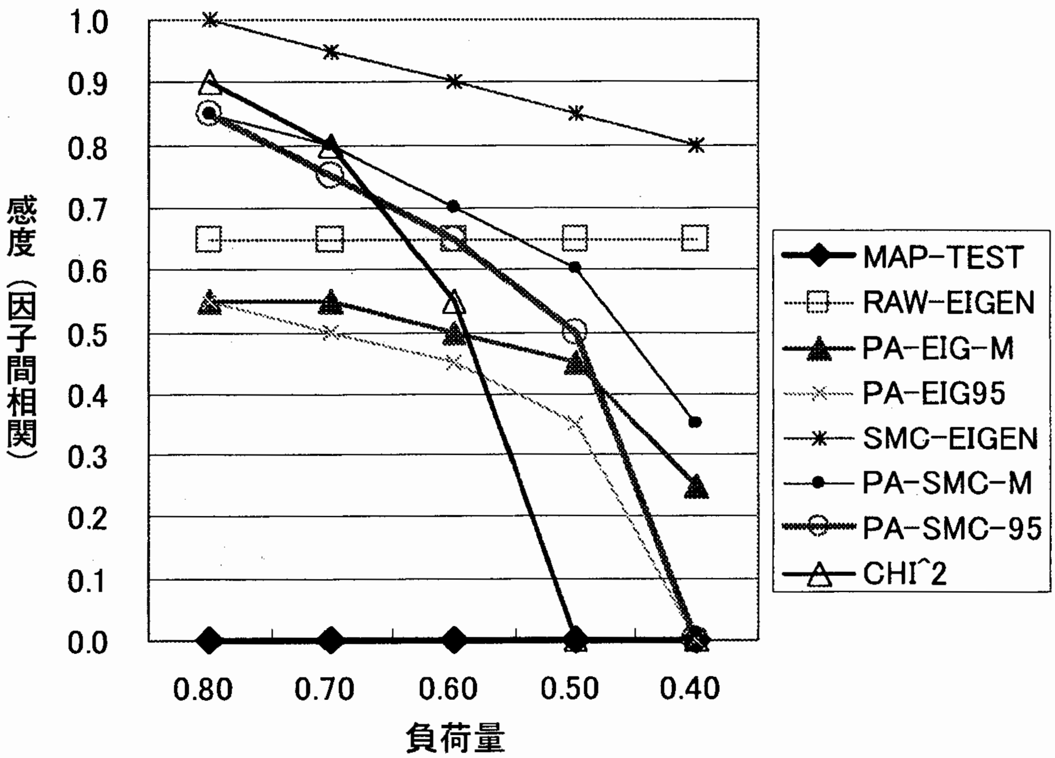

図8　2因子負荷量比較（5＋2項目，N＝300）

5.3.6.　x＋2項目数比較（2因子，負荷量0.6，N＝300，図9）

全体に5＋4項目よりも感度が低下している。

一見カイ2検定がおかしな動きをする。項目数が少ないほうが感度が高くなる。13＋2項目のときに感度0が，2＋3項目のときに感度0.65まで感度が上がる。カイ2乗検定の場合，項目数が因子間でアンバランスになると感度が落ちていくことを明瞭に示している。

カイザー基準は項目数が少なくなると感度が下がる。3＋2項目のとき感度0.6となる。感度は悪くないがカイザー基準としては低い。5＋4項目のときの感度0.8に比較するとかなり低くなっている。

平行分析はわずかであるが，項目数が少なくなると感度が上がっている。対角1平行分析は最高で感度0.5でありあまり感度がいいとは言えない。これもバランスがとれていると感度がよくなることと対応している。

MAPは片一方が2項目であると一貫して因子を感知できない。

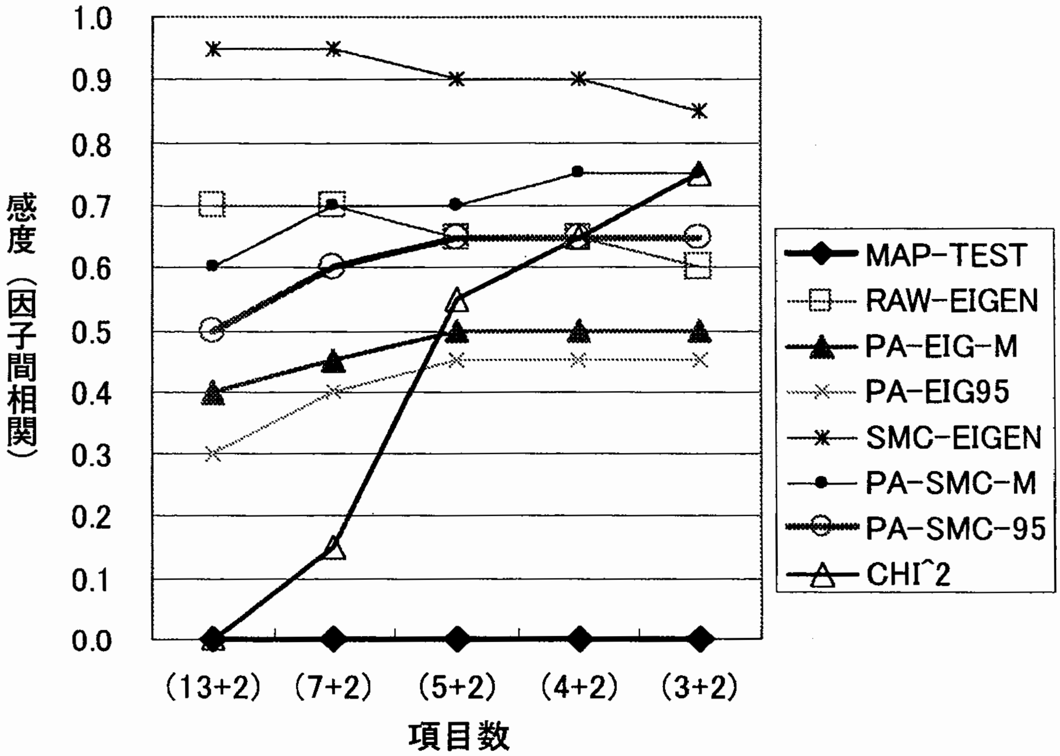

図９　２因子ｘ＋２項目数比較（負荷量 0.6，N＝300）

5.3.7.　５＋２項目のサンプルサイズ比較

（２因子，負荷量 0.6，５＋４項目，**図 10**）

全体に５＋４項目よりも感度が低下している。

５＋４項目の場合と同じく，カイザー基準と MAP はサンプルサイズの影響を受けない。

カイ２乗検定は最もサンプルサイズの影響を受ける。100 だと因子を検知できない。1000 だと 0.80 と感度が高い。

対角 SMC 平行分析は 100 のときに目立って感度が落ちている。このとき対角１平行分析よりも感度が悪くなっている。またサンプルサイズ 500 以上の時カイザー基準より感度が高くなっている。

