香川大学経済論叢
第83巻 第3号 2010年12月　25－44

完全予見，貨幣供給と為替レートの動学分析

井　上　貴　照

Ⅰ．はじめに

Dornbusch（1976）は，資産市場は瞬時に均衡しているが，財市場は，短期において，均衡しているとは限らないという財市場と貨幣市場における調整速度の違いから，貨幣供給量により，為替レートが，短期において，その長期均衡値を overshoot することを論証した。また，Dornbusch は，為替レートの予想形成について回帰的予想形成[(1)]を仮定し，この予想形成においても現実の為替レートの変動を完全に予測することが可能であることを理論的に示した。その予想形成を整合的期待（consistent expectation）あるいは完全予見と呼んだ。その後，Dornbusch モデルを展開する場合，為替レートの予想形成については，完全予見あるいは合理的期待を仮定した多くの研究が発表されている[(2)]。予想形成仮説以外のモデルの展開としては，Dornbusch（1976）が Appendix で示したように，資産市場と財市場とが同時に均衡していると仮定し，不完全雇用での実質国民所得と実質完全雇用所得の差に大きさに応じて価格が調整されると仮定する研究[(3)]や雇用については Dornbusch モデルと同様に完全雇用を仮定した研究がある[(4)]。

小論の目的は，Dornbusch（1976）と同様の経済を想定し為替レートの予想

（1）　為替レートの予想形成については，例えば，Frankel and Froot（1987，p. 140），Itoh（2005），天野（1980，p. 185）参照。
（2）　Dornbusch モデルのその後の展開については，例えば，Obstfeld and Stockman（1985），Obstfeld and Rogoff（1996，chap. 9），Rogoff（2002）参照。
（3）　植田（1983，第2章），河合（1994，第3章）等参照。

について完全予見を導入したGray and Turnovsky（1979）に基本的に従って，貨幣供給量の増加が為替レートの与える効果を動学的に分析することである。ただし，小論のモデルにおいては，財に対する需要が実質利子率に依存すると仮定し，為替レートのみではなく予想インフレ率についても完全予見を仮定する。[(5)]

第Ⅱ節においては，小論の小国開放経済の基本モデルが与えられ，モデルの特徴について検討する。第Ⅲ節では，貨幣供給量の増加が為替レートに与える効果を分析する。第Ⅳ節は，むすびである。

Ⅱ．基本モデル

この節では，われわれは，基本モデルを提示し，そのモデルの特徴を述べることにしよう。小論では次のような経済を仮定している。⑴資本の移動性については完全資本移動性であり，⑵完全雇用が仮定されるので，実質国民所得あるいは生産量は，所与である。⑶資産市場は瞬時的に均衡しているが短期における価格の硬直性により，財市場は，その調整速度が遅く均衡しているとは限らない。[(6)]短期均衡において財市場の不均衡は，価格の変化により調整される。長期均衡では，資産市場と財市場は均衡している。そして，⑷為替レートとインフレ率の予想形成については完全予見を仮定する。

われわれが検討する小国開放経済モデルは次の（1.1）～（1.4）によって与えられる。

（４）　例えば，Gray and Turnovsky（1979），Obstfeld and Stockman（1985），Obstfeld and Rogoff（1996, chap, 9）。ただし，Obstfeld and Rogoff（1996）は価格の調整式として，Phillips曲線を用いている。

（５）　小論で検討するモデルでは，貨幣供給量が一定であれば，長期においてインフレ率はゼロであるが，植田（1983，p. 59）も述べているように，経済の動学経路上では，インフレ率はゼロではないので予想インフレ率をゼロと仮定するのは合理的期待形成と矛盾する。小論では総需要が実質利子率に依存すると仮定しているが，このように仮定してもGray and Turnovsky（1979）の基本的な結論は変わらない。

（６）　予想為替レートの完全予見を仮定して，資産市場と財市場との調整速度の違いを仮定した研究としては，Blanchard and Fischer（1989, chap. 10），河合（1986，第６章）等がある。ただし，Blanchard and Fischerは完全雇用を仮定していない。河合は，先物市場を導入している。

(1.1)　$I = I^* + \dot{E}$

(1.2)　$M^S - P = l_1 Y - l_2 I,\ l_j > 0(j = 1,2)$

(1.3)　$Y^D = \beta_1 Y - \beta_2 (I - \dot{P}) + \beta_3 (E + P^* - P) + \beta_4 Y^*,\ \beta_j > 0(j = 1,2,3,4),$
$1 > \beta_1 > 0$

(1.4)　$\dot{P} = \theta(Y^D - Y),\ \theta > 0$

ただし，I，I^* 以外の変数は，自然対数表示である。$I(I^*)$：自国（外国）の名目利子率，E：自国通貨建て為替レートの対数値，M^S：名目貨幣供給量の対数値，$P(P^*)$：自国（外国）の価格の対数値，Y^D：自国の総需要の対数値，$Y(Y^*)$：自国（外国）の産出量の対数値。変数の上のドット（・）は時間に関する微分を示す。ただし，$\dot{E}$ は右方微分係数であると仮定するので，時点 t でのジャンプは排除されない。[(7)]

(1.1) 式は，先物カバーを付けない投機的金利裁定式である。裁定により，自国利子率は，外国の利子率と為替レートの減価率に等しくなることを表している。右辺第２項は，為替レートの予想減価率が為替レートの現実の減価率に等しくなっており為替レートの予想形成が完全予見であることを示している。[(8)] (1.2) 式は，貨幣市場の均衡式である。実質貨幣需要が実質所得の増加関数であり，名目利子率の減少関数であると仮定されている。[(9)] l_1 は，貨幣需要の所得弾力性を示し，l_2 は実質貨幣需要の利子率に対する準弾力性であり，利子率の１％ポイントの上昇により実質貨幣需要が何％減少するかを表す。(1.3)式は，

（7）　このような考え方については，例えば，Sargent and Wallace（1973）参照。

（8）　h 期間にわたる投機的金利裁定式は，$(1+I_t)^h = (EX^e_{t+h}/EX_t)(1+I^*_t)^h$ によって与えられる。ここで，EX_t は，第 t 期における自国通貨建て為替レート，EX^e_{t+h} は，第 $t+h$ 期において成立すると予想される為替レートを示す。為替レートの完全予見を仮定すると，$EX^e_{t+h} = EX_{t+h}$ となるので，前式は，$(1+I_t)^h = (EX_{t+h}/EX_t)(1+I^*_t)^h$ になる。この式の両辺の自然対数をとると，$ln(1+I_t) = ln(1+I^*_t) + [(lnEX_{t+h} - lnEX_t)/h]$ となる。$ln(1+I_t) \fallingdotseq I_t, ln(1+I^*_t) \fallingdotseq I^*_t, lim_{h\to+0}[(lnEX_{t+h} - lnEX_t)/h] = dlnEX_t/dt$，および $E_t = lnEX_t$ より，(1)式が得られる。

（9）　小論では，「実質」は，自国の財の単位数で表されている。しかし，自国通貨建て輸入財価格を含む一般物価水準によって「名目」をデフレートしているモデルとして，例えば，Obstfeld and Stockman（1985），Obstfeld and Rogoff（1984），Obstfeld and Rogoff（1996, chap, 9），Devereux and Purvis（1990）等がある。

総需要を定義している。総需要は，自国の実質所得，実質為替レート（$E+P^{*}-P$）および外国の実質所得の増加関数であり，実質利子率（$I-\dot{P}$）の減少関数であると仮定されている。$\beta_1(\beta_4)$ は，総需要の自国（外国）の所得弾力性を示し，β_2 は，総需要の実質利子率に対する準弾力性であり，β_3 は，総需要の実質為替レートに対する弾力性を示す。(1.4) 式は，価格の調整式であり，財市場に超過需要（供給）があれば，価格が上昇（低下）することを示している。θ は，財市場の調整速度である。Y，I^{*}，Y^{*}，P^{*} および M^{S} が与えられると，４個の独立な方程式より，４個の未知数（I，E，P，Y^{D}）が，決定される。

ここで初期の貨幣供給量を $\overline{M^{S}}$ と定義すると，$\dot{E}=0$ および $\dot{P}=0$ とおくことによって，この $\overline{M^{S}}$ に対応する定常均衡が，(1)式より，次の(2)式のように与えられる。

(2.1) $\tilde{I}=I^{*}$

(2.2) $\overline{M^{S}}-\tilde{P}=l_1Y-l_2\tilde{I}$

(2.3) $(\beta_1-1)Y-\beta_2\tilde{I}+\beta_3(\tilde{E}+P^{*}-\tilde{P})+\beta_4Y^{*}=0$

(2.4) $Y=\tilde{Y}^{D}$

ただし，変数の上の（～）は，その変数の定常均衡値を表している。(2.1) 式より $\tilde{I}$ が決まり，これを (2.2) 式に代入すると $\tilde{P}$ が決まる。この $\tilde{I}$ および $\tilde{P}$ を (2.3) 式に代入すれば，(2.3) 式および (2.4) 式より，財市場が均衡するように，$\tilde{E}$ が決定される。[10]

今，貨幣供給量が増加すると，(2)式より，次のような関係式が得られる。

(3) $d\tilde{E}=d\tilde{P}=d\overline{M^{S}}$

(3)式は，貨幣供給量が１％増加すると，為替レートおよび価格が１％増加することを表している。

(10) 為替レートが財市場において決まるのは，不完全雇用を仮定している完全資本移動性の下での Mundell·Fleming モデルと同じである。井上（2001）参照。

さて，(1.1)～(2.1) を引き，(1.2) 式から (2.2) 式を引くことより，

$$(4)\quad \dot{E}=\frac{-1}{l_2}[-(P-\tilde{P})+(M^S-\overline{M^S})]$$

が得られる。次に，(1.3) 式を (1.4) 式に代入し，(2.3) 式および［(1.2) 式−(2.2) 式］を考慮すると，

$$(5)\quad (1-\theta\beta_2)\dot{P}=\theta\beta_3(E-\tilde{E})-\theta\left(\frac{\beta_2}{l_2}+\beta_3\right)(P-\tilde{P})+\frac{\theta\beta_2}{l_2}(M^S-\overline{M^S})$$

となる。今，$1-\theta\beta_2\neq 0$ と仮定すると，

$$(6)\quad \dot{P}=\frac{\theta}{(1-\theta\beta_2)}\left\{\beta_3(E-\tilde{E})-\left(\frac{\beta_2}{l_2}+\beta_3\right)(P-\tilde{P})+\frac{\beta_2}{l_2}(M^S-\overline{M^S})\right\}$$

が得られる。

以下の分析の簡単化のために，$e=E-\tilde{E}$，$p=P-\tilde{P}$，$m(t)=M^S-\overline{M^S}$ とおくと，$\dot{e}=\dot{E}$，$\dot{p}=\dot{P}$，$\dot{m}(t)=\dot{M}(t)$ となる。すると(4)式と(6)式から構成される動学体系は，

$$(7)\quad \begin{pmatrix}\dot{e}\\ \dot{p}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & \dfrac{1}{l_2}\\ \dfrac{\theta\beta_3}{1-\theta\beta_2} & \dfrac{-\theta}{1-\theta\beta_2}\left(\dfrac{\beta_2}{l_2}+\beta_3\right)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}e\\ p\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-\dfrac{1}{l_2}\\ \dfrac{\theta\beta_2}{(1-\theta\beta_2)l_2}\end{pmatrix}m(t)$$

になる。

(7)式の特性方程式は，

$$(8)\quad \lambda^2+\frac{\theta}{1-\theta\beta_2}\left(\frac{\theta}{l_2}+\beta_3\right)\lambda-\frac{\theta\beta_3}{(1-\theta\beta_2)l_2}=0$$