5.3.8.　３因子の負荷量比較（２因子，５＋４＋４項目，N＝300，**図 11**）

２因子と同様の傾向がある。２因子の場合と比較しての感度の増減は全体としての項目数による変動と考えられる。カイザー基準は５＋４項目の２因子の

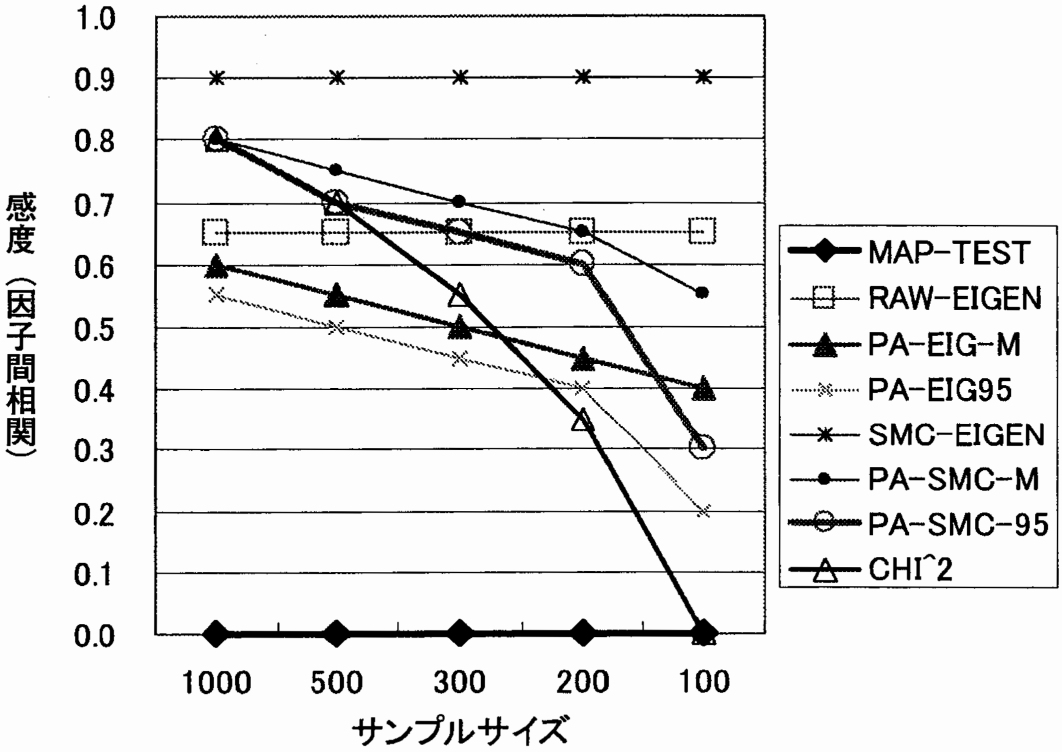

図 10　2 因子サンプルサイズ比較（負荷量 0.6，5＋2 項目）

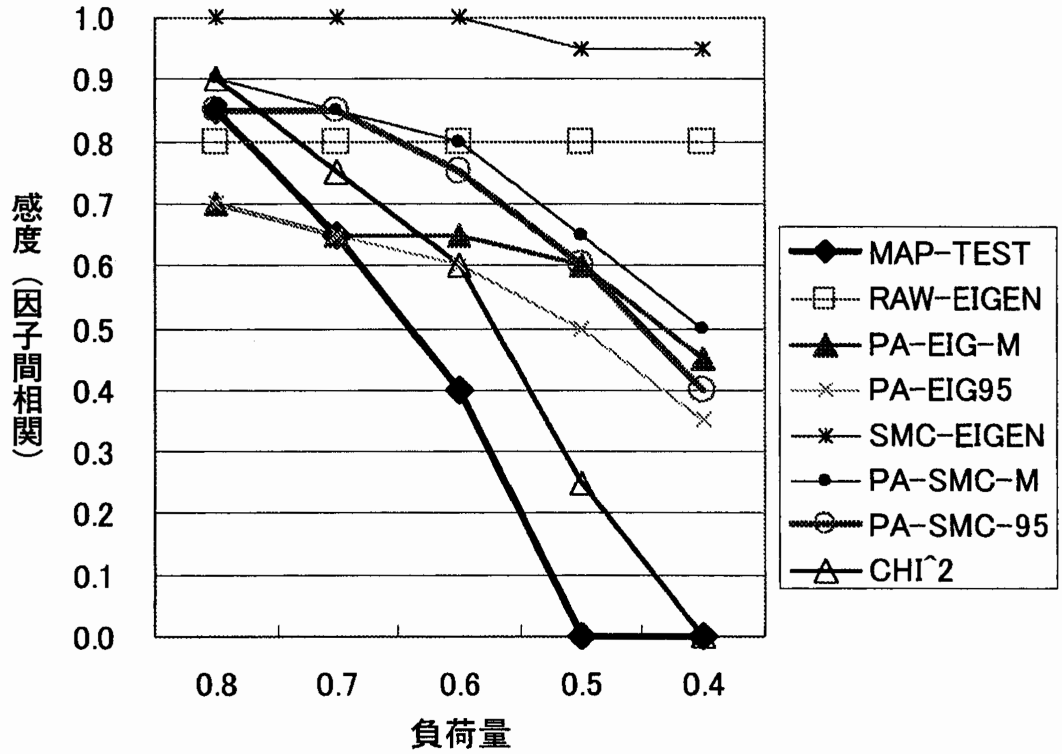

図 11　3 因子負荷量比較（5＋4＋4 項目，N＝300）

場合と同じ感度であり，かつ負荷量によって全く変化しない。MAP は2因子より 0.05 低くなる程度の変化しかない。各平行分析，カイ2乗検定はそれより大きく感度が落ちている。対角1平行分析は 5＋4 項目の2因子の場合と同様に負荷量 0.7 以上においてカイザー基準より感度が高い。

5.3.9.　3因子のサンプルサイズ比較
（2因子，負荷量 0.6，5＋4＋4 項目，**図 12**）

2因子の場合と同じような結果となっている。特に変化しているのはカイ2乗検定であり，感度が低くなっている。100 のときは 0.1 と極めて低い。MAP，平行分析はそれぞれ感度が少し落ちている。カイザー基準，MAP ともサンプルサイズによる影響はない。

5.4.　ま　と　め

因子あたりの項目数ということが適切な因子を求める基準にされることがあ

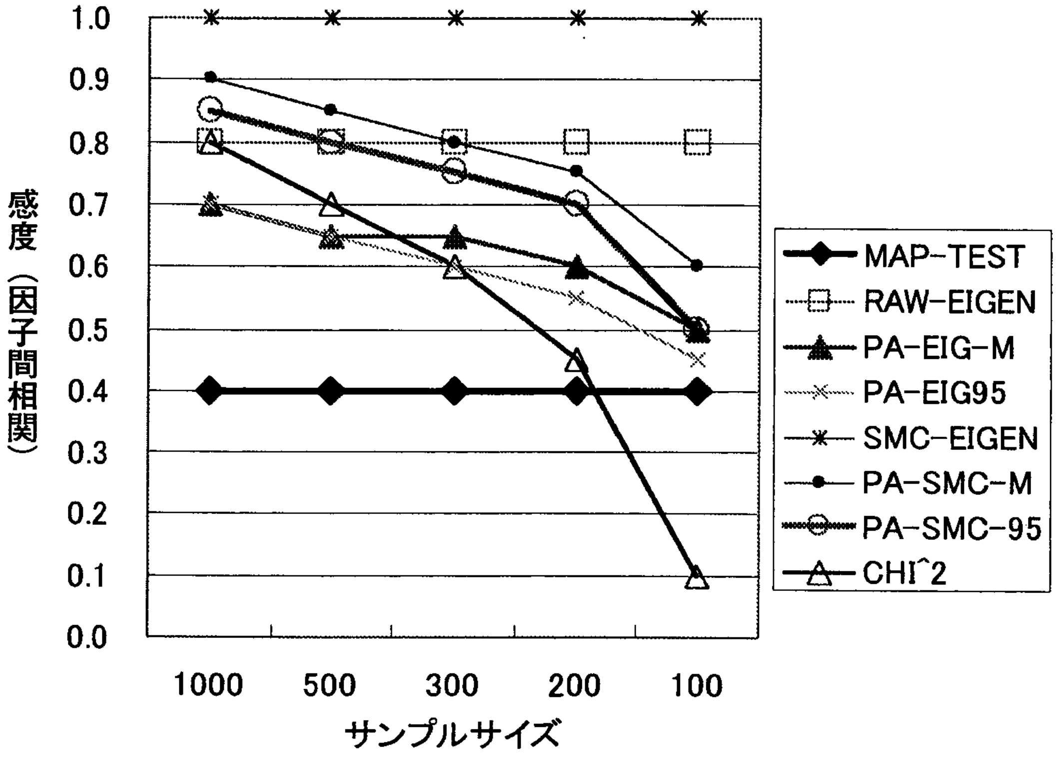

図 12　3因子サンプルサイズ比較（負荷量 0.6，5＋4＋4 項目）

るが，今回の検討によって平均項目数ではなく実際に一つの因子に何項目あるかが因子数判定に影響する。そして最低項目数の因子が因子判定に影響することが分かった。因子数に影響する要因として負荷量がもっとも大きいが，カイザー基準は負荷量に関しては安定している。

感度をさげる要因は決定的に利く場合もあるが，他の要因で多少補うものである。感度を下げる要因が重なると感度が悪くなる。基本的に感度を悪くする要因を基準に感度を考えるべきである。

(1)　対角 SMC の固有値 0 以上基準

極めて感度が高く，母相関行列においてはほぼどんな相関の因子でも抽出する。これは，標本誤差やマイナー因子にも敏感に反応することになり，実際のデータの因子数推定には大きな弱点となる。

(2)　カイザー基準

感度は高い。項目数がバランスのとれているときのほうが感度が高い。バランスがとれていない場合，少ない項目数が感度を規定している。項目数が 3 以下にならなければ感度はかなり高い。項目数が 2 の場合でも 0.55 の相関なら因子を検出するので少ない項目でもある程度の感度を保っている。項目数が多いときは感度が高くなる。7 ＋ 8 項目の場合，感度 0.90 と極めて高い。

負荷量，サンプルサイズにおいては安定しているのがこの方法の長所である。しかし，負荷量やサンプルサイズの影響は受けないので，あまり尺度的によくない場合でも因子を検出するということも言える。この低負荷量でも検出力が高いことが因子分析研究においてカイザー基準がよく使用される理由の一つになっているものと思われる。低レベルの下位尺度を受け入れやすくしている。

標本誤差の影響を受けるので因子数を多く推論することがある。また，因子の項目数が少ないとき極めて高い相関の因子であるなら検出できない。

(3)　最尤解のカイ２乗検定

負荷量，サンプルサイズおよび項目数がアンバランスな時に影響を受ける。そのため一つの因子が２項目にしか負荷しないときは，感知しない可能性が高まる。２項目のときに感知しないのは悪いことではない。

負荷量が小さく，サンプルサイズが小さく，項目数がアンバランスな場合は感知しない可能性が高く，この組み合わせでさらに因子を感知しない可能性を高める。

(4)　平行分析

対角１平行分析と対角 SMC 平行分析の傾向は似ている。それぞれ平均と95％点の感度は 0.05 の違いがある。両者を比較して，対角１平行分析は適度な感度を持っているので平均，対角 SMC 平行分析は感度が高いので 95％点を採用した。負荷量，項目数，サンプルサイズの影響はカイ２乗検定ほど大きくない。これらの要因が組み合わさったとき大きな影響を受ける。

負荷量 0.7 以上の時対角 SMC 平行分析はカイザー基準より感度が高い。このことは標本誤差もしくはマイナー因子の影響を受けやすくすることを意味する。対角 SMC 平行分析は対角 SMC のスクリーテストに対応する（**図 13** 参照）。これはこのテストが合理的なものであることを示している。つまり，標本誤差についてはきれいにコントロールしていることになる。対角 SMC 平行分析は標本誤差としては問題がないがマイナー因子には対応できないものと考えられる。