となる。ここで，われわれは，$1-\theta\beta_2>0$ と仮定する[11]。この仮定は，価格が財

(11) $1-\theta\beta_2<0$ の場合は，(8)式は，正の2実根を持つので，定常状態均衡は不安定になる。Obstfeld and Rogoff (1984) は，名目変数を一般物価水準によって実質化しているが，その場合，$1-\alpha\theta\beta_2>0$ ならば，定常均衡が鞍点になることを示している。ただし，この α は，自国財の価格に付けられるウエイトである。詳細については，Obstfeld and Rogoff (1984) 参照。

市場の不均衡に対してあまり伸縮的ではなく，総需要が実質利子率の変化に対してあまり感応的でないことを意味している。そうすると，(8)式の根は符号の異なる２実根であるので，(7)式で与えられる定常状態均衡は，鞍点（saddle point）になる。この２つの実根を $\lambda_1<0, \lambda_2>0$ とおく。

貨幣供給量が一定の場合，$m(t)=m$ とおくと，(7)式より，$e(t)$ および $p(t)$ は，次の(9)式のようになる。

$$(9.1)\quad e(t)=\frac{1}{l_2(\lambda_2-\lambda_1)}[l_2\lambda_2e_0-p_0+(1-l_2\lambda_2)m]exp(\lambda_1t)$$
$$+\frac{1}{l_2(\lambda_2-\lambda_1)}[-l_2\lambda_1e_0+p_0-(1-l_2\lambda_1)m]exp(\lambda_2t)+m$$

$$(9.2)\quad p(t)=\frac{\lambda_1}{(\lambda_2-\lambda_1)}[l_2\lambda_2e_0-p_0+(1-l_2\lambda_2)m]exp(\lambda_1t)$$
$$+\frac{\lambda_2}{(\lambda_2-\lambda_1)}[-l_2\lambda_1e_0+p_0-(1-l_2\lambda_1)m]exp(\lambda_2t)+m$$

ただし，e_0 および p_0 は，それぞれ，$e(t)$ および $p(t)$ の初期値である。

$e(t)$ および $p(t)$ が発散しないための条件は，

$$(10)\quad -l_2\lambda_1e_0+p_0-(1-l_2\lambda_1)m=0$$

によって与えられる。

次に動学体系(7)の位相図について検討しよう。(7)式の相平面 (p, e) における座標を求めることができる。(9)式の $exp(\lambda_2t)$ の係数をゼロとおくと，安定的な座標は，

$$(11)\quad -l_2\lambda_1e(t)+p(t)-(1-l_2\lambda_1)m=0$$

となり，(9)式の $exp(\lambda_1t)$ の係数をゼロとおくと，不安定的な座標が，次の(12)式のように与えられる。

$$(12)\quad l_2\lambda_2e(t)-p(t)+(1-l_2\lambda_2)m=0$$

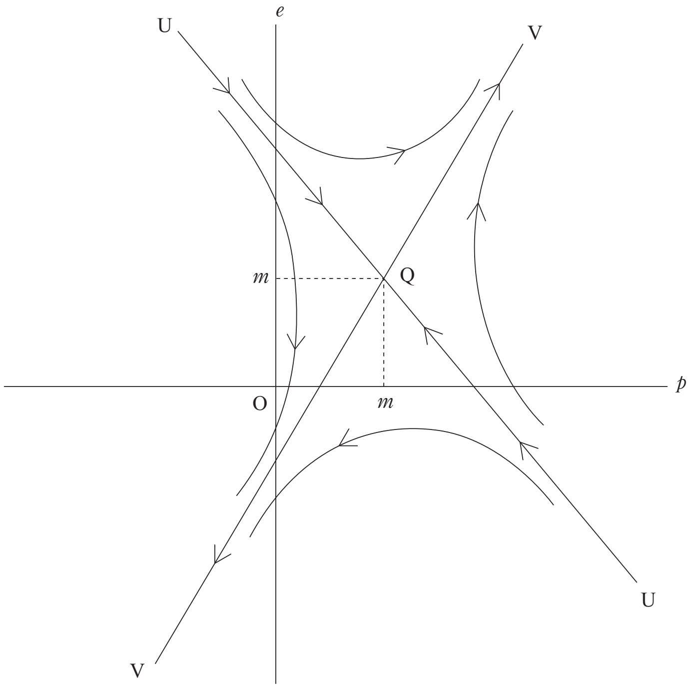
さて初期均衡が $m=0$ によって与えられ，貨幣供給量が m だけ増加した場

合の長期定常均衡は，

⒀　$\tilde{e}=\tilde{p}=m$

となる。初期均衡が $m=0$ によって与えられ，貨幣供給量が m のときの定常均衡が，図Ⅱ－１において点 Q によって表されている。図Ⅱ－１において，貨幣供給量が m のときの定常均衡に対応する安定的な座標である UU 曲線と不安定的な座標である VV 曲線そしてこれらを座標とする相軌道が描かれている。[12]

図Ⅱ－１　定常均衡と鞍点



(12)　⑻式より $\lambda_1+\lambda_2<0$ なので，$1/l_2\lambda_2>-1/l_2\lambda_1$ となる。よって，VV 曲線の傾きの大きさが UU 曲線のそれより大きい。また，$1+(\lambda_2/\lambda_1)=[-\theta/(1-\theta\beta_2)](\beta_2/l_2)+l_2\lambda_2$ より，$1-\lambda_2 l_2>0$ が成立するので，VV 曲線の傾きは 1 より大きいことがわかる。