負荷量が 0.4 と他の要因が組み合わさったときは対角 SMC は対角１平行分析よりも感度が悪くなる。これらのことからも 0.4 のような低負荷量のときの感度はよくない。

さらに低負荷量，小サンプル，少項目数の組み合わせのときの感度はあまりよくない。

対角 SMC 平行分析は一般に感度が高いが，項目数が少ない３＋２項目の場合は感度 0.50 と中程度であり十分高いとは言えない。この点に難点がある。

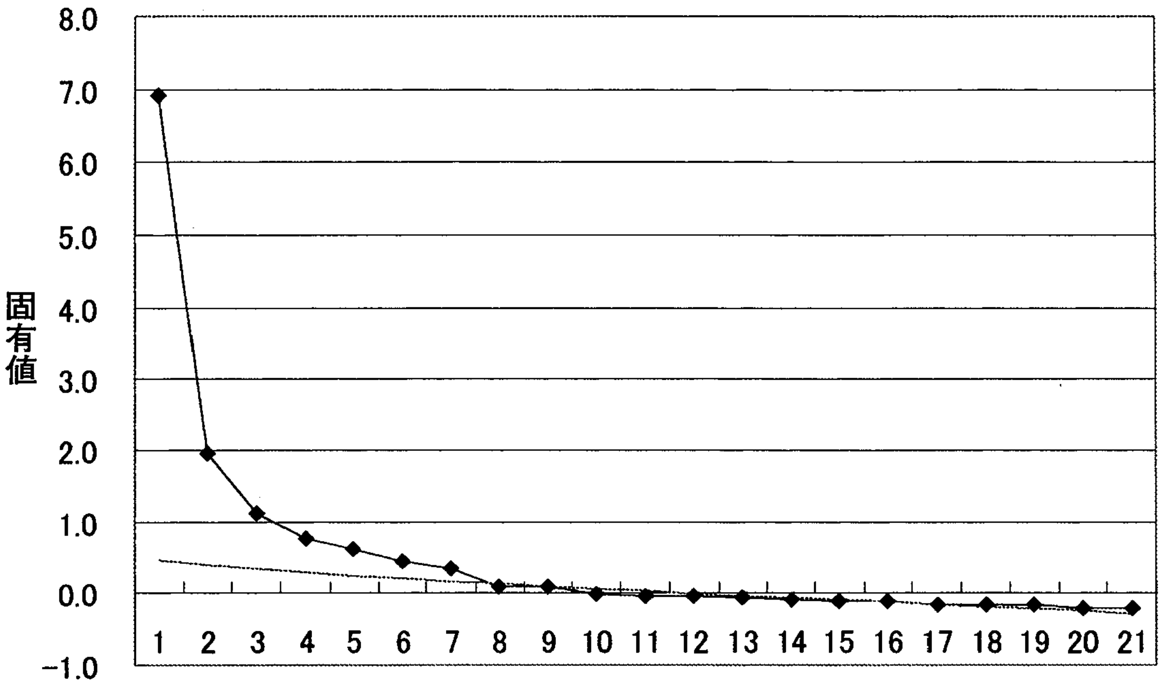

図 13　対角 SMC の相関行列のスクリー・プロットと対角 SMC 平行分析（95%）（Thurstone & Thurstone, 1941）

(5)　MAP

サンプルサイズの影響は受けないが，負荷量と項目数の影響が大きい。合計項目数が多いほど感度は高くなる。一方，3 項目以下の因子は感知しない。サンプルサイズ 300，項目数 5 + 4 と比較的まともな条件においても負荷量 0.5 で感知しない。

これらのことは一見欠点に見えるが，尺度構成上は望ましい性質をもっている。つまり，因子に 4 項目以上もっている，負荷量およそ 0.60 以上でないと認めない。項目数が多いほど感度が増す。この点も尺度構成上望ましい。

6.　因子数決定におけるマイナー因子の影響

因子分析においてマイナー因子の影響は重要である。平行分析において標本誤差については考慮しているが，マイナー因子については考慮していない。マイナー因子の問題を検討したのは Tucker, Koopman, & Linn（1969）である。

MacCallum & Tucker (1991) が理論的検討を行っている。MacCallum et al. (2001) は Tucker らの相関行列作成法から母相関行列を作成し，その行列を公開している。この行列を利用して因子数決定法の検討をする。

MacCallum らは，3 つの側面を操作している。

① 因子決定性 —— 1 因子あたりの項目数。20 項目，3 因子 or 7 因子

② 共通性の大きさ —— 高 (.6 to .8)，低 (.2 to .4)，広 (.2 to .8)

③ マイナー因子の大きさ —— RMSEA の大きさ，0.025，0.065，0.090

このうち①の操作には問題があった。20 項目 7 因子の複数のデータにおいて 7 因子を再現できなかった。つまり，7 因子の場合に一つの因子に 1 項目しか負荷しないことが複数のデータにおいて生じた。3 因子の場合はこのようなことがなかったので 3 因子の母相関行列を分析することにする。

6.1. 処　　理

MacCallum et al. (2001) の母相関行列を服部 (2003) および堀 (2002) を使って分析した。母相関行列をそのまま，300 ケースのデータとみなし処理する。

6.2. 結果と考察

因子数決定の指標から求めた因子数は**表 1** にある。相関行列は 1 因子に負荷

表 1　マイナー因子あるデータの各指標の因子数判定結果

RMSEA	0.090			0.065			0.025			判　定		
共通性	高	低	広	高	低	広	高	低	広	正	大	小
MAP-TEST	3	3	3	3	3	3	3	2	3	8	0	1
RAW-EIGEN	3	7	4	3	5	3	3	3	3	6	3	0
PA-EIG-M	3	3	3	3	3	3	2	3	3	8	0	1
PA-EIG 95	3	3	3	3	3	3	2	3	3	8	0	1
SMC-EIGEN	10	9	9	10	9	9	5	7	7	0	9	0
PA-SMC-M	3	8	5	3	4	3	3	3	3	6	3	0
PA-SMC-95	3	7	5	3	4	3	3	3	3	6	3	0
CHI ^ 2	9	8	7	4	4	4	3	2	3	2	6	1