次に貨幣供給量が一定ではない場合を検討する。$m(t)$ は，有界であると仮定する。この場合，$e(t)$ および $p(t)$ は，⑺式より，次の⒁式として導出される。[13]

$$(14.1)\quad e(t)=\left[A_1+B_1\int_0^t m(\tau)exp(-\lambda_1\tau)d\tau\right]exp(\lambda_1 t) + \left[A_2+B_2\int_0^t m(\tau)exp(-\lambda_2\tau)d\tau\right]exp(\lambda_2 t)$$

$$(14.2)\quad p(t)=\left[A_1+B_1\int_0^t m(\tau)exp(-\lambda_1\tau)d\tau\right]l_2\lambda_1 exp(\lambda_1 t) + \left[A_2+B_2\int_0^t m(\tau)exp(-\lambda_2\tau)d\tau\right]l_2\lambda_2 exp(\lambda_2 t)$$

ただし，$B_1=\dfrac{-1}{l_2(\lambda_2-\lambda_1)}\left(\lambda_2+\dfrac{\theta\beta_2}{(1-\theta\beta_2)l_2}\right)$，$B_2=\dfrac{1}{l_2(\lambda_2-\lambda_1)}\left(\lambda_1+\dfrac{\theta\beta_2}{(1-\theta\beta_2)l_2}\right)$

A_1 および A_2 は，任意の数であるが，ここでは，これらを初期条件と端点条件から求める。まず，初期条件であるが，価格はゆっくりと変化することから，$t=0$ のとき $p(0)=p_0$ とおくと（14.2）より，

$$⒂\quad \lambda_1 A_1+\lambda_2 A_2=p_0/l_2$$

が得られる。

次に端点条件を導出する。まず，（14.2）式の第１項については，$t\to\infty$ のとき，不定形[14]になるので，L'Hôpital's rule を適用すると，

$$⒃\quad \lim_{t\to\infty}\left[A_1+B_1\int_0^t m(\tau)exp(-\lambda_1\tau)d\tau\right]l_2\lambda_1 exp(\lambda_1 t)=-l_2B_1m(\infty)$$

となる。⒃式より，$m(\tau)$ が有界であるかぎり，第１項は有界であることが確かめられる。

(13) ⑺式は，定数係数の非同次連立微分方程式であり，定数変化法によって解を導出することができる。定数係数の非同次連立微分方程式の解法については，Hirsch and Smale（1974, pp. 99-102），Kaplan（1958, pp. 238-241）等参照。

(14) $\lim_{t\to\infty}\left[A_1+B_1\int_0^t m(\tau)exp(-\lambda_1\tau)d\tau\right]l_2\lambda_1/exp(-\lambda_1 t)=\infty/\infty$

次に，(14.2) 式の第2項の $exp(\lambda_2 t)$ の係数については，$\lambda_2 > 0$ なので，価格が発散しないためには，

$$\lim_{t \to \infty}\left[A_2 + B_2\int_0^t m(\tau)\,exp(-\lambda_2\tau)\,d\tau\right] = 0$$

が成立することが必要である。これを書き換えると，

$$(17)\quad A_2 = -B_2\int_0^\infty m(\tau)\,exp(-\lambda_2\tau)\,d\tau$$

となり，A_2 は，(17)式のように決定される。これが端点条件である。この条件のもとでは，第2項も不定形になるので，L'Hôpital's rule を適用することにより，

$$(18)\quad \lim_{t \to \infty}\left[A_2 + B_2\int_0^t m(\tau)\,exp(-\lambda_2\tau)\,d\tau\right] l_2\lambda_2 exp(\lambda_2 t) = -l_2 B_2 m(\infty)$$

となる。(18)式より，$m(\tau)$ が有界であるかぎり，(14.2) 式の第2項も有界である。

(17)式を初期条件(15)式に代入すると，A_1 が次のように決まる。

$$(19)\quad \mathrm{A}_1 = \frac{p_0}{l_2\lambda_1} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1}B_2\int_0^\infty m(\tau)\,exp(-\lambda_2\tau)\,d\tau$$

(17)式と(19)式を(14)式に代入し整理することにより，(7)式の最終解が，次の(20)式のように導出される。

$$(20.1)\quad e(t) = \left[\frac{p_0}{l_2\lambda_2} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1}B_2\int_0^\infty m(\tau)\,exp(-\lambda_2\tau)\,d\tau + B_1\int_0^t m(\tau)\,exp(-\lambda_1\tau)\,d\tau\right] \times exp(\lambda_1 t) - B_2 exp(\lambda_2 t)\int_0^\infty m(\tau)\,exp(-\lambda_2\tau)\,d\tau$$

$$(20.2)\quad p(t) = \left[p_0 + l_2\lambda_2 B_2\int_0^\infty m(\tau)\,exp(-\lambda_2\tau)\,d\tau + l_2\lambda_1 B_1\int_0^t m(\tau)\,exp(-\lambda_1\tau)\,d\tau\right] \times exp(\lambda_1 t) - l_2\lambda_2 B_2 exp(\lambda_2 t)\int_0^\infty m(\tau)\,exp(-\lambda_2\tau)\,d\tau$$

(20)式が，初期の価格 p_0 と名目貨幣供給量 $m(t)$ によって与えられる為替レート $e(t)$ と価格 $p(t)$ である。$m(\tau)$ が有界であると仮定されているので，

$e(t)$ および $p(t)$ も有界である。(15)

Ⅲ．貨幣供給量と為替レートの変動

この節では，貨幣供給量の増加が事前に予想されない場合と事前に予想されている場合における為替レートの変動について検討する。

1．事前に予想されない貨幣供給量の変化

まず貨幣供給量が変化したときの為替レートの初期の変化を調べてみよう。為替レートの初期値を $e(+0)$ で表すと，(20.1) より，$t\rightarrow+0$ とおくと，次の(21)式が得られる。

$$(21)\quad e(+0)=\frac{p_0}{l_2\lambda_1}+\frac{\lambda_2-\lambda_1}{\lambda_1}B_2\int_0^\infty m(\tau)exp(-\lambda_2\tau)d\tau$$