する項目数および因子間相関を制御していないため厳密な比較ではない。

表1の正答数からみると，マイナー因子が大きい，RMSEA＝0.090のときの推定因子数を多く推測する誤りが起こる。マイナー因子の小さいRMSEA＝0.025の場合は推定因子数を少なく推測する誤りが起こる。

また，共通性が低いときに推定がうまくいかない。全体としては共通性が高いときの推定がもっともよい。ところが，RMSEA＝0.025のときは共通性広のときのほうが少しよい。RMSEA＝0.025の高共通性のとき以外は納得のいく結果といってよい。本格的に分析するにはもっと多くの母相関行列を使用しないといけないが，このデータからすると，RMSEAと共通性に交互作用がある。

9データ中不正解数3まではある程度使える可能性があるといえよう。5以上の不正解数のカイ2乗検定，対角SMC固有値0以上基準は指標としては使えない。特に対角SMC固有値0以上基準はすべてかなり大きく判定するので，指標としてははっきりと不適である。カイ2乗検定はマイナー因子が大きくないRMSEA＝0.025の共通性が共通性高と共通性広のみを正しく推定している。マイナー因子が大きいとき，さらに共通性が高いときのみに正しく推測できる。外れる場合も過大，過小ともに起こっている。カイ2乗検定は条件に恵まれたときにのみ正しい推定をする。この2つの指標は探索的因子分析において使用できない指標である。

不正解数3のカイザー基準，対角SMC平行分析はあまりよくない。カイザー基準は一貫して過大に推測する。また，対角SMC平行分析も一貫して過大推定している。感度が高い指標は因子数過大の方に外れやすいことを示している。マイナー因子がより大きいとき，共通性がより小さいときに因子数過大になっていてマイナー因子の影響を受けやすい。カイザー基準はマイナー因子をコントロールできないことを示している。

MAP，対角1平行分析は不正解数1と良好な推測をしている。Zwick & Velicer（1986）と同じく，MAP，対角1平行分析がよい結果となった。対角1平行分析が少ない因子数の誤りをしたのは因子間相関が0.65あったためである。MAPのほうは項目数の影響が強いのでこの点は乗り切っている。他の指

標は負荷が高いための高い因子間相関があっても検出できた。RMSEA＝0.025の共通性低の時にMAPは因子数を少なく見積もっているが，1つの因子の負荷量0.5以上の項目数が2になっているためである。

マイナー因子が大きくて低共通性の場合は過大因子数となり，マイナー因子が小さい場合は過小因子の危険性がある。

ここで考えたように因子負荷量，因子間相関がわかると個別事例を解釈できるようになる。この時回転にはハリス－カイザー解を用いるべきである。斜交回転の代表的なものに直接オブリミン，プロマックス，ハリス－カイザー法（orthoblique，power＝0，独立解）がある。因子負荷量は大きく変わらなくても因子間相関はかなり違う。その中でハリス－カイザー法を使うのは次の理由からである。直接オブリミンとハリス－カイザー法はモデル負荷量を正しく再生できるが，プロマックスは正しく再現できない。プロマックス法は大雑把な方法であることがわかる。モデル負荷量が存在しないとき直接オブリミンはなるべく直交に近い解をだす。ハリス－カイザー法は斜交性が強い。ハリス－カイザー法の解のほうが確証的因子分析の相関に近くなる。このことからハリス－カイザー法の解のほうが因子間相関を評価するのによい判断できる。直接オブリミン解は直交解で許せるかどうか判断するのに適切と考えられる。

7. Thurstone & Thurstone（1941）基本能力因子の再分析

多くの指標が失敗する例として，Thurstone & Thurstone（1941）の21変数のデータがある。Thurstone & Thurstoneは57変数を因子分析した結果から7因子各3項目の合計21変数を選び出し新たに8年生437人に基本能力検査を実施した。

最初から7因子を想定したものであるが，因子分析のハリス－カイザー解の負荷量の2乗和は2.427，2.106，1.883，1.834，1.169，1.898，1.544と1以上となって均衡しているので7因子解を受け入れることができる。MAP，対角1平行分析95%点が3，対角1平行分析平均が4，カイザー基準が5，2

つの対角 SMC 平行分析が 7，対角 SMC 固有値 0 以上が 9，カイ 2 乗検定が 8 以上（不適解のため確定できない）となった。MAP の 3 因子を始め多くが失敗するなか，対角 SMC 平行分析は正しく 7 因子とする。

7 因子解の因子パタン（**表 2**）を見てみると数の因子，記憶因子が第 3 の項目の 0.48，0.36 と負荷量が小さい。因子間相関（**表 3**）は言語と推理および推理と知覚が同じく 0.664 と極めて高い。3 項目の因子において相関に高いものがあるため，カイザー基準でさえ検出できないものである。それより感度の低い対角 1 平行分析も因子検出ができない。対角 SMC 平行分析のみが検出できるレベルとなっている。このように下位尺度においては因子間相関が高い場合がよくあり，対角 SMC 平行分析が有用である。

この結果は評判のよい対角 1 平行分析にも限界はあるし，MAP にも限界があることをはっきり示している。常に正しい因子数判定法はない。条件や想定モデルによって使用する因子数判定法を変えた方がよい。

8. 討　　論

母相関行列分析の結果からすると，因子数決定の代表的指標は因子間相関がある場合因子数を正しく判断するとは言えない。唯一，一般に使われることのない対角 SMC 固有値 0 以上基準がもっとも正確に因子数を判断する。実際のデータにおいては標本誤差やマイナー因子があることを考慮すると，対角 SMC 固有値 0 以上基準は因子数を過大評価する。

標本誤差に配慮しているのが対角 SMC 平行分析である。しかし，対角 SMC 平行分析はマイナー因子に弱いという欠点を持つ。また対角 SMC 固有値 0 以上基準と同じく，カイザー基準はマイナー因子が大きく，共通因子が低負荷のとき過大評価する。カイザー基準がマイナー因子よりも標本誤差に対応しているようだ。Horn（1965）の主張からすると標本誤差に対応していないということからマイナー因子に対応したものではないかと思われるが，今回の分析結果からすると標本誤差に対応していると考えられるのである。

表 2 Thurstone & Thurstone (1941) の因子パタン (ハリスーカイザー解)

	1	2	3	4	5	6	7
	言 語	空 間	数	語の流暢性	記 憶	推 理	知 覚
7 : Sentences (V)	**0.896**	−0.095	0.003	−0.035	−0.069	0.111	0.012
8 : Vocabulary (V)	**0.888**	−0.027	0.081	0.088	0.055	−0.062	−0.085
9 : Completion (V)	**0.856**	0.131	−0.047	0.006	−0.009	−0.028	0.045
14 : Figures (S)	−0.008	**0.877**	−0.009	0.009	−0.016	−0.048	−0.013
15 : Cards (S)	0.049	**0.805**	−0.017	−0.041	0.037	−0.050	0.058
13 : Flags (S)	−0.027	**0.751**	0.104	0.027	−0.018	0.058	−0.053
17 : Multiplication (N)	−0.034	−0.087	**0.917**	0.018	0.033	−0.074	0.024
16 : Addition (N)	0.026	0.033	**0.764**	−0.038	0.024	−0.039	0.011
18 : Three-Highter (N)	0.035	0.161	**0.480**	−0.007	−0.027	0.222	0.005
10 : First-Letters (W)	−0.023	−0.023	−0.028	**0.834**	−0.037	0.008	0.095
11 : Four-Letter Words (W)	−0.091	0.096	0.017	**0.810**	−0.013	0.071	−0.081
12 : Suffixes (W)	0.163	−0.065	−0.015	**0.601**	0.064	−0.086	0.035
4 : First Names (M)	−0.019	−0.073	0.075	0.031	**0.719**	0.052	−0.080
6 : Word-Number (M)	0.005	0.023	0.069	0.001	**0.692**	−0.105	−0.041
5 : Figure recognition (M)	−0.036	0.090	−0.268	0.001	**0.365**	0.116	0.262
19 : Letter Series (R)	−0.066	0.014	0.096	−0.026	−0.008	**0.940**	−0.142
21 : Letter Grouping (R)	−0.096	0.002	0.059	0.092	−0.070	**0.669**	0.095
20 : Pedigrees (R)	0.198	−0.067	−0.096	−0.098	0.101	**0.644**	0.070
2 : Face (P)	0.060	0.092	−0.096	−0.189	0.044	0.027	**0.840**
1 : Identical Numbers (P)	−0.026	−0.147	0.301	0.019	−0.075	−0.128	**0.644**
3 : Mirror Reading (P)	−0.053	0.010	−0.061	0.226	0.003	0.120	**0.529**
負荷量の2乗和	2.427	2.106	1.883	1.834	1.169	1.898	1.544

表 3 因子間相関 (ハリスーカイザー解)

		1	2	3	4	5	6	7
		言 語	空 間	数	語の流暢性	記 憶	推 理	知 覚
1	言 語	1.000	0.183	0.432	0.581	0.469	**0.664**	0.463
2	空 間	0.183	1.000	0.252	0.174	0.219	0.350	0.530
3	数	0.432	0.252	1.000	0.473	0.351	0.589	0.633
4	語の流暢性	0.581	0.174	0.473	1.000	0.486	0.584	0.494
5	記 憶	0.469	0.219	0.351	0.486	1.000	0.545	0.426
6	推 理	**0.664**	0.350	0.589	0.584	0.545	1.000	**0.664**
7	記 憶	0.463	0.530	0.633	0.494	0.426	**0.664**	1.000

標本誤差とマイナー因子を合わせると，カイザー基準は頻繁に過大因子数推定をする。この欠点を補うものであるのが対角1平行分析である。マイナー因子と標本誤差を考慮したものとしての対角1平行分析がある。しかし，これらの点に配慮しているために因子間相関が高いときに因子を感知できなくなるという欠点を持つ。現実のデータにおいては Thurstone & Thurstone（1941）21変数のように因子間に 0.65 以上の高い相関がある場合がある。因子の項目が少ない場合にこの程度の相関を検出することは難しい。カイザー基準でさえ検出できない。対角 SMC 平行分析がこれをぎりぎり検出できる。

因子間相関とマイナー因子および誤差のトレードオフ問題がどの程度の感度にすべきかを決定する。現実のデータを考慮すると因子間相関の感度は 0.70 から 0.75 の間がよいだろう。この感度を常に保っている指標はない。

MAP は項目数，負荷量に厳しく，尺度として適切かどうかを判断するのによい。適切な尺度構成をしている場合には正しく因子数を推定するからである。現実のデータについて考えると，負荷量 0.6 から 0.8 くらいの尺度で項目数 5 ～10 くらいの因子が望ましい。これを満たしていれば MAP は適切に因子数を判断する可能性が高い。

これらのことから，マイナー因子のないきれいなデータの場合は対角 SMC 平行分析による判断，マイナー因子があるデータの場合は対角1平行分析，尺度を作成するには MAP の判断をベースに考えるのがよい。

一般的には

MAP≦対角1平行分析≦対角 SMC 平行分析

となる。母相関行列の感度から分かるようにこうならない場合もあり得る。

以上のことから各指標の現れ方からデータのタイプを分けることができる。

① MAP＝対角1平行分析＝対角 SMC 平行分析

→マイナー因子がないよい構造をもったよい（下位）尺度

例えば堀（2003 a）が分析した Holzinger & Swineford（1939）の知能データ

② 対角1平行分析＝対角 SMC 平行分析

→マイナー因子がないよいデータ

③　対角1平行分析＝MAP

→尺度作成の問題がないよい尺度

④　MAP＜対角1平行分析＜対角SMC平行分析

通常見られるデータ。例えば Thurstone & Thurstone（1941）。

①の場合は問題なく因子数を決定できる。②③④の場合には決定法をめぐって考慮しなければならないことがある。このとき，因子数決定のアプローチに2つのタイプがある。一つはデータ収集方法によって主たる判定法を決める方法であり，もう一つはデータ処理した結果から決める方法である。

目的依存型決定法

項目の集め方，目的によって最適の因子数決定法が変わる。

①　一般に因子分析をするとき下位尺度を作成するためである。項目の集め方としてはまったくのランダムサンプリングで尺度を作成する場合である。いろんな項目をたくさん集めているのでマイナー因子がある。この場合，MAPがもっともいいだろう。その上で，項目を削除していく。これがよい尺度を作るコツである。なお，下位尺度の項目が足りないために下位尺度にならなかった因子を探るためには対角1平行分析を見る。さらに強い因子間相関があったときには対角SMC平行分析も最大数として参考にする。