さて，第０時点に，予想されない貨幣供給量が増加し，その後もその増加した貨幣供給量が維持されると仮定すると，(21)式は，

$$(22)\quad e(+0)=\frac{p_0}{l_2\lambda_1}+\frac{\lambda_2-\lambda_1}{\lambda_1\lambda_2}B_2m$$

になる。(22)式の第２項の m の係数は，

$$(23)\quad \frac{\lambda_2-\lambda_1}{\lambda_1\lambda_2}B_2=\frac{1}{l_2\lambda_1\lambda_2}\left(\lambda_1+\frac{\theta\beta_2}{(1-\theta\beta_2)l_2}\right)=1-\frac{1}{l_2\lambda_2}>1$$

となる。(16) この(23)式を(22)式に代入すると，(22)式は，

$$(24)\quad e(+0)=\frac{p_0}{l_2\lambda_1}+\left(1-\frac{1}{l_2\lambda_1}\right)m$$

になる。この(24)式を(10)式と比較すると，(24)式は，固定された m の水準がどの

(15)　長期において実質貨幣供給量が正で有界であることについては，貨幣理論における最適化行動から証明されている。名目貨幣残高が有界であれば，価格も有界になる。例えば，Brock（1975, Theorem 1）参照。

(16)　$\lambda_1+\lambda_2=-\theta[(\beta_2/l_2)+\beta_3]/(1-\theta\beta_2)$ より，$\theta\beta_2=-(1-\theta\beta_2)l_2(\lambda_1+\lambda_2)+\theta\beta_3l_2$ となる。これを(23)式の中央の式の分子に代入し，$\lambda_1\lambda_2=-\theta\beta_3/[(1-\theta\beta_2)l_2]$ を考慮する事により，(23)式の最右辺の $[1-(1/l_2\lambda_1)]$ が得られる。

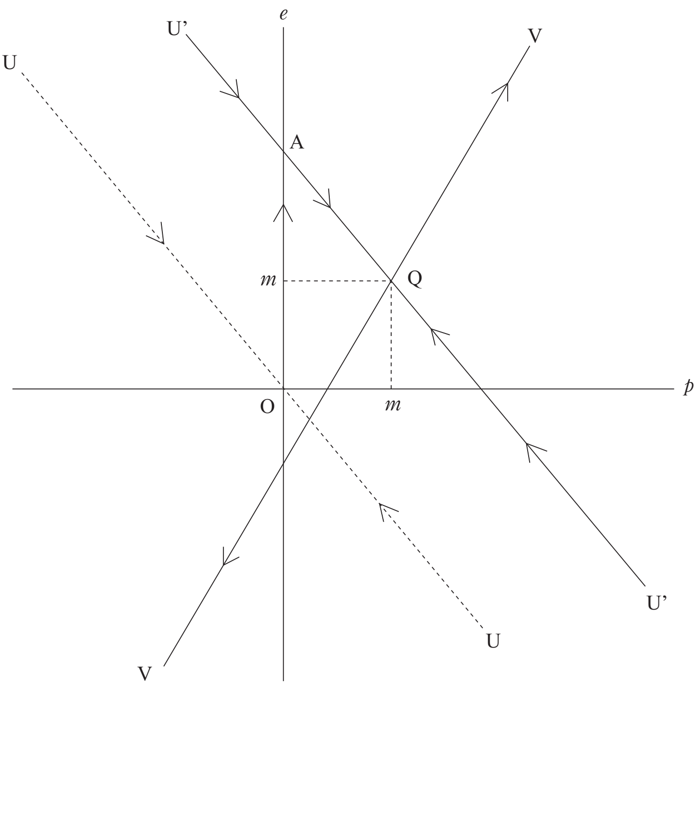
ような大きさであっても，初期の為替レートは，与えられた p_0 の下で，m に対応する鞍点を通る安定的座標の上に経済が乗るように調整されていることを示している。

さて今，第０時点で予想されない貨幣供給量の増加があり，その増加が無限に続くと予想される場合，為替レートの初期の変化は，(24)式より，

$$\text{(25)}\quad \frac{de(+0)}{dm}=1-\frac{1}{l_2\lambda_1}>1$$

となる。$m=0$ の場合を初期均衡とし定常均衡の(13)式を考慮すると，(25)式は，予想されない貨幣供給量の増加により，為替レートは，初期の第０時点において，その長期均衡値を overshoot していることを示している。

図Ⅲ－１　予想されない貨幣供給量の増加



この現象は，図Ⅲ－１において描かれている。$m=0$ の場合を初期均衡とすると，初期均衡は，原点Ｏになる。$m>0$ のときの定常均衡点が，点Ｑで示されている。また，図Ⅲ－１では，初期均衡点を通る安定的な座標は点線で示されている。

今，予想されない貨幣供給量が増加すると，初期均衡点を通る安定的（不安定的）な座標は，上（下）にシフトする。図Ⅲ－１では，新しい２つの座標が実線で示され，新定常均衡点Ｑで交差する。予想されない貨幣供給量の増加によって，為替レートは，初期時点において，原点Ｏから点Ａにジャンプする。その後，経済は安定的な座標上を動き，為替レートは増価し価格は上昇しながら，長期定常均衡点Ｑが達成される。為替レートは，初期時点において，その長期均衡値を overshoot している。

２．事前に予想された貨幣供給量の変化

次に，第０時点において将来の第 T 時点で貨幣供給量が増加し，それ以後増加した貨幣供給量が維持されるとアナウンスされる場合の為替レートの変動について分析しよう。

この場合の貨幣供給量の変化は，次のように定式化される。

$$(26)\quad m(t)=\begin{cases}0 & (t<T)\\ m & (t\geqq T)\end{cases}$$

(26)式より，次の(27)式

$$(27)\quad \begin{cases}\displaystyle\int_0^T m(\tau)exp(-\lambda_1\tau)d\tau=0\\ \displaystyle\int_T^\infty m(\tau)exp(-\lambda_2\tau)d\tau=(m/\lambda_2)exp(-\lambda_2 T)\end{cases}$$

が成立する。(27)式および(23)式を考慮すると，第 t 時点 $(0<t<T)$ の為替レートは，（20.1）式より，(23)式に注意すると，次の(28)式によって与えられる。

$$(28)\quad e(t)=\frac{p_0}{l_2\lambda_1}exp(\lambda_1 t)+\frac{1}{\lambda_2-\lambda_1}\left(1-\frac{1}{l_2\lambda_1}\right)\{\lambda_2 exp(\lambda_1 t)-\lambda_1 exp(\lambda_2 t)\}exp(-\lambda_2 T)m$$

(28)式を m で微分すると，

$$(29)\quad \frac{de(t)}{dm}=\frac{1}{\lambda_2-\lambda_1}\left(1-\frac{1}{l_2\lambda_1}\right)\{\lambda_2 exp(\lambda_1 t)-\lambda_1 exp(\lambda_2 t)\}exp(-\lambda_2 T)>0$$

となる。(29)式は，将来の T 時点での貨幣供給量の増加により，第 t 時点の為替レートは減価することを示している。

特に，為替レートの初期の変化は，(28)式において $t\to+0$ とおき，初期において $p_0=0$ とおくと，次の(30)式のようになる。

$$(30)\quad e(+0)=\left(1-\frac{1}{l_2\lambda_1}\right)exp(-\lambda_2 T)m$$

このとき予想された貨幣供給量の増加による為替レートの初期の変化は，(30)式を m で微分すると，

$$(31)\quad 0<\frac{de(+0)}{dm}=\left(1-\frac{1}{l_2\lambda_1}\right)exp(-\lambda_2 T)<\left(1-\frac{1}{l_2\lambda_1}\right)$$

となる。この(31)式を(25)式と比較すると，予想された貨幣供給量の増加は，予想されない場合と比べて，初期の減価の大きさを抑制することを表している。さらに(31)式の $de(+0)/dm$ を T で微分すると，

$$(32)\quad \frac{\partial\left(\dfrac{de(+0)}{dm}\right)}{\partial T}=-\lambda_2\left(1-\frac{1}{l_2\lambda_1}\right)exp(-\lambda_2 T)<0$$

となる。貨幣供給量の増加が実行されるまでの時間（リードタイム（lead　time））が長くなればなるほど，為替レートの初期の減価は，より抑制されることを示している。そうすると為替レートは，初期において，overshoot するのかどうかが次の問題である。もし為替レートが初期時点において overshoot しないならば，$de(+0)/dm<1$ が成立することから，(31)式より，次の関係式が得られる。

⑶3) $\overline{T} > \dfrac{ln(1-(1/l_2\lambda_1))}{\lambda_2}$

⑶3)式より，リードタイムが⑶3)式を満たすならば，為替レートは，初期時点において，undershoot することになる。このことは，リードタイム $\tilde{T}$ が，$(0 \leqq \tilde{T} < \overline{T})$ の期間内であれば，為替レートは，初期時点において，overshoot することを意味している。以上より，為替レートが初期において overshoot するかどうかは，リードタイムの長さに依存する。

次に為替レートが，初期において undershoot するとしても，長期定常均衡への移行過程において overshoot するのかを検討しよう。まず，T 時点までの為替レートの変化は，⑵8)式を時間に関して微分し，初期において $p_0 = 0$ とおくと，

⑶4) $\dot{e(t)} = \dfrac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}\left(1-\dfrac{1}{l_2\lambda_1}\right)\{exp(\lambda_1 t)-exp(\lambda_2 t)\}exp(-\lambda_2 T)m > 0$

が得られる。⑶4)式は，$(0 < t < T)$ の期間において為替レートが減価していることを表している。

$t = T$ 時点における為替レート $e(T)$ は，⑵8)式より，

⑶5) $e(T) = \dfrac{p_0}{l_2\lambda_1}exp(\lambda_1 T) + \dfrac{1}{\lambda_2-\lambda_1}\left(1-\dfrac{1}{l_2\lambda_1}\right)\{\lambda_2 exp((\lambda_1-\lambda_2)T)-\lambda_1\}m$

となる。⑶5)式を m で微分すると，

⑶6) $\dfrac{de(T)}{dm} = \dfrac{1}{\lambda_2-\lambda_1}\left(1-\dfrac{1}{l_2\lambda_1}\right)\{\lambda_2 exp((\lambda_1-\lambda_2)T)-\lambda_1\}$

となる。初期において $p_0 = 0$ とおくと，T 時点において次の条件が満たされるならば，移行過程において為替レートが overshoot することはない。

$$\frac{de(T)}{dm} < 1$$

この式を整理すると，

⑶7) $exp((\lambda_1-\lambda_2)T) < \dfrac{\lambda_1(1-l_2\lambda_2)}{\lambda_2(1-l_2\lambda_1)}$

が得られる。しかし，㊲式の左辺は正であるのに対し，右辺は，$\lambda_1<0, \lambda_2>0$ および $1-l_2\lambda_2>0$ なので負になり，㊲式は成立しない。よって，為替レートの overshooting を避けることができるリードタイムが存在しないことになるので，為替レートは，第 T 時点の前にその長期均衡値より減価していることになる。以上より，

$$\frac{de(T)}{dm}>1 \tag{38}$$

が成立する。㊳式は，第 T 時点では，必ず，その長期均衡値よりも減価していることを示している。

最後に，第 T 時点における為替レート $e(T)$ は，定常均衡への安定的な座標の上にあるかどうかを確認しよう。(20.2) 式より，第 T 時点における価格 $p(T)$ は，㉓式を考慮すると，

$$p(T)=p_0exp(\lambda_1T)+\frac{l_2\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}\left(1-\frac{1}{l_2\lambda_1}\right)exp\{(\lambda_1-\lambda_2)T\}m - \frac{l_2\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}\left(1-\frac{1}{l_2\lambda_1}\right)m \tag{39}$$