②　下位尺度を想定して項目を集めた場合はマイナー因子は少なくなっている可能性がある。このときも尺度作成のためだから主としてMAPである。想定した因子が現れなかったときは対角1平行分析を使って該当の項目が少なかったかを調べる。

③　下位尺度関係なく，理論的に構造を知りたいために多くの項目を収集した。まずは対角1平行分析を参考にする。参考のためMAP，対角SMC平行分析を調べる。

④　マイナー因子のないきれいなデータは一度因子分析をして少数の項目を選んだ場合があてはまる。対角SMC平行分析と対角1平行分析をチェックする。対角SMC平行分析の因子数，つまり大きいほうから因子数を減らして

いき解釈可能性を探る。ある因子モデルに基づいて項目をきちんと集めた場合（例えばThurstone & Thrustoneの21変数）などがこれにあたる。

⑤　小項目で単に構造を知りたい場合は対角1平行分析をまず参考にし，対角SMC平行分析の因子数へと増やしていって解釈可能性を探る。最終的には確証的因子分析を行って構造を確認する。

これだけを基準にすることはできない。因子に負荷する項目数，解釈可能性に配慮して因子数を決める。ただし，高次因子が存在する場合には解釈可能な因子数が複数ある場合がある（堀，2003 b）ので注意が必要である。大きい因子数から減らしながら解釈可能性を探るのが基本であるが上に書いたように増やす方法もある。

データ依存的決定法

もっとも広い範囲に対角SMC平行分析を最大因子数，MAPを最小因子数として挟み込み解釈可能性を考慮して最終決定をする。これが堀（2004）において提案した挟み込み法である。

項目数が十分あり，負荷量も十分高いよい尺度の場合，MAPの予測は多くの場合に正しい（Zwick & Velicer，1986）。安定した推定をする（堀，2003 a）。過小推定することがあるが過大推定をしない（Zwick & Velicer，1986）。対角SMC平行分析はマイナー因子の影響を受けやすいこと。マイナー因子の影響を受けて因子数を多目に推測することがある。しかし，データの多少のゆれに関わらず安定した推定をする（堀，2003 a）。さらに，過小推定をすることはなく，推定数が間違う場合は，常に過大の推定である。MAPが正しくない場合，対角SMC平行分析が正しく推定していることがあり，その意味でも参考にすべき因子推定法である。このことから，MAPと対角SMC平行分析の推定因子数の間に真の因子数があるとすることができる。

この挟み込み法はなるべくリスクを減らして広い範囲をとっている。実際には対角1平行分析がもっとも的中する可能性が高い。このことを考慮して次のように精緻化することができる。

一応のガイドライン

① 主成分分析（因子分析でもよい）を行ってスクリープロットの簡易検査をする。

② 第1固有値が飛び抜けて大きいとき

(a) 対角 SMC 平行分析が基準

そうでないとき

(b) 対角1平行分析が基準

③ MAP を求める。

④ ②から順次因子を減らして③の因子数まで因子の解釈可能性を確かめる。

⑤ (b)の場合で④において満足できなければ(a)まで順次因子を増やし因子の解釈可能性を確かめる。

という手順になる。②の判断が難しい。Thurstone & Thurstone（1941）の21変数データは飛び抜けて大きい例である(図2参照)。Cattell & Vogelmann(1977)の人工データは多くが当てはまる。スクリープロットされているので参考になる。また，通常なら1因子としてよいデータはすべて(a)と判断できる。

このような面倒な判断を除いて，なるべく単純にすれば堀（2004）で提案したように対角 SMC 平行分析と MAP で挟み込み解釈可能性と項目数によって因子数を決定することになる。

（謝辞）本稿の分析には服部環筑波大学助教授の faccon.exe を使っています。2002年の公表以来使わせてもらっていますが，いくつかの処理や出力について追加をしていただいた。そのお蔭で本稿が成立しました。記して感謝します。

引 用 文 献

Allen, S. J. & Hubbard, R. (1986). Regression equations for the latent roots of random data correlation matrices with unities on the diagonal. *Multivariate Behavioral Research,* **2**, 393-398.

Buja, A. & Eyuboglu, N. (1992). Remarks on parallel analysis. *Multivariate Behavioral Research,* **27**, 509-540.

Cota, A. A., Longman, R. S., Holden, R. R., & Fekken. C. G. (1993 a). Interpolating 95 th percentile eigenvalues from random data: An empirical example. *Educational and Psychological Measurement.* **53**, 585-596.

Cota, A. A., Longman, R. S., Holden, R. R., & Fekken, G. C. (1993 b). Comparing different methods for implementing parallel analysis: A practical index of accuracy. *Educational and Psychological Measurement,* **53**, 865-876.

Drasgow, F. & Lissak, R. I. (1983). Modified parallel analysis: A procedure for examining the latent dimensionality of dichotomously scored item responses. *Journal of Applied Psychology,* **68**, 363-373.

Fabrigar, L. R., Wegner, D. T., MacCallum, R. C., & Strahan, E. J. (1999). Evaluating the use of exploratory factor analysis in psychological research. *Psychological Methods,* **4**, 272-299.

Fava, J. I., & Velicer, W. F. (1992). The effects of overextracrion on factor and component analysis. *Multivariate Behavioral Research,* **27**, 387-415.

Glorfeld, L. W. (1995). An improvement on Horn's parallel analysis methodology for selecting the correct number of factors to retain. *Educational and Psychological Measurement,* **55**, 377-393.

Guttman, L. (1954). Some necessary conditions for common factor analysis. *Psychometrika,* **19**, 194-162.

服部環（2002）因子分析 http://www.human.tsukuba.ac.jp/～hattori/faccon/faccon.html 2003年2月28日採取。

服部環（2003）共通因子数の決定とそれを援助するためのコンピュータ・プログラムの開発。応用心理学研究，**28**，135-144。

Hayton, J. C., Allen, D. G., & Scarpello, V. (2004). Factor retention decisions in explalotory factor analysis: A tutorial on parallel analysis. *Organizational Research Methods,* **7**, 191-203.

堀啓造（2001 a）parallel analysis 因子分析の因子数決定法 http://www.ec.kagawa-u.ac.jp/～hori/delphistat/index.html#pa.