となる。㉟式と㊴式より，次の㊵式が得られる。

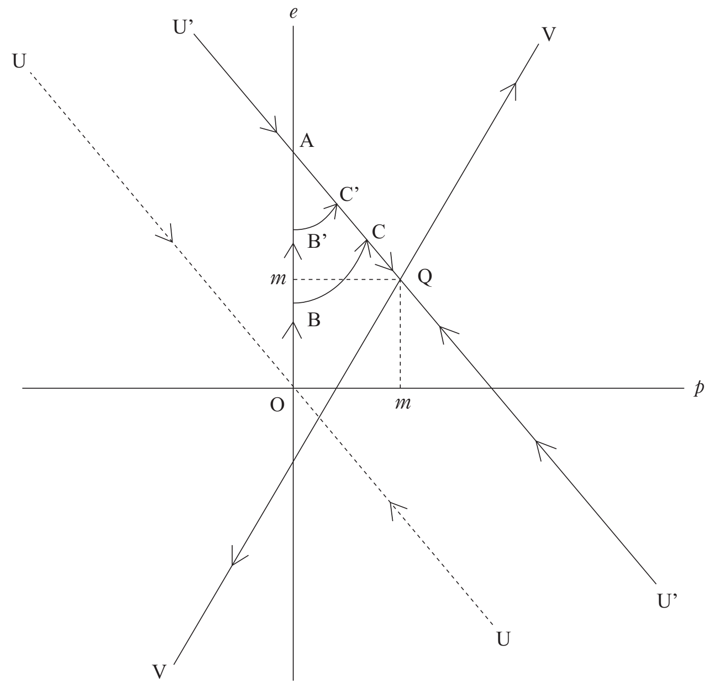
$$-l_2\lambda_1e(T)+p(T)-(1-l_2\lambda_1)m=0 \tag{40}$$

㊵式は，⑾式と比較すると，第 T 時点において為替レート $e(T)$ および価格 $p(T)$ が，p_0 の大きさにかかわらず，安定的な座標上にあることを示している。[17]

以上の分析結果は，図Ⅲ－2において描かれている。図Ⅲ－2では，初期均衡点は原点 O である。初期の第0期において将来の第 T 期に貨幣供給量が増加されるとアナウンスされた場合，為替レートは，初期において点 O から点 B あるいは点 B’に減価する。点 B（点 B’）では，初期において為替レートは，

（17） この点は，Gray and Turnovsky（1979, p. 655）においては，明示的に示されていない。

図Ⅲ－２　予想される貨幣供給量の増加



undershoot（overshoot）している。その後，経済は初期均衡に対応する相軌道上を推移し点B→点Cあるいは点B’→点C’の経路をとり，為替レートは減価していく。貨幣供給量の増加が実行される第T時点においてUU曲線がU’U’曲線にシフトし，点Cあるいは点C’は，このU’U’曲線の上にある。この点Cあるいは点C’において，為替レートは，その長期均衡値より減価しておりovershootしている。その後，為替レートは増価し価格は低下しながら，経済は長期定常均衡Qへ収束する。以上より，為替レートは，たとえ初期均衡においてovershootしていなくても，長期均衡への移行過程においては，overshootしていることがわかる。

Ⅳ．む　す　び

小論において，貨幣市場と財市場との調整速度に違いある経済において，為替レートとインフレ率について完全予見を仮定したモデルによって，貨幣供給量の増加が為替レートへ与える効果の動学分析を行った。

われわれは，$1-\theta\beta_2>0$ と仮定した。もし $1-\theta\beta_2<0$ ならば，⑻式の特性方程式は，正の２実根を持ち，定常均衡は，不安定になる。また，予想されない貨幣供給量が増加すると，為替レートは，瞬時に減価し，その長期均衡水準を overshoot し，その後は増価しながらその長期均衡値に収束する。一定期間後に貨幣供給量が増加されることがアナウンスされ，貨幣供給量の増加が予想される場合，為替レートは，瞬時に減価するがその長期均衡水準を overshoot するかどうかは不明確であるが，長期定常均衡への移行過程においては，必ずその長期均衡値を overshoot している。その後，為替レートは，増価しながらその長期均衡値に収束していく。

小論における完全予見あるいは合理的予想は，市場参加者が将来の現実値を正確に予測できることであり非現実であるばかりではなく，実証的にも支持されがたい仮説である[18]。しかしながら，予想形成の重要性も否定できない。完全予見あるいは合理的予想は，市場参加者が前向きの予想形成を行う場合の経済の特徴を分析する１つの方法としては便利かもしれない。前向きの予想形成について他の予想形成仮説がない以上，完全予見あるいは合理的予想は，実証的な面で問題があるとしても，現実の経済を観るうえで一つの分析方法を提供していると言えよう。小論のモデルにおいて静学予想の場合も完全予見の場合も定常均衡は同じである。また，定常均衡が完全予見の下で鞍点になる条件と静学予想の下での安定条件とが同じであることを証明されている[19]。このことは，為替レートと価格についての予想形成に違いがあり定常均衡への移行過程に違いがあっても，経済は同一の定常均衡へ収束していることになる。

(18)　例えば，Frankel and Froot（1987），Ito（2005, pp. 18-19）参照。

小論のモデルにおける残された課題をいくつか挙げておこう。財政支出の調達方法の違いによって財政政策の為替レートに与える効果を動学的に分析することである[20]。また小論のモデルでは，経常収支が均衡しているとは限らない。経常収支の不均衡は対外純資産の変化であるので資産市場に影響を与え，利子率や為替レートが変化する。この経常収支の不均衡を明示的に扱うことも必要だろう[21]。小論と異なり不完全雇用の場合を検討することや資本蓄積や技術進歩等の供給条件の内生化も必要であろう。