堀啓造（2001 b）因子分析の因子数決定法（SPSS script）http://www.ec.kagawa-u.ac.jp/～hori/spss/spss.html#nfactors

堀啓造（2002）excel vba program for faccon.exe コバンザメアプリ http://www.ec.kagawa-u.ac.jp/～hori/delphistat/hattori.html

堀啓造（2003 a）因子数決定法の検討：Holzinger & Swineford 1939 の知能データをもとにして「数理統計学と計量経済学をつなぐ」講演予稿集，127-142。http://www.ec.kagawa-u.ac.jp/～hori/yomimono/pa 2.html

堀啓造（2003 b）因子分析練習帳 1，Gorsuch（1983）変数サンプリング http://www.ec.kagawa-u.ac.jp/～hori/yomimono/fanote 1.html

堀啓造（2004）因子分析における因子数決定法－MAP と平行分析（PA-SMC 95）による挟

み込み法－日本心理学会第68回大会発表論文集（関西大学），391。

Horn, J. L. (1965). A rationale and test of the number of factors in factor analysis. *Psychometrika,* **30**, 179-185.

Humpherys, L. G. & Ilgen, D. L. (1969). Note on a criterion for the number of common factors. *Educational and Psychological Measurement,* **29**, 571-578.

Humphreys, L. G. & Montanelli, R. G. (1975). An investigation of the parallel analysis criterion for determining the number of common factors. *Multivariate Behavioral Research,* **10**, 193 - 205.

John, O. R. & Benet-Martinez, V. (2000). Measurement : Reliability, construct validation, and scale construction. In H. T. Reis and C. M. Judd (eds.), *Handbook of research methods in social and personality psychology* (pp. 339-369). Cambridge University Press.

Kaiser, H. F. (1960). The application of electronic computers to factor analysis. *Educational and Psychological Measurement,* **20**, 141-151.

Kaufman, Je. D., & Dunlap, W. P. (2000). Determining the number of factors to retain : A Windows-based FORTRAN-IMSL program for parallel analysis. *Behavior Research Methods, Instruments & Computers.* **32**, 389-395.

Keeling, K. B. (2000). A regression equation for determining the dimensionality of data. *Multivariate Behavioral Research,* **35**, 457-468.

Lautenschlager, G. J., Lance, C. E., & Flaherty, V. L. (1989). Parallel analysis criteria : Revised regression equations for estimating the latent roots of random data correlation matrices. *Educational and Psychological Measurement,* **49**, 339-345.

Lawrence, F, R. & Hancock, G. (1999) Conditions affecting integrity of a factor solution under varying degrees of overextracrion. *Educational and Psychological Measurement,* **59**, 549-579.

Longman, R. S., Cota, A. A., Holden, R. R., & Fekken, G. C. (1989). A regression equation for the parallel analysis criterion in principal component analysis : Mean and 95th percentile eigenvalues. *Multivariate Behavioral Research,* **24**, 59-69.

MacCallum, R. C. & Tucker, L. R. (1991). Representing sources of error in the common-factor model : Implications for theory and practice. *Psychological Bulletin.* **109**, 502-511.

MacCallum, R. C., Widaman, K. F., Preacher, K. J., & Hong, S. (2001). Sample size in factor analysis : The role of model error. *Multivariate Behavioral Research,* **36**(4), 611-637. http : //www.unc.edu/～Ercm/mwph/popmats.htm

Montanelli, R. G. & Humphreys, L. G. (1976). Latent roots of random data correlation matrices with squared multiple correlations on the diagonal : A Monte Carlo study. *Psychometrika,* **41**, 341-348.

O'Connor, B. P. (2000). SPSS and SAS programs for determining the number of components using parallel analysis and Velicer's MAP test. *Behavior Research Methods, Instruments & Computers.* **32**, 396-402.

Preacher, K. J. & MacCallum, R. C. (2003). Repairing Tom Swift's electric factor analysis machine. *Understanding Statistics,* **2**(1), 13-4·3.

Reis, S. P., Waller, N. G., & Comrey, A L. (2000). Factor snalysis and scale revision. *Psychological Assessment,* **12**, 287-297

Russell, D. W. (2002) In search of underlying dimensions : The use (and abuse) of factor analysis in Personality and Social Personality Bulletin. *Personality and Social Personality Bulletin,* **28**, 1629-1646.

Schweizer, K. (1992). A correlation-based decision-rule for determining the number of clusters and its efficiency in uni- and multi-level data. *Multivariate Behavioral Research,* **27**, 77-94.

芝祐順 (1972) 因子分析法，東京大学出版会。

Thompson, B. (2004). *Exploratory and confirmatory factor analysis : Understanding concepts and application.* American Psychological Association.

Thompson, B. and Daniel, L. G. (1996). Factor analytic evidence for the construct validity of scores : A historical overview and some guidelines. *Educational and Psychological Measurement,* **56**, 197-208.

Thurstone, L. L. (1938). Primary mental abilities. University of Chicago Press. (*Psychometric monograph ;* no. 1).

Thurstone, L. L. & Thurstone, T. G. (1941). Factorial studies of intelligence. University of Chicago Press. (*Psychometric monograph* ; no. 2).

Tucker, L. R, Koopman, R. F., & Linn, R. L. (1969). Evaluation of factor analytic research procedures by means of simulated correlation matrices. *Psychometrika,* **34**, 421-459.

Turner, N. E. (1998). The effect of common variance and structure pattern on random data eigenvalues : Implications for the accuracy of parallel analysis. *Educational and Psychological Measurement.* **58**, 541-568.

Velicer, W. F. (1976). Determining the number of components from the matrix of partial correlations. *Psychometrika,* **41**, 321-327.

Velicer, W. F., Eaton, C. A., & Fava, J. L. (2000). Determining the number of components : A review and evaluation of alternative procedures. In Goffin, R. D., & Helmes, E. (Eds.), *Problems and Solutions in Human Assessment : A Festschrift to Douglas Jackson at Seventy.* p 41-71, Kluwer Academic Publishers.

Wood, J. M., Tataryn, D. J., & Gorsuch, R. L. (1996). Effects of under- and overextraction on principal axis factor analysis with varimax rotation. *Psychological Methods,* **1**, 354-365.

Zwick, W. R. & Velicer, W. F. (1986). Comparison of five rules for determining the number of components to retain. *Psychological Bulletin,* **99**, 432-442.