引　用　文　献

Blanchard, O. J. and S. Fischer（1989）*Lectures on Macroeconomics*（MIT Press）（高田聖治訳（1999）『マクロ経済学講義』（多賀出版））

Branson, W.（1979）“Exchange Rate Dynamics and Monetary Policy”, in Lindbeck, A.（ed.）*Inflation and Employment in Open Economy*（North-Holland）

Brock, W.（1975）“A Simple Perfect Foresight Monetary Model”, *Journal of Monetary Economics,* Vol. 1, No. 2（April）pp. 133-150

Devereux, M. B. and D. D. Purvis（1990）“Fiscal Policy and the Real Exchange Rate”, *European Economic Review,* Vol. 34, No. 6（September）pp. 1201-1211

Dornbusch, R.（1976）“Expectation and Exchange Rate Dynamics”, *Journal of Political Economy,* Vol. 84, No. 6（December）pp. 1161-1176

Frankel, J. A. and K. A. Froot（1987）“Using Survey Data to Test Standard Propositions Regarding

---

(19) Ohyama（1989）参照。完全予見の仮定が定常均衡を鞍点にさせるとは限らないことに注意する必要がある。もし自国と外国の金融資産の裁定取引において，為替レートの調整が十分でない場合，定常均衡は安定的であることを次のようにして確かめることができる。(1.1) 式を，$\dot{E}=\gamma(I^{*}+\dot{E}-I)(\gamma>0)$ で置き換え，$1-\theta\beta_2>0$ および $1>\gamma>0$ を仮定すると，定常均衡は，安定的である。もし $\gamma>1$ ならば，定常均衡は鞍点になる。そして $\gamma\to\infty$ ならば，(1.1) 式になる。以上より，ある変数について完全予見を仮定し，さらにその変数の調整が十分大きいことにより，定常均衡は鞍点になっているのである。詳しくは，Gray and Turnovsky（1979, pp. 657-659）参照。

(20) Devereux and Purvis（1990）は，財の供給関数を特定化し，財政支出の自生的変化が為替レートに与える効果を分析している。

(21) 経常収支の不均衡による対外純資産の変化を内生化しているモデルについては，例えば，Branson（1979），Kouri P. J. K.（1976），天野（1990），井上（1996）(1997) 等参照。なかでも，天野（1990, pp. 210-214）は，為替レートの完全予見，内生化された対外純資産および不完全雇用を仮定したモデルで，予想されない貨幣供給量の増加を含む外生変数の変化の効果を分析している。

Exchange Rate Expectations”, *American Economic Review,* Vol. 77, No. 1（March）pp. 133-153
Gray, M. R. and S. J. Turnovsky（1979）“The Stability of Exchange Rate Dynamics Under Perfect Myopic Foresight”, *International Economic Review,* Vol. 20, No. 3（October）pp. 643-660
Hirsh, M. W. and S. Smale（1974）*Differential Equations, Dynamic Systems, and Linear Algebra*（Academic Press）
Ito, T.（2005）“The Exchange Rate in the Japanese Economy : the Past, Puzzles, and Prospects”, *Japanese Economic Review,* Vol. 56, No. 1（March）pp. 1-38（「為替レート変動の分析－パズルの解決にむけて」岩本康志・橘木俊詔・二神孝一・松井彰彦（編）（2005）『現代経済学の潮流 2005』（東洋経済新報社）第 1 章）
Kaplan, W.（1958）*Ordinary Differential Equations*（Addison-Wesley Publishing Company）
Kouri, P. J. K.（1976）“The Exchange Rate and the Balance of Payments in the Short Run and in the Long Run　A Monetary Approach”, *Scandinavian Journal of Economics,* Vol. 78, No. 2, pp. 280-304
Obstfeld, M. and K. Rogoff（1984）“Exchange Rate Dynamics with Sluggish Prices Under Alternative Price-Adjustment Rules”, *International Economic Review,* Vol. 25, No. 1（February）pp. 159-174
Obstfeld, M. and K. Rogoff（1996）*Foundations of International Macroeconomics*（MIT Press）
Obstfeld, M. and A. Stockman（1985）“Exchange Rate Dynamics”, in R. W. Jones and P. B. Kenen（1985）*Handbook of International Economics,* Vol. Ⅱ（Elsevier Science Publishers）Chap. 18
Ohyama, M.（1989）“On the Stability of the Long–Run Stability Equilibrium in Macro-Dynamic Model under Perfect Foresight and Static Expectations”, *Economics Letters,* Vol. 31, No. 4（December）pp. 299-301
Rogoff, K.（2002）“Dornbusch’s Overshooting Model After Twenty-Five Years”, *IMF Working Pater*（February）pp. 1-40
Sargent, T. J. and N. Wallace（1973）“The Stability of Models of Money and Growth with Perfect Foresight”, *Econometrica,* Vl. 41, No. 6（November）pp. 1043-1048
天野明弘（1980）『国際金融論』（筑摩書房）
天野明弘（1990）「貯蓄投資バランス，国際収支，および為替レート」（天野明弘『国際収支と為替レートの基礎理論』（有斐閣），第 10 章）
井上貴照（1996）「財政政策と為替レート動学」『香川大学経済論叢』第 69 巻，第 2 ・ 3 号（11 月）pp. 187-209
井上貴照（1997）「財政政策と為替レート動学：修正」『香川大学経済論叢』第 70 巻，第 1 号（ 6 月）pp. 135-136
井上貴照（2001）「Mundell-Fleming モデルの内生変数の決定について：再考－完全資本移動性の場合－」『香川大学経済論叢』第 74 巻，第 3 号（12 月）pp. 283-289
河合正弘（1986）『国際金融と開放マクロ経済学－変動為替レート制のミクロ・マクロ分析』

（東洋経済新報社）
河合正弘（1994）『国際金融論』（東京大学出版会）
植田和男（1983）『国際マクロ経済学と日本経済』（東洋経済新報社